

Rešitve nalog – MERITVE 2. del

1. Digitalni spominski osciloskop ima pomnilnik, v katerega lahko shranimo največ $Z_m = 1000$ podatkov, analogno-digitalni pretvornik pa ima največjo frekvenco vzorčenja $f_{s,m} = 10\text{MHz}$. Kolikšni sta dejanska frekvenco vzorčenja in ekvivalentna frekvenco vzorčenja, če je širina zaslona $x_m = 10\text{d}$, odklonski koeficient k_t pa 5ms/d , $50\mu\text{s/d}$ in 50ns/d ? Skicirajte naključni način zajemanja vzorcev v ekvivalentnem času!

Rešitev:

- O ekvivalentni frekvenci vzorčenja govorimo, kadar je frekvenco vzorcev oziroma prikazanih točk f'_s na zaslonu navidezno večja od dejanske maksimalne vzorčne frekvence $f'_s > f_{s,m}$.

- Frekvenco f'_s določa izbrana časovna konstanta in število točk zaslona Z_m :

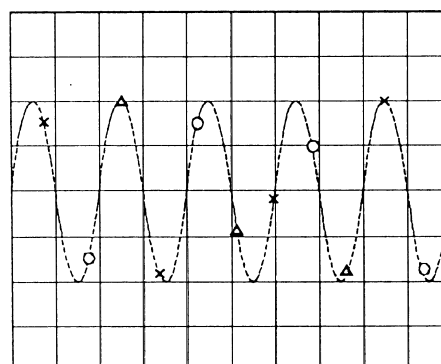
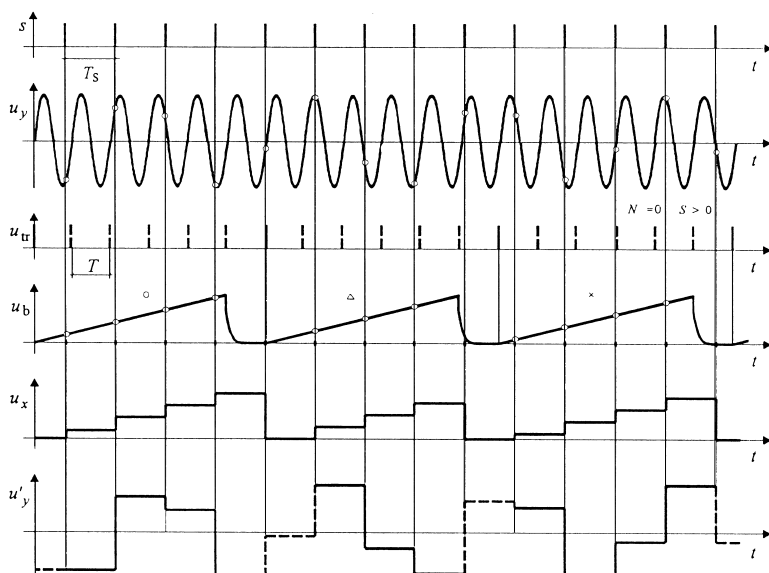
$$f'_s = \frac{Z_m}{k_t \cdot x_m} = \frac{Z_m}{k_t \cdot 10\text{d}}$$

- Navidezna frekvenco vzorčenja se spreminja s k_t :

- $k_t = 5\text{ms/d}$: $f'_s = 20\text{kHz} < f_{s,m}$
- $k_t = 50\mu\text{s/d}$: $f'_s = 2\text{MHz} < f_{s,m}$
- $k_t = 50\text{ns/d}$: $f'_s = 2\text{GHz} > f_{s,m}$

- ekvivalentna frekvenco vzorčenja $f'_{s,eq} = 2\text{GHz}$

- Naključni način zajemanja vzorcev v ekvivalentnem času



- 1. posnetek
- ▲ 2. posnetek
- × 3. posnetek

Nastajanje slike na zaslonu osciloskopa

2. Pri merjenju upornosti $R_x \approx 2\text{ m}\Omega$ s Kelvinovim (Thomsonovim) mostičem imamo na razpolago uporovni etalon $R_N = 10^{-2}\ \Omega$. Določite mesto vključitve v mostič, ki nam da najmanjšo standardno negotovost merjene upornosti! Ali ima voltmeter kot ničelni indikator ustrezno ločljivost?

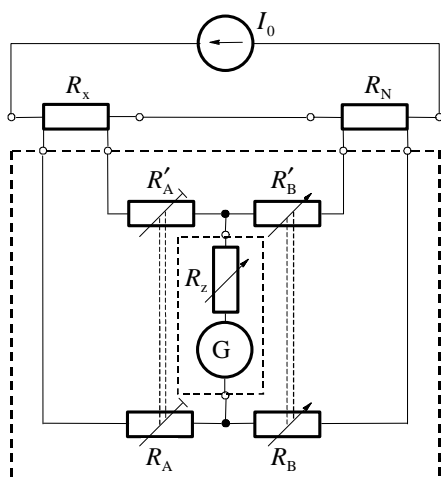
• mostič: $R_A = R'_A = 10 \times (100, 10, 1, 0,1)\ \Omega$; $m_{R_A} = m_{R_B} = m_{R_N} = 3 \cdot 10^{-4}$
 $R_B = R'_B = (10, 100, 1000)\ \Omega$; $I_0 = 6\ \text{A}$

• voltmeter: $(\Delta U_5)_q = 1\ \mu\text{V}$, $R_V = 10\ \text{M}\Omega$; $\delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{I_0 R_{10}} \left[2R_3 + R_g \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right) \right]$

Rešitev:

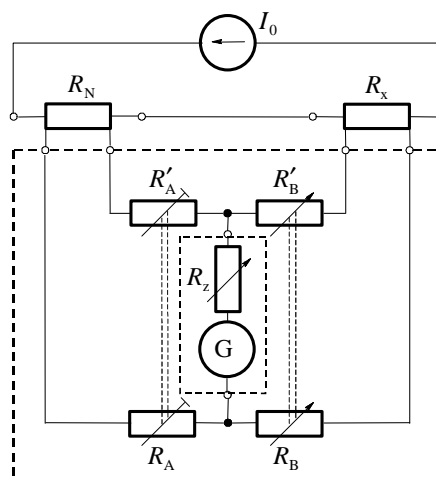
- a) prva priključitev:

$$\frac{R_x}{R_N} = \frac{1}{5} = \frac{R_A}{R_B} \rightarrow \frac{R_A}{R_B} = \frac{200\ \Omega}{1000\ \Omega}$$



- b) druga priključitev:

$$\frac{R_x}{R_N} = \frac{1}{5} = \frac{R_B}{R_A} \rightarrow \frac{R_B}{R_A} = \frac{500\ \Omega}{10\ \Omega}$$



- Relativna ločljivost zadnjega mesta spremenljive dekade R_A pri drugi priključitvi je manjša kot pri prvi:

$$\delta_a = \frac{0,1\ \Omega}{200\ \Omega} = 0,0005 > \delta_b = \frac{0,1\ \Omega}{500\ \Omega} = 0,0002 \rightarrow \text{izberemo drugo priključitev}$$

- Ne glede na vključitev uporov je ločljivost mostiča **zaradi ločljivosti ničelnega indikatorja**, ki ima visoko notranjo upornost – voltmeter – enaka:

$$R_3 \ll R_g \rightarrow \delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q R_g}{I_0 R_{10}} \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right) = \frac{(\Delta U_5)_q}{I_0 R_x} \left(1 + \frac{R_x}{R_N} \right)$$

$$\delta_q = \frac{(\Delta U_5)_q}{I_0 R_x} \left(1 + \frac{R_x}{R_N} \right) = \frac{1\ \mu\text{V}}{6\ \text{A} \cdot 2\ \text{m}\Omega} \left(1 + \frac{1}{5} \right) = 10^{-4} < \delta_b$$

- Ta ločljivost nam omogoča nastavljanje tudi zadnje spremenljive dekade R_A .

- Standardna negotovost mostiča **zaradi ločljivosti ničelnega indikatorja** je enaka:

$$w_q = \frac{\delta_q}{2\sqrt{3}} = 2,88 \cdot 10^{-5} \text{ in je zanemarljiva } (w_q \leq w_0(R_x)/5)$$

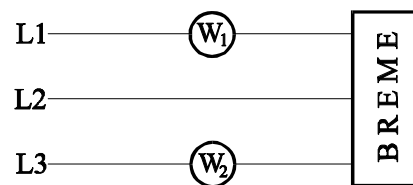
- Standardna negotovost mostiča **zaradi negotovosti upornosti** je enaka:

$$w_0(R_x) = \sqrt{w^2(R_N) + w^2(R_A) + w^2(R_B)} = \sqrt{\frac{m^2(R_N)}{3} + \frac{m^2(R_A)}{3} + \frac{m^2(R_B)}{3}} = 3 \cdot 10^{-4}$$

- V skupni standardni negotovosti upoštevamo ločljivost spremenljive dekade:

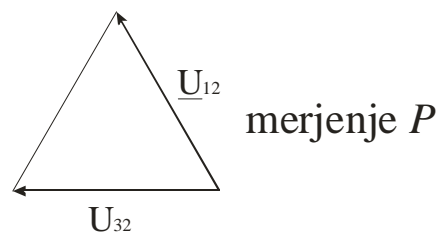
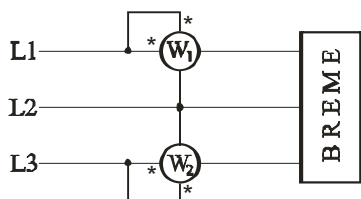
$$w(R_x) = \sqrt{w_0^2(R_x) + \left(\frac{\delta_b}{2\sqrt{3}} \right)^2} = 3,055 \cdot 10^{-4} \rightarrow 3,1 \cdot 10^{-4}$$

3. Dopolnite vezje za merjenje delovne oziroma jalove moči! Narišite pripadajoča fazorska diagrama in izpeljite enačbi za P in Q !



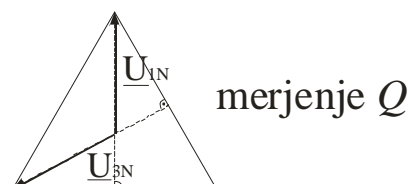
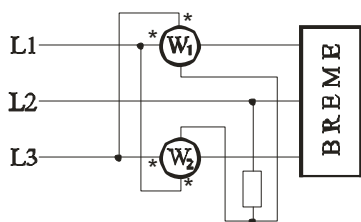
Rešitev:

- Vezje za merjenje delovne moči.



$$\begin{aligned}
 P &= \overline{u_A i_1} + \overline{u_B i_2} + \overline{u_C i_3} = \overline{u_A i_1} + \overline{u_B (-i_1 - i_3)} + \overline{u_C i_3} = \\
 &= \overline{(u_A - u_B) i_1} + \overline{(u_C - u_B) i_3} = \overline{u_{12} i_1} + \overline{u_{32} i_3} = P_{W1} + P_{W2}
 \end{aligned}$$

- Vezje za merjenje jalove moči.



$$Q = \frac{1}{2} \text{Im} \{ \underline{U}_{1N} \cdot \underline{I}_1^* + \underline{U}_{2N} \cdot \underline{I}_2^* + \underline{U}_{3N} \cdot \underline{I}_3^* \}$$

- Ker je v trivodnem sistemu vsota tokov nič, lahko zapišemo $\underline{I}_2^* = -(\underline{I}_1^* + \underline{I}_3^*)$ in jalovo moč izrazimo s: $Q = \frac{1}{2} \text{Im} \{ (\underline{U}_{1N} \cdot -\underline{U}_{2N}^*) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_{3N} \cdot -\underline{U}_{2N}^*) \underline{I}_3^* \}$

- Pri simetričnem napajanju zapišemo za napetost med fazama 1 in 2:

$$\underline{U}_{1N} \cdot -\underline{U}_{2N}^* = \underline{U}_{12} = \sqrt{3} \underline{U}_{3N} e^{-j90^\circ}$$

- in za napetost med fazama 3 in 2: $\underline{U}_{3N} \cdot -\underline{U}_{2N}^* = \underline{U}_{32} = \sqrt{3} \underline{U}_{1N} e^{j90^\circ}$

- Skupno jalovo moč merimo z dvema vatmetroma:

$$Q = \frac{1}{2} \text{Im} \{ \sqrt{3} \underline{U}_{3N} e^{-j90^\circ} \underline{I}_1^* + \sqrt{3} \underline{U}_{1N} e^{j90^\circ} \underline{I}_3^* \} .$$

$$Q = \sqrt{3} \frac{1}{2} \text{Re} \{ -\underline{U}_{3N} \underline{I}_1^* + \underline{U}_{1N} \underline{I}_3^* \} = \sqrt{3} (-P_{W1} + P_{W2}).$$

4. Prikazovalnik univerzalnega elektronskega števca kaže pri merjenju periode signala $24,03\mu\text{s}$. Kaj kaže prikazovalnik, če merimo frekvenco istega signala s časom merjenja $T_M = 100\text{ms}$?

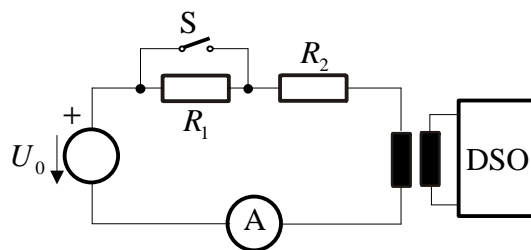
Rešitev:

- Če kaže števec $24,03\mu\text{s}$, potem pomeni, da je perioda signala nekje na intervalu $[24,025\mu\text{s}, 24,035\mu\text{s})$.
- To ustreza frekvencam na intervalu $(41,605\text{kHz}, 41,623\text{kHz}]$.
- Ker je čas merjenja T_M enak 100ms , je kvantizacijski pogrešek oziroma ločljivost pri merjenju frekvence:

$$M_f = \frac{1}{T_M} = 10\text{Hz},$$

- zato kaže števec vrednosti $41,61\text{kHz}$ ter $41,62\text{kHz}$.

5. Z danim vezjem moremo izmeriti medsebojno induktivnost. Razložite metodo in izpeljite enačbo za merjeno veličino! DSO omogoča merjenje temenske, efektivne in srednje vrednosti napetosti.



Rešitev:

- Medsebojna induktivnost med dvema **magnetno sklopljenima** krogoma je **razmerje** med **inducirano napetostjo** v enem krogu in **časovnim odvodom toka** v drugem krogu.

$$u_i = M_x \frac{di}{dt}$$

- Za dano vezje in uporabljeni DSO, kjer smo uporabili funkcijo merjenja srednje vrednosti napetosti, zapišemo:

$$\int_{t_1}^{t_2} u_i dt = M_x \int_{I_1}^{I_2} di \Rightarrow M_x \cdot \Delta I = \bar{U} \cdot T_M$$

- Tokova I_1 in I_2 tečeta pred in po sklenitvi stikala S. Bistvena je samo razlika tokov, ki ju merimo z ampermetrom.
 - Integral napetostnega impulza inducirane napetosti določimo preko srednje vrednosti napetost na DSO.
- Medsebojna induktivnost je enaka:

$$M_x = \frac{\bar{U} \cdot T_M}{\Delta I}$$