

6. MERILNI MOSTIČI IN KOMPENZATORJI



Pri merilnih mostičih in kompenzatorjih **primerjamo neznano** veličino **z znano**.

Dosegajo se **velike točnosti** merjenja:

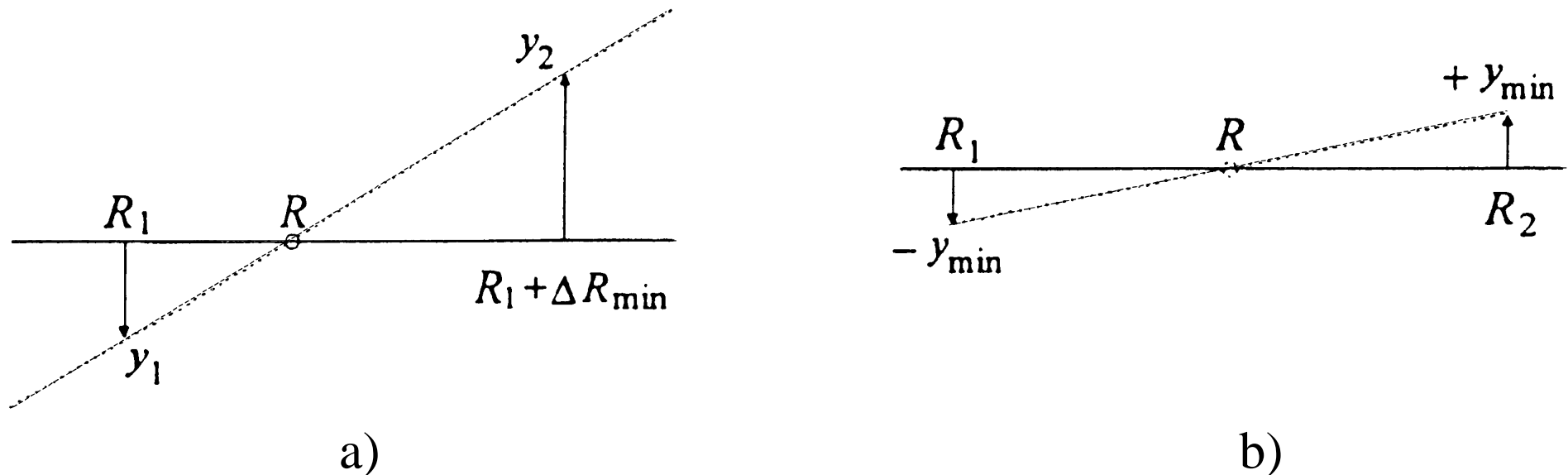
- **Wheatstonov mostič:**
 - ohmske upornosti,
- **izmenični mostič:**
 - induktivnosti,
 - medsebojne induktivnosti,
 - kapacitivnosti,
 - faktor izgub,
 - frekvence itn.
- **enosmerni kompenzator:**
 - enosmerne napetosti,
- **izmenični kompenzator:**
 - izmenične napetosti.





Z odklonskim instrumentom – **ničelnim indikatorjem** – le ugotavljamo izenačenje - **ravnovesno stanje**.

- ni potrebna točnost temveč zadostna **občutljivost!**

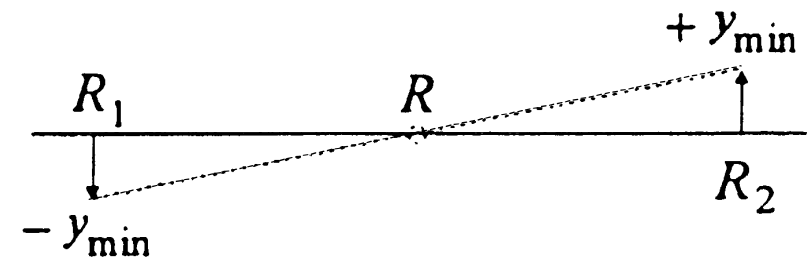
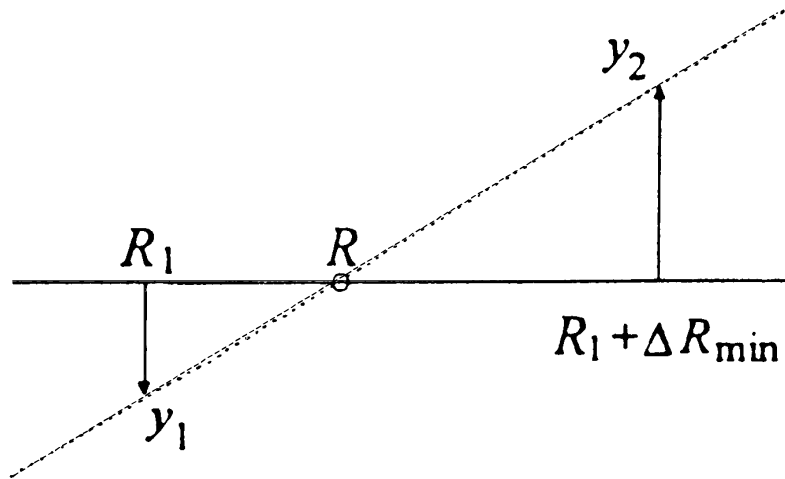


Slika 6.1 Prevelika in premajhna občutljivost

- Če je **občutljivost prevelika**, težko vzpostavimo ravnovesje – **z linearno interpolacijo**:

$$\frac{R - R_1}{y_1} = \frac{\Delta R_{\min}}{y_1 + y_2} \Rightarrow R = R_1 + \frac{y_1}{y_1 + y_2} \Delta R_{\min}$$





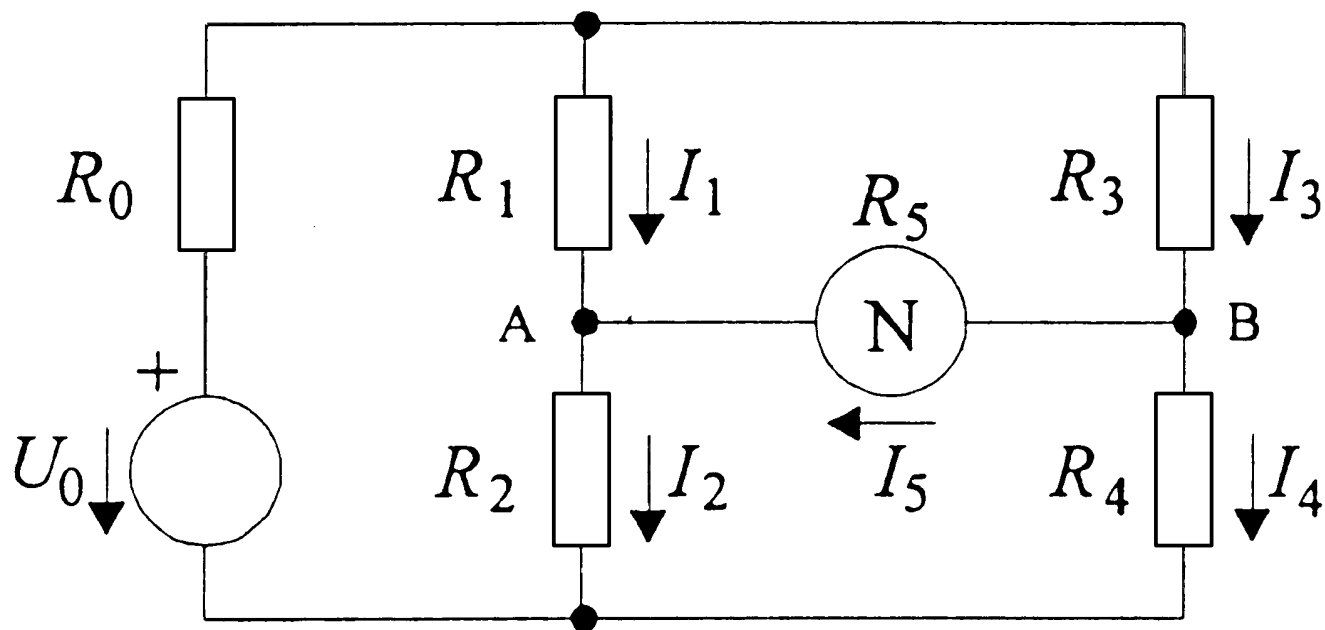
- Če je občutljivost premajhna, ne zaznamo majhnih sprememb (npr. $(\Delta R)_q \approx R_2 - R_1$ - v ravnovesju).
- ločljivost naprave in standardna negotovost:

$$u(R)_q = \frac{(\Delta R)_q}{2\sqrt{3}} - \text{čim manjša proti } u_c(R_x)$$





6.1 Wheatstonov mostič



Slika 6.2 Wheatstonov mostič

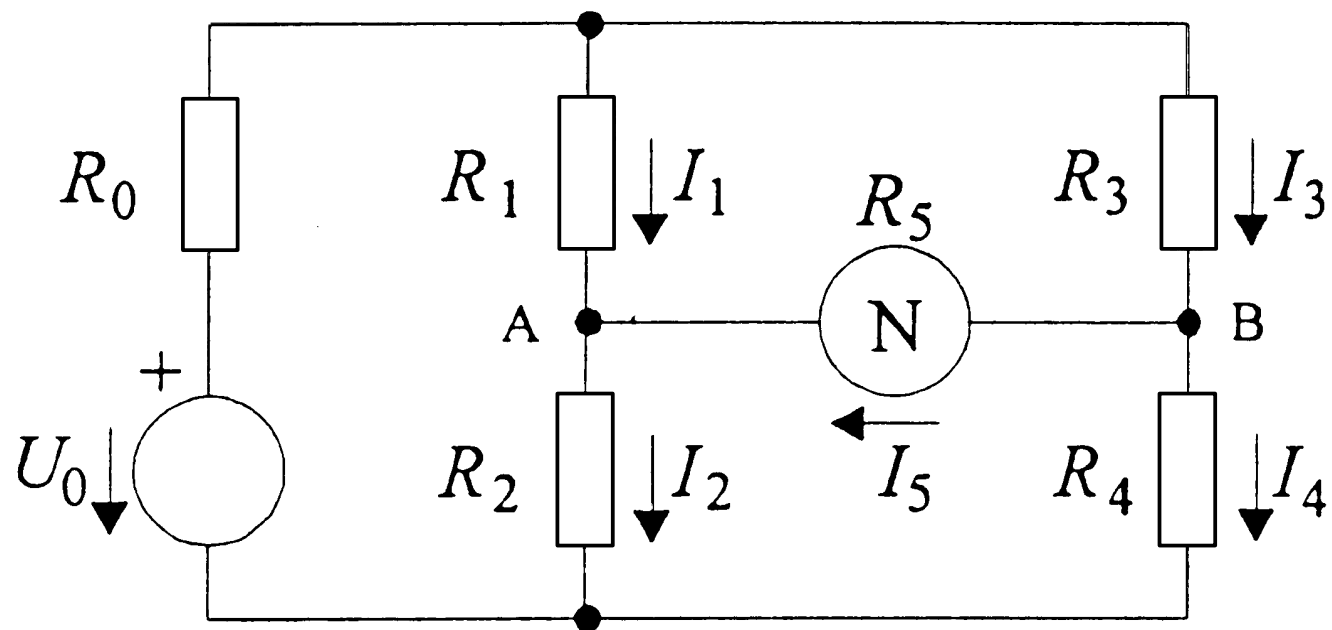
Sestavljajo ga:

- **štirje** v zanko vezani **upori**,
- v eno **diagonalo** je priključen enosmerni napetostni (tokovni) **vir**,
- v drugo pa **ničelni indikator**.





Uravnovešen Wheatstonov mostič



Ravnovesna enačba:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4}$$

ali $R_1 R_4 = R_2 R_3$

Če v diagonali A-B ne teče tok $I_5 = 0$, je mostič v ravnovesju:

- enakost napetosti: $I_1 R_1 - I_3 R_3 = 0$ in $I_2 R_2 - I_4 R_4 = 0$
- enakost tokov: $I_1 = I_2$ in $I_3 = I_4$





Lastnosti uravnovešenega Wheatstonovega mostiča:

- ena od štiri uporosti je **merjena veličina** (ponavadi R_1),
 - **poznati** moramo R_2 in **stalno razmerje** R_3 in R_4 :

$$R_1 = R_2 \left(\frac{R_3}{R_4} \right)$$

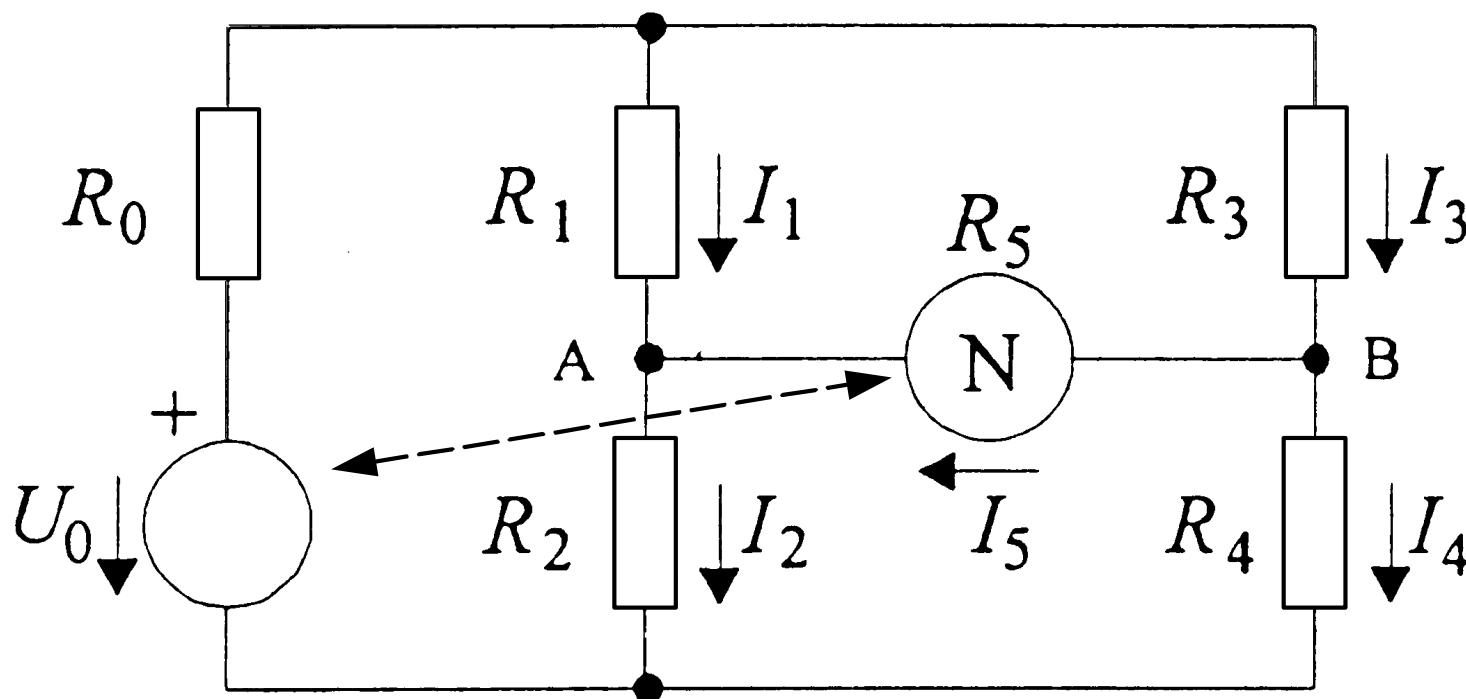
- ali R_3 in stalno razmerje R_2 in R_4 :

$$R_1 = R_3 \left(\frac{R_2}{R_4} \right)$$

- notranja napetost U_0 in upornost R_0 napajalnega vira **ne vplivata na ravnovesje**,



- če je mostič v ravnovesju, je **v ravnovesju tudi mostič z zamenjanima položajema** napetostnega vira in ničelnega indikatorja.



Slika 6.2 Wheatstonov mostič



Odklonski Wheatstonov mostič

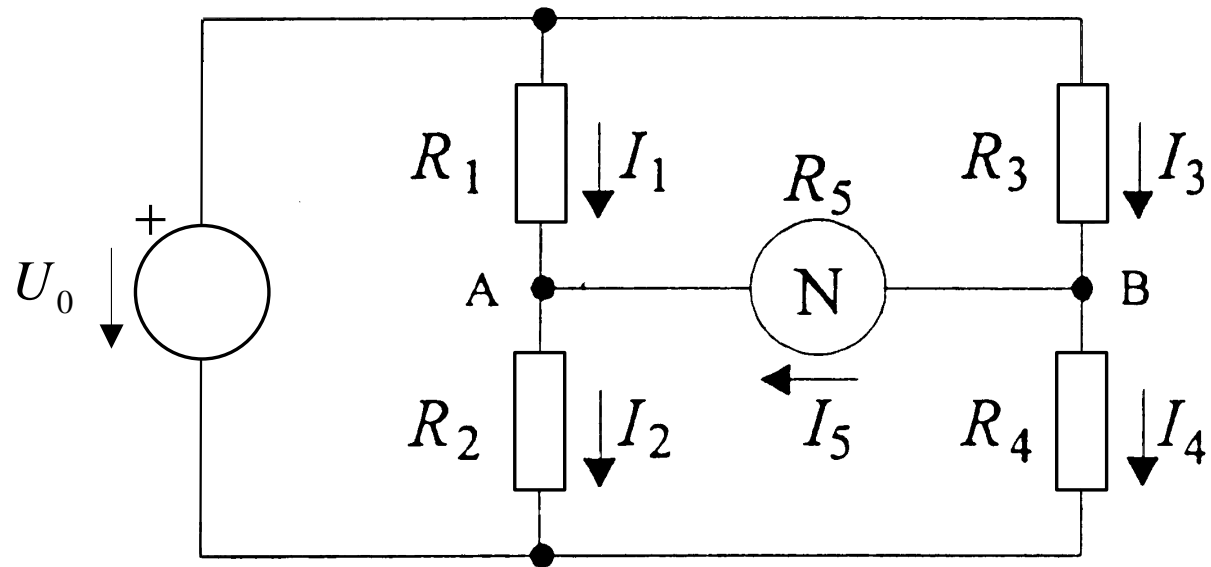
Odklon indikatorja je sorazmeren merjeni veličini.

- **pretvornik** merjene veličine v **enosmerno napetost**,

Uporabljamo ga za kontinuirno merjenje **spremenljivih uporov**:

- uporovni lističi za merjenje sile,
- uporovni termometri itn.





Štirje tipi odklonskega mostiča:

- **četrtnski**,
 - spreminja se upornost ene veje,
- **dvočetrtnski**,
 - spreminjata se upora dveh **nasprotnih** vej **v istem smislu**: (R_1 in R_4 ali R_2 in R_3)

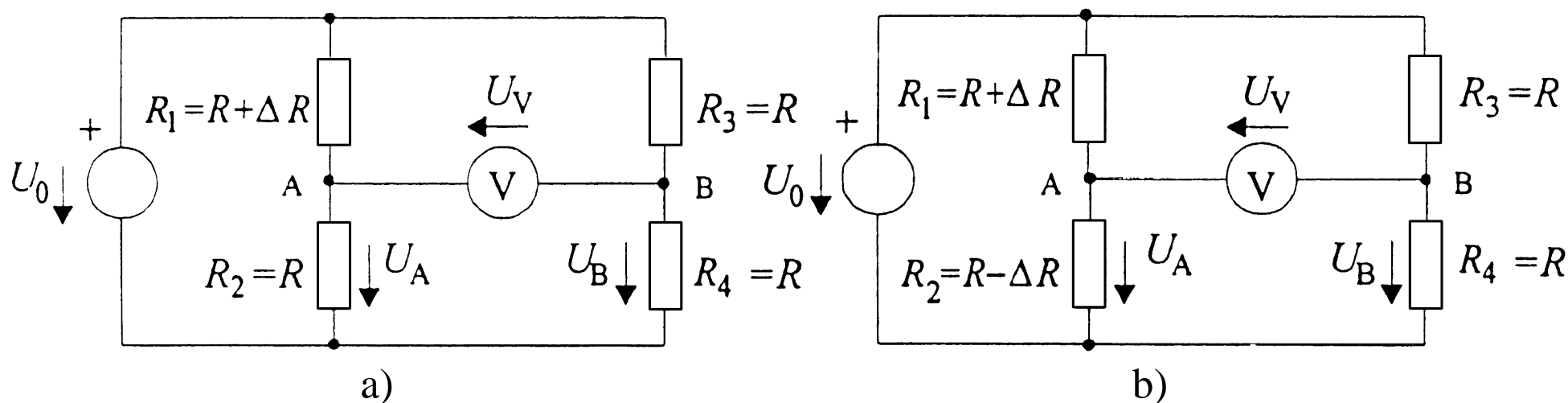




- **polovični,**
 - spreminjata se upora dveh **sosebnih** vej
(R_1 in R_2 ali R_3 in R_4)
v nasprotnem smislu: $\Delta R_1 = -\Delta R_2$

- **polni mostič:**

- spreminjajo se **vsi štirje upori:**
 - **diametralna dva v isto smer** in **druga diametralna dva v nasprotno smer.**



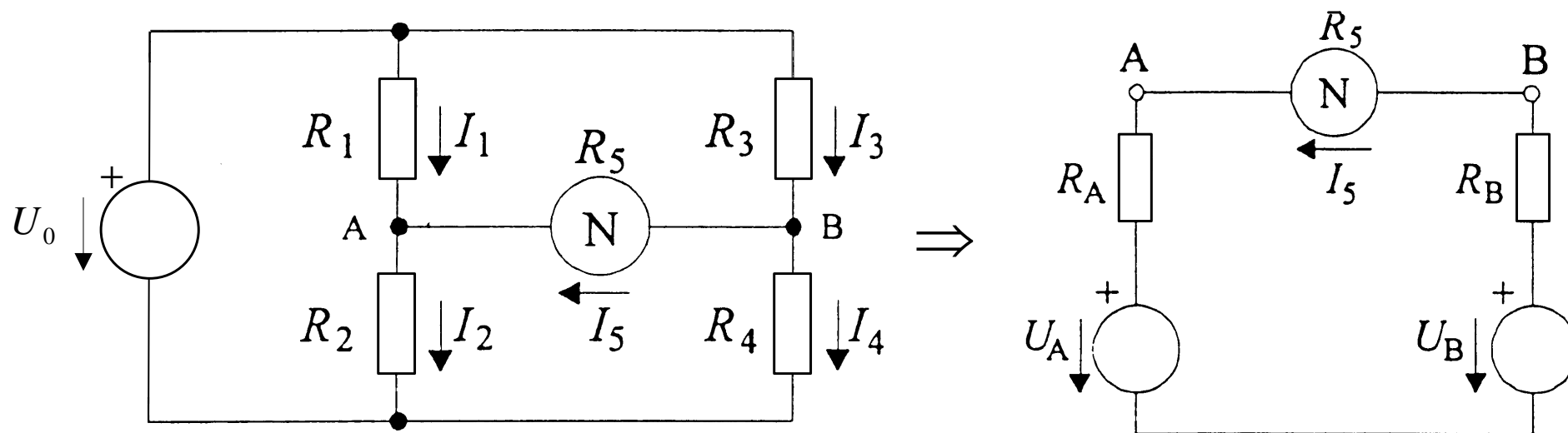
Slika 6.3 Odklonski Wheatstonov mostič (četrtnski in polovični)





Navadno je **upornost voltmetra zelo velika** in je **izhodna napetost**:

$$U_V = U_B - U_A = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4} - U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$

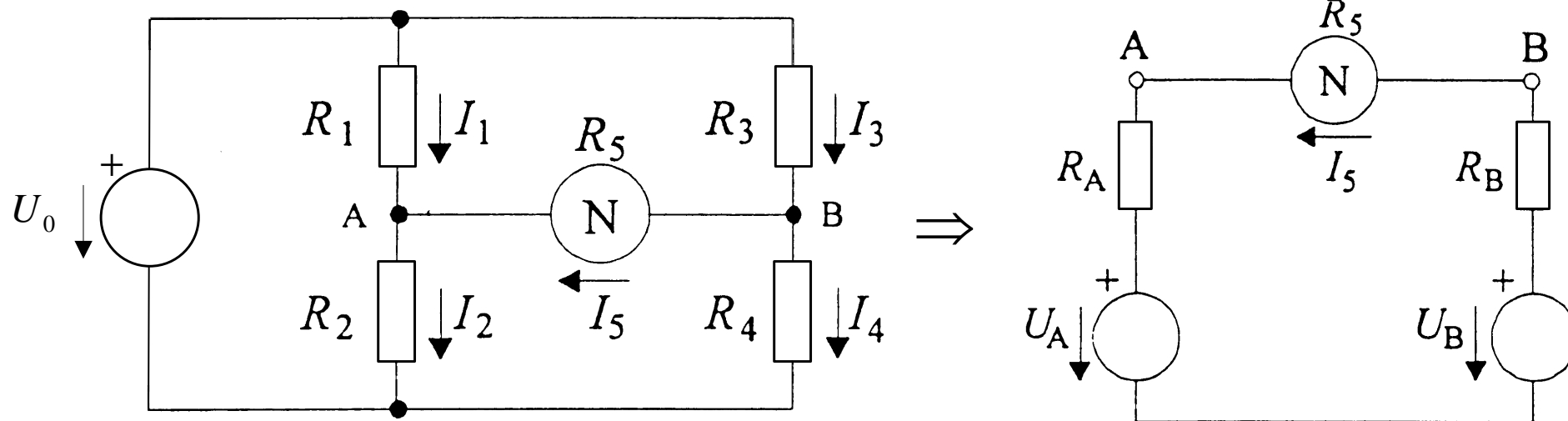


Slika 6.4 Nadomestno vezje za mostič z idealnim napetostnim virom

Nadomestni napetosti sta:

$$U_A = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad ; \quad U_B = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$



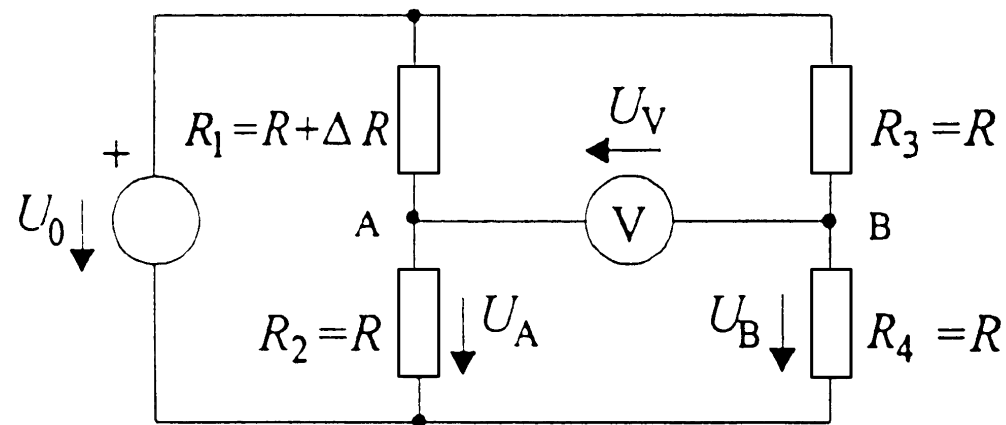


Slika 6.4 Nadomestno vezje za mostič z idealnim napetostnim virom

Diagonalna (izhodna) napetost mostiča **pri pogoju**
 $R_5 \gg R_1, R_2, R_3, R_4!$ je:

$$U_V = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} - \text{izhodiščna enačba}$$





Četrtnski mostič:

- če so v izhodišču vse štiri **upornosti enake**, je izhodna napetost **četrtnskega** mostiča:

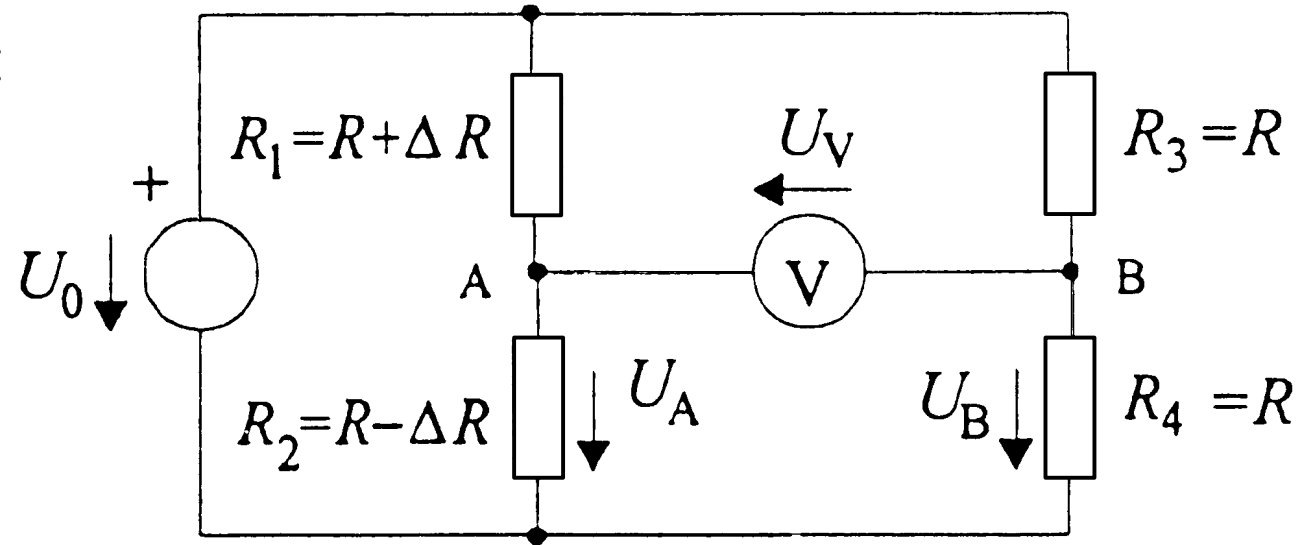
$$U_V = U_0 \frac{(R + \Delta R)R - R^2}{(2R + \Delta R)2R} \quad \text{oz.} \quad U_V = \frac{1}{4} U_0 \frac{\Delta R/R}{1 + \frac{1}{2} \Delta R/R}$$

- če so spremembe majhne, je **linearna odvisnost**:

$$\frac{\Delta R}{R} \ll 1 \quad \Rightarrow \quad U_V \approx \frac{1}{4} U_0 \frac{\Delta R}{R}$$



Poloviční mostič:



Slika 6.3b Odklonski poloviční Wheatstonov mostič

$$U_V = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

- Dobimo **linearno karakteristiko** neodvisno od spremembe upornosti:

$$U_V = U_0 \frac{(R + \Delta R) R - R (R - \Delta R)}{(R + \Delta R + R - \Delta R) (R + R)} \quad U_V = \frac{1}{2} U_0 \frac{\Delta R}{R}$$

Če uporabljamo za **napajanje** mostičev **tokovni vir** (tok mostiča I_0 je stalen), se **linearnost mostičev izboljša!**



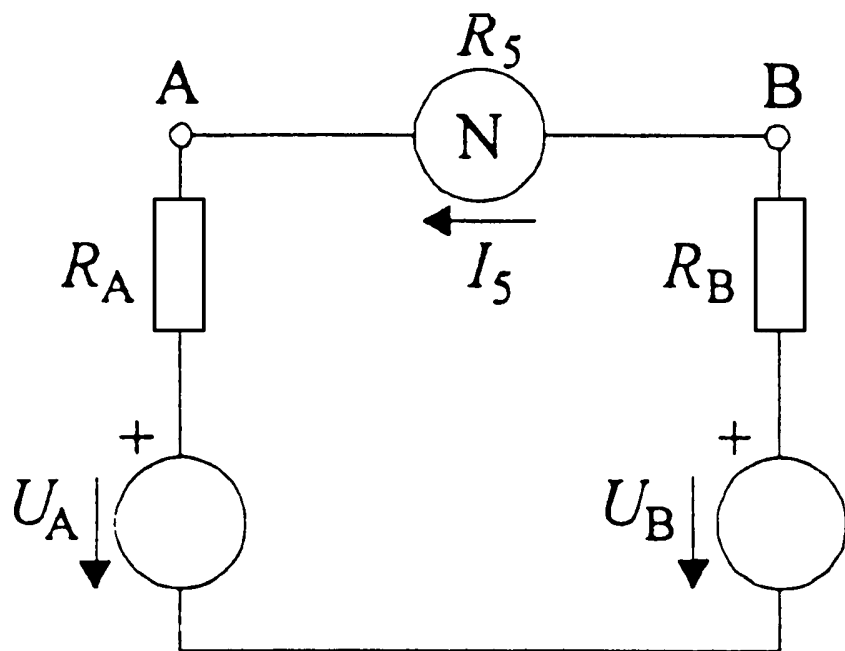


Ločljivost mostiča

Zanima nas, kako sta **povezani relativna ločljivost** pri določanju vrednosti upora R_1 in **ločljivost ničelnega indikatorja** (npr.: ΔI_5)

$$\Delta R_1 / R_{10} \leftrightarrow \Delta I_5$$

Tok I_5 ničelnega indikatorja



Nadomestni napetosti sta:

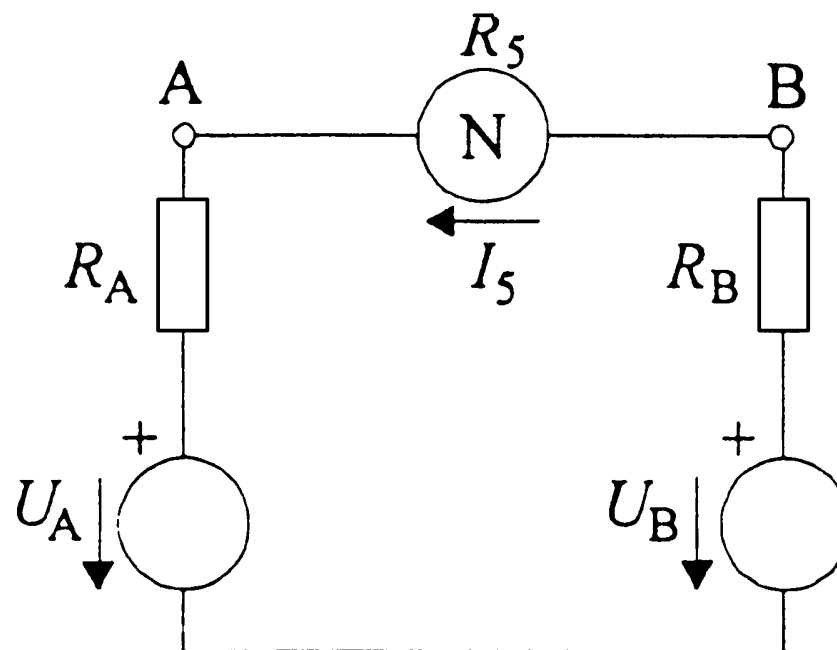
$$U_A = U_0 \frac{R_2}{R_1 + R_2} ; U_B = U_0 \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

Nadomestni upornosti sta:

$$R_A = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} ; R_B = \frac{R_3 R_4}{R_3 + R_4}$$

Slika 6.4 Nadomestno vezje za mostič z idealnim napetostnim virom





Tok ničelnega indikatorja z R_5 : $I_5 = \frac{U_B - U_A}{R_A + R_B + R_5} \Rightarrow$

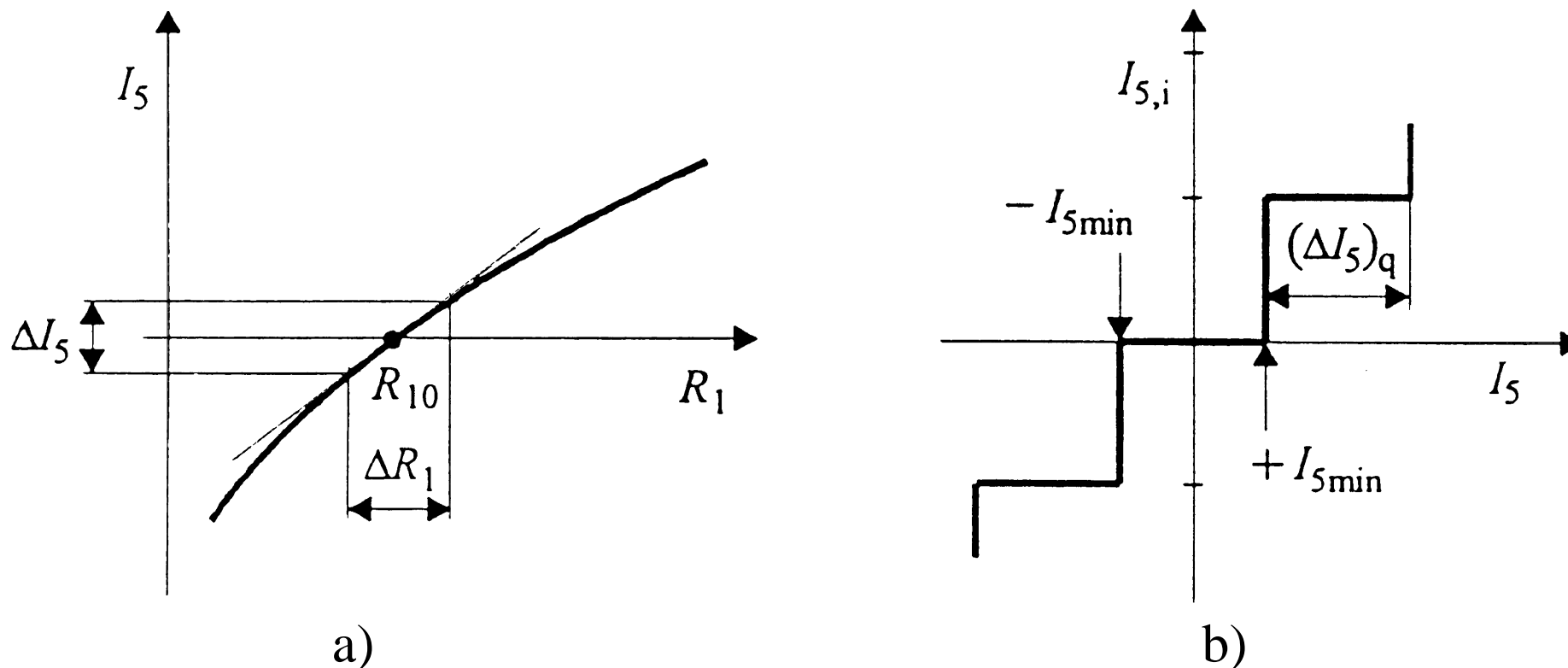
$$I_5 = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_5 (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}$$





$$I_5 = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_5 (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}$$

Spreminjanje toka I_5 v odvisnosti od R_1 v ravnovesni legi:



Slika 6.5 Tok ničelnega indikatorja v odvisnosti od upornosti R_1 in njegova ločljivost

Če je tok $I_5 = 0$, je **ravnovesje**: $R_1 = R_{10} = \frac{R_2 R_3}{R_4}$





$$I_5 = U_0 \frac{R_1 R_4 - R_2 R_3}{R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_5 (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)}$$

Sprememba toka v ravnovesni legi:

$$\left(\frac{dI_5}{dR_1} \right)_{R_{10}} = \frac{U_0 R_4}{R_{10} R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_{10} + R_2) + R_5 (R_{10} + R_2) (R_3 + R_4)}$$
$$\frac{\Delta I_5}{\Delta R_1} = \frac{U_0}{R_{10} [R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 (R_{10}/R_2 + 2 + R_2/R_{10})]}$$

Občutljivost mostiča v okolici ravnovesne lege:

$$S = \frac{\Delta I_5}{\Delta R_1 / R_{10}} = \frac{U_0}{R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 (R_{10}/R_2 + 2 + R_2/R_{10})}$$

- **odvisna od:**
 - **napetosti U_0 ,**
 - **in vseh upornosti mostiča vključno z R_5**





Kolikšna relativna upornost $\Delta R_1/R_{10}$ spremeni tok ničelnega indikatorja za ΔI_5 ?

in obratno:

Kako veliko relativno spremembo upornosti zaznamo s spremembo toka ničelnega indikatorja za ΔI_5 ?

$$\frac{\Delta R_1}{R_{10}} = \frac{\Delta I_5}{U_0} \left[R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}} \right) \right]$$

Če je ΔI_5 enaka ločljivosti ničelnega indikatorja $(\Delta I_5)_q$, dobimo (relativno) ločljivost Wheatstonovega mostiča:

$$\delta_q = \frac{(\Delta R_1)_q}{R_{10}} = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} \left[R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}} \right) \right]$$

• **odvisna od:**

- napetosti U_0 ,
- vseh upornosti mostiča vključno z R_5 ,
- in ločljivosti ničelnega indikatorja!





Ločljivost Wheatstonovega mostiča:

$$\delta_q = \frac{(\Delta R_1)_q}{R_{10}} = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} \left[R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}} \right) \right]$$

**Iz ločljivosti mostiča izvira (relativna)
standardna negotovost:**

$$w(R_1)_q = \frac{u(R_1)_q}{R_{10}} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \frac{(\Delta R_1)_q}{R_{10}} = \frac{\delta_q}{2\sqrt{3}}$$





Ali drugače izpeljano:

- če ne zaznamo manjšega toka kot $\pm I_{5\min}$ imamo v poleg $R_1 = R_2 R_3 / R_4$ še nek majhen delež $(\Delta R_1)_q$ zaradi ločljivosti ničelnega indikatorja $(\Delta I_5)_q$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} + (\Delta R_1)_q$$

$$R_1 = \frac{R_2 R_3}{R_4} + \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0 R_4} [R_1 R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (R_1 + R_2) + R_5 (R_1 + R_2) (R_3 + R_4)]$$

$R_1 = R_2 R_3 / R_4$ je ideal, ki se mu z eksperimentom samo približamo (ker $(\Delta I_5)_q$ ni nič, tudi $(\Delta R_1)_q$ ni nič!)

- vzpostavimo le **približno ravnovesje mostiča.**





Ločljivost lahko izrazimo tudi z **mostičnimi razmerji**:

$$\left. \begin{array}{l} R_2 = mR_{10}, \\ R_3 = nR_{10}, \\ R_5 = pR_{10} \end{array} \right\} \Rightarrow R_4 = mnR_{10},$$

Ločljivost mostiča:

$$\delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} R_{10} [1 + m + n + mn + p(m^{-1} + 2 + m)]$$





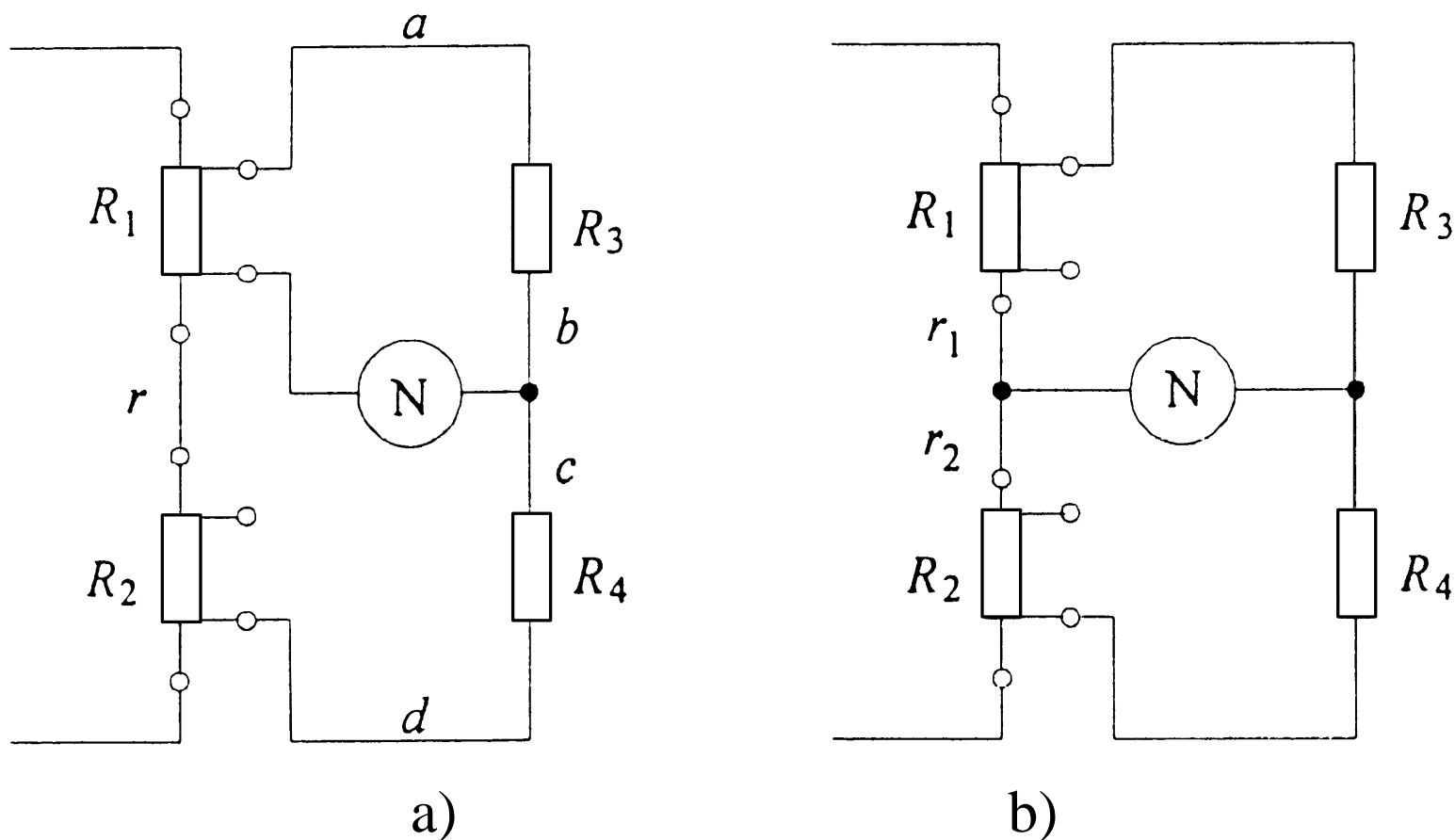
Merilno območje Wheatstonovega mostiča:

- **zgornja meja:** $\approx 10\text{M}\Omega$,
 - z uporabo elektronskih ničelnih indikatojev – večja občutljivost - se lahko zviša do $\approx 1\text{G}\Omega$,
- **spodnja meja:** $\approx 0,1\Omega$,
 - odvisna od upornosti veznih žic.





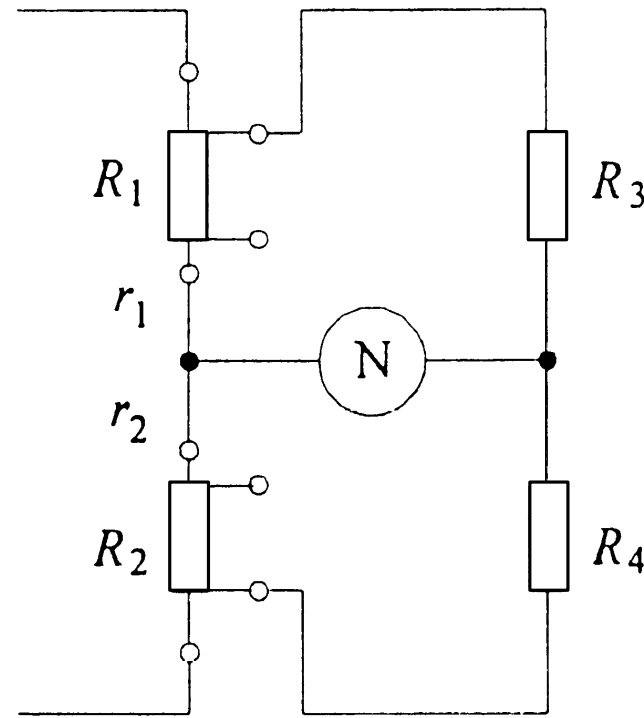
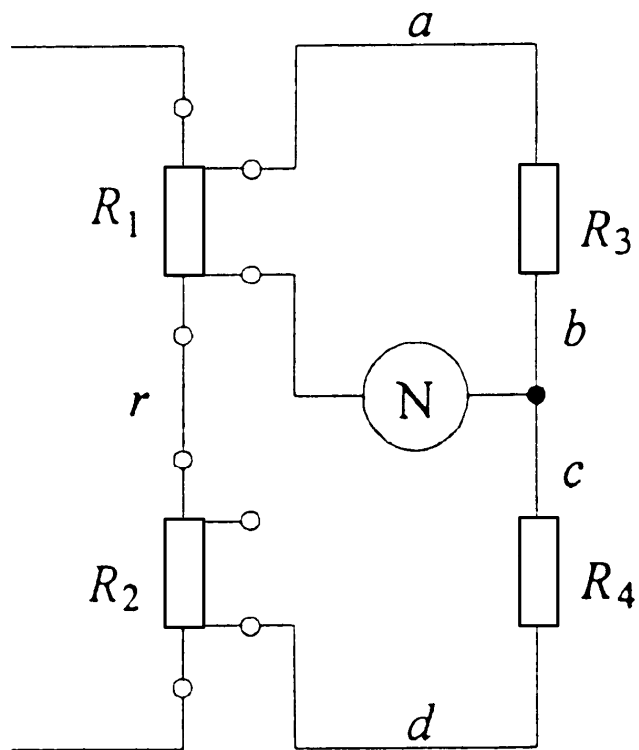
Primer znižanja spodnje meje na $\approx 0,01\Omega$:



Slika 6.6 Na spodnji meji merilnega območja

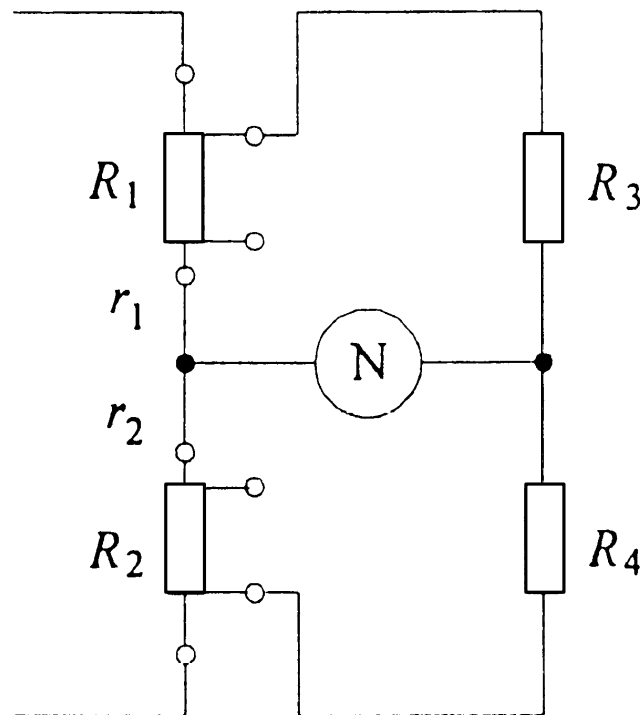
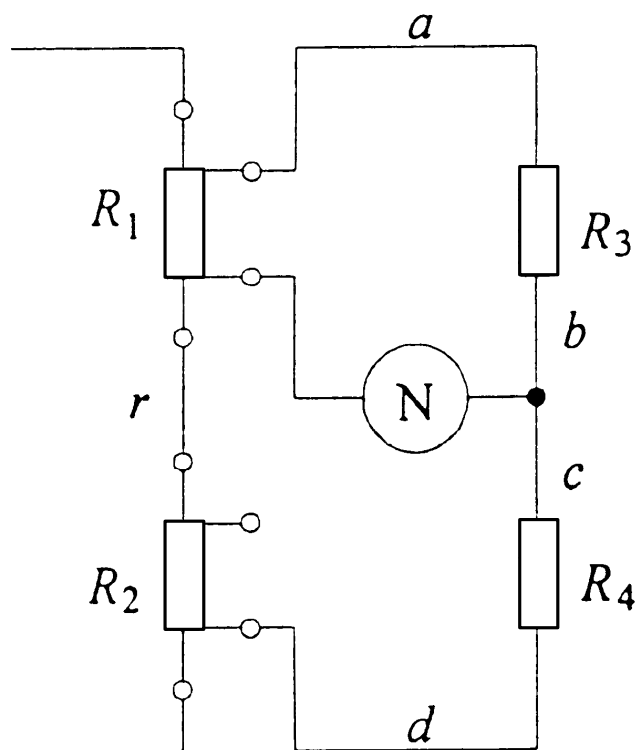
Mostič (a) je v ravnovesju pri:
$$R_1 = (R_2 + r) \frac{R_3 + a + b}{R_4 + c + d}$$





- če želimo **upore veznih žic zanemariti**, mora veljati:
 $R_2 \gg r, \quad R_3 \gg a + b \quad \text{in} \quad R_4 \gg c + d$
 - $R_3, R_4 > 100\Omega \gg (a + b), (c + d) \approx 10\text{m}\Omega$
- ker je $R_2 \approx R_1$, upornost r **ni zanemarljiva**,
 - razbijemo jo v **dva dela**: $r_1 : r_2 = R_3 : R_4$





Ravnovesna enačba: $R_1 + r_1 = (R_2 + r_2) \frac{R_3}{R_4}$

$$\text{oz.: } R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} + r_2 \left(\frac{R_3}{R_4} - \frac{r_1}{r_2} \right) \rightarrow = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

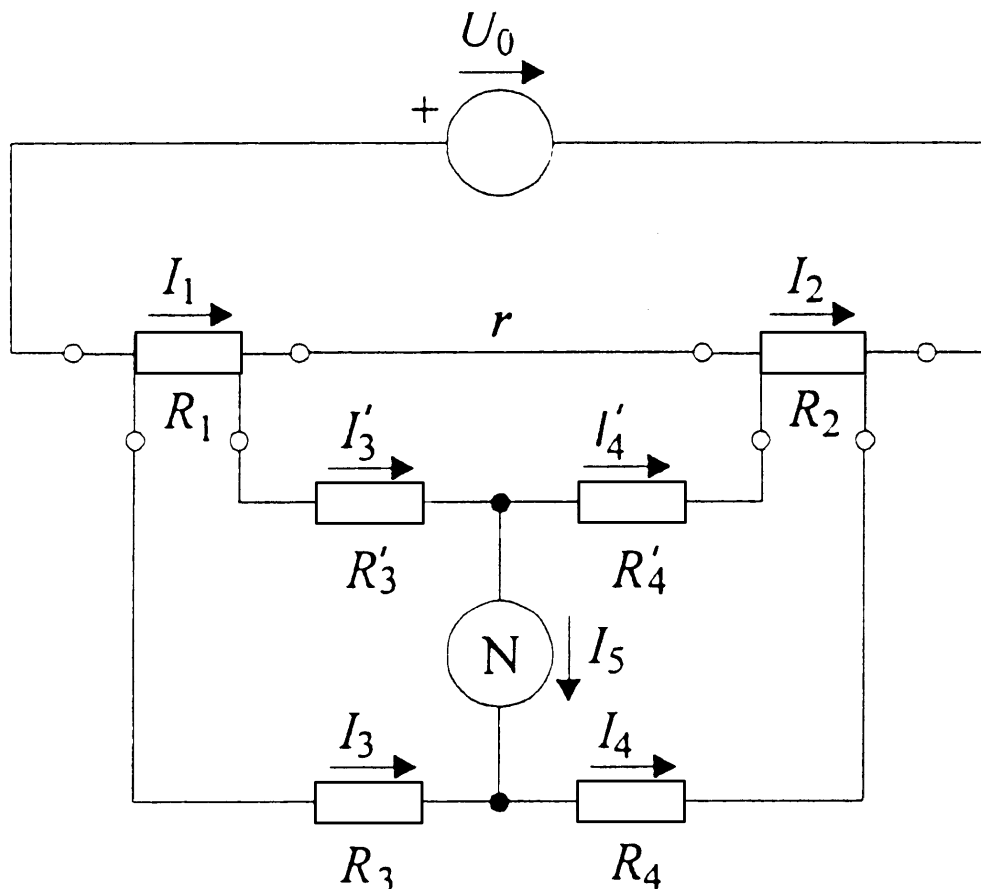
Ta ideja je realizirana z **dvojnim mostičem**, ki ga je vpeljal **Thomson** (kasneje **lord Kelvin**).





6.2 Thomsonov (Kelvinov) mostič

Uporablja se za merjenje upornosti od $0,1\mu\Omega$ do 1Ω .



Slika 6.7 Thomsonov (Kelvinov) mostič

- v ravnovesju je $I_5 = 0$, in zapišemo:

- $I_1 R_1 + I'_3 R'_3 - I_3 R_3 = 0$

- $I_2 R_2 + I'_4 R'_4 - I_4 R_4 = 0$

- tokovni delilnik:

$$\frac{I'_3}{I_1} = \frac{r}{r + R'_3 + R'_4}$$

- enakost tokov: $I_3 = I_4$,

$$I'_3 = I'_4 \text{ in } I_1 = I_2$$

- povezava r med R_1 in R_2 je premoščena z uporoma R'_3 in R'_4 ,





Ravnovesna enačba:

$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} + \frac{r R'_4}{r + R'_3 + R'_4} \left(\frac{R_3}{R_4} - \frac{R'_3}{R'_4} \right)$$

- če je R_3/R_4 enako razmerju R'_3/R'_4 :

$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

- se ne razlikuje od enačbe za Wheatstonov mostič.
- ker absolutne enakosti razmerij ni, **enačbo uporabljamo pri nizkih r .**

O enakosti $R_3/R_4 = R'_3/R'_4$ se lahko eksperimentalno prepričamo, če vez med R_1 in R_2 prekinemo:

$$\frac{R_1 + R'_3}{R_2 + R'_4} = \frac{R_3}{R_4}$$

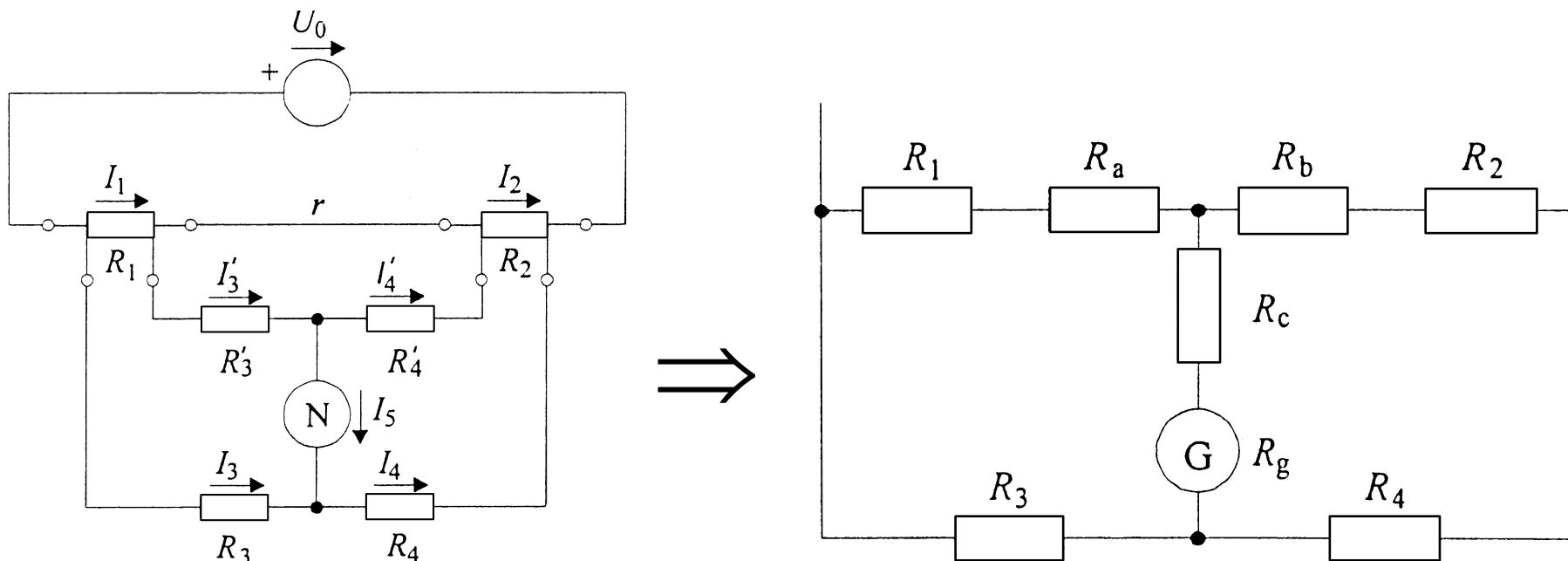
$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4} + R'_4 \left(\frac{R_3}{R_4} - \frac{R'_3}{R'_4} \right)$$





Ločljivost Kelvinovega mostiča (izpeljemo jo iz enačbe za Wheatstonov mostič):

$$\delta_q = \frac{(\Delta R_1)_q}{R_{10}} = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} \left[R_{10} + R_2 + R_3 + R_4 + R_5 \left(\frac{R_{10}}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_{10}} \right) \right]$$



Slika 6.8 Nadomestno vezje Kelvinovega mostiča

Transformacija trikot \rightarrow zvezda:

$$R_a = \frac{r R'_3}{r + R'_3 + R'_4}, \quad R_b = \frac{r R'_4}{r + R'_3 + R'_4}, \quad R_c = \frac{R'_3 R'_4}{r + R'_3 + R'_4}$$



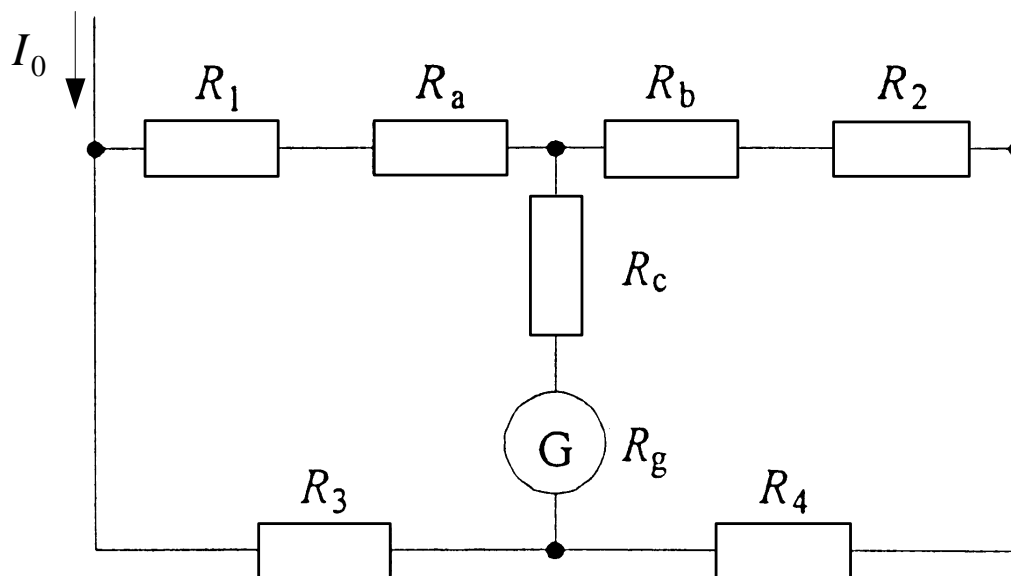


$$\delta_q = \frac{(\Delta R_1)_q}{R_{10}} = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} \left[(R_{10} + R_a) + (R_2 + R_b) + R_3 + R_4 + (R_c + R_g) \left(\frac{R_3}{R_4} + 2 + \frac{R_4}{R_3} \right) \right]$$

- $R_{10} + R_a + R_2 + R_b \ll R_3 + R_4,$
- $r \ll R'_3 + R'_4 \Rightarrow R_c = \frac{R'_3 R'_4}{R'_3 + R'_4},$
- $\left(\frac{R_3}{R_4} + 2 + \frac{R_4}{R_3} \right) = \frac{(R_3 + R_4)^2}{R_4 R_3},$
- enakost uporov: $R_3 = R'_3$, $R_4 = R'_4$

$$\delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} (R_3 + R_4) \left[2 + R_g \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4} \right]$$





Slika 6.8 Nadomestno vezje Kelvinovega mostiča

Če napajamo mostič s **stalnim tokom** I_0 :

$$\frac{U_0}{R_3 + R_4} = I_3 = I_0 \frac{R_{10} + R_a + R_2 + R_b}{R_{10} + R_a + R_2 + R_b + R_3 + R_4} \approx I_0 \frac{R_{10} + R_2}{R_3 + R_4} = I_0 \frac{R_{10}}{R_3}$$

enačba:
$$\delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} (R_3 + R_4) \left[2 + R_g \frac{R_3 + R_4}{R_3 R_4} \right]$$

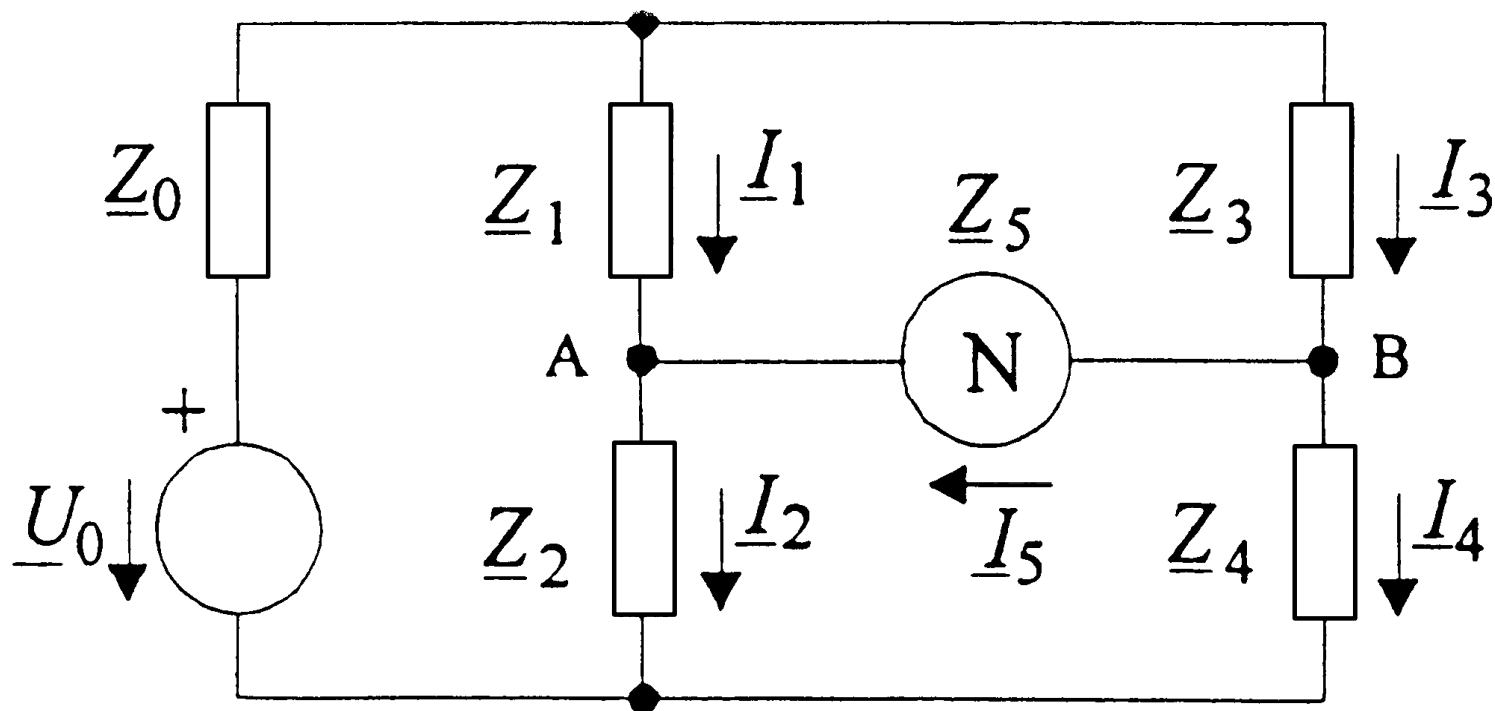
v:
$$\delta_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{I_0 R_{10}} \left[2R_3 + R_g \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right) \right] \quad \text{ali:} \quad \delta_q \underset{R_g \gg 1}{=} \frac{(\Delta U_5)_q}{I_0 R_{10}} \left(1 + \frac{R_3}{R_4} \right)$$





6.3 Izmenični mostič

Izmenični Wheatstonov mostič

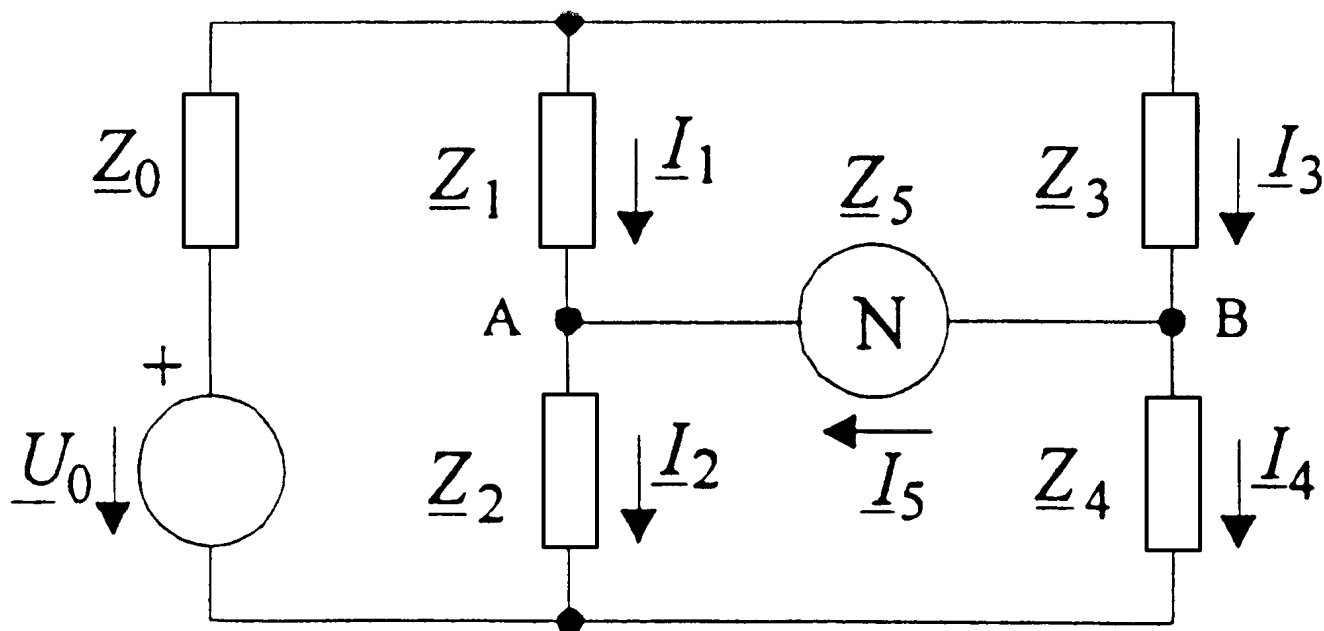


Slika 6.9 Izmenični Wheatstonov mostič

Upornosti zamenjajo impedance in vse veličine dobijo kompleksni značaj:

$$\underline{I}_1 \underline{Z}_1 - \underline{I}_3 \underline{Z}_3 = 0, \quad \underline{I}_2 \underline{Z}_2 - \underline{I}_4 \underline{Z}_4 = 0, \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_2, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_4.$$





Ravnovesna enačba:

$$\frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2} = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} \quad \text{ali} \quad \underline{Z}_1 \underline{Z}_4 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3$$

- izražena z admitancami: $\underline{Y}_1 \underline{Y}_4 = \underline{Y}_2 \underline{Y}_3$
- ali mešano: $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \underline{Y}_4$
- izražena z realnimi in imaginarnimi komp.:

$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$





Iz $(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$ sledita dva **ravnovesna pogoja**:

- **izenačitev realnega dela:**

$$R_1 R_4 - X_1 X_4 = R_2 R_3 - X_2 X_3$$

- **izenačitev imaginarnega dela:**

$$R_1 X_4 + R_4 X_1 = R_2 X_3 + R_3 X_2$$

Ravnovesna enačba v eksponentni obliki:

$$Z_1 e^{j\varphi_1} \cdot Z_4 e^{j\varphi_4} = Z_2 e^{j\varphi_2} \cdot Z_3 e^{j\varphi_3}$$

- **in ravnovesna pogoja:**

$$Z_1 \cdot Z_4 = Z_2 \cdot Z_3$$

$$\varphi_1 + \varphi_4 = \varphi_2 + \varphi_3$$

Za ravnovesje potrebujemo **dva spremenljiva elementa** (dva ravnovesna pogoja!).





$$(R_1 + jX_1)(R_4 + jX_4) = (R_2 + jX_2)(R_3 + jX_3)$$

V ravnovesnih enačbah nastopa **8 veličin**,

- **6** veličin mora biti **znanih** (nekateri so tudi nič).
- v nekaterih primerih moramo poznati tudi frekvenco.

Medsebojno neodvisno uravnovešanje dosežemo, če sta oba spremenljiva elementa **v isti veji** mostiča.

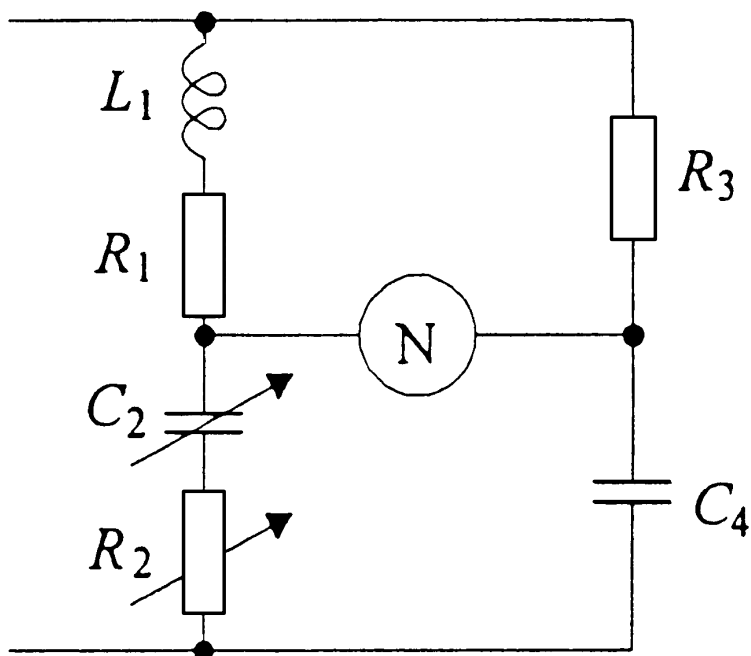




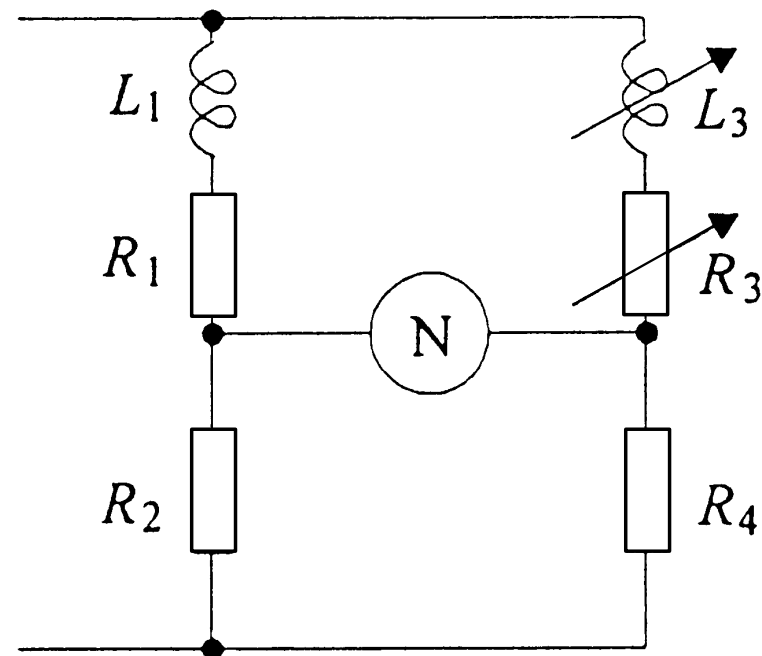
Poznamo dva tipa mostičev:

- **mostiči razmerja,**
- **mostiči produkta.**

Mostiči razmerja



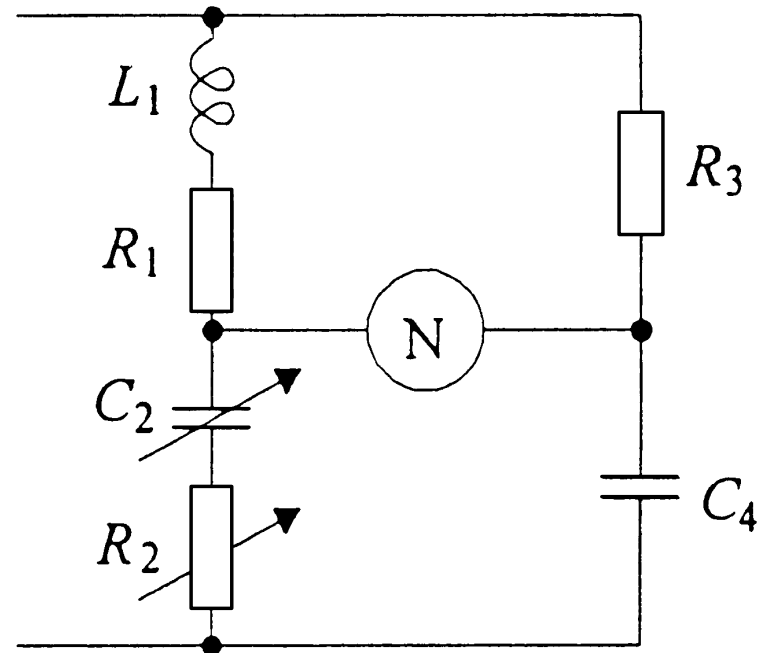
a) Owenov mostič



b) Maxwellov mostič

Slika 6.10 Mostiča razmerja



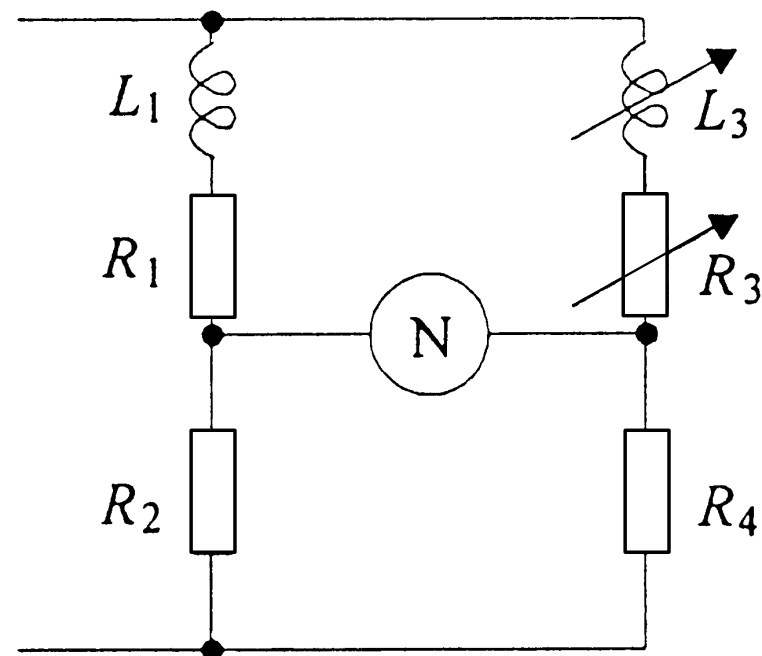


Owens mostič:

$$R_1 + j\omega L_1 = \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} \left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2} \right), \quad \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_4} = j\omega R_3 C_4$$

- **razmerje** impedanc $\underline{Z}_3/\underline{Z}_4$ je imaginarno
- z R_2 uravnovesimo **imaginarni** del \underline{Z}_1 ,
- s C_2 uravnovesimo pa **le realni** del \underline{Z}_1 .





Maxwell mostič:

$$R_1 + j\omega L_1 = \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} (R_3 + j\omega L_3) , \quad \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_4} = \frac{R_2}{R_4}$$

- **razmerje** impedanc $\underline{Z}_2/\underline{Z}_4$ je realno
- z R_3 uravnovesimo **le realni** del \underline{Z}_1 ,
- s C_3 uravnovesimo **imaginarni** del \underline{Z}_1 .

Razmerje nespremenljivih impedanc
ne sme biti kompleksno!



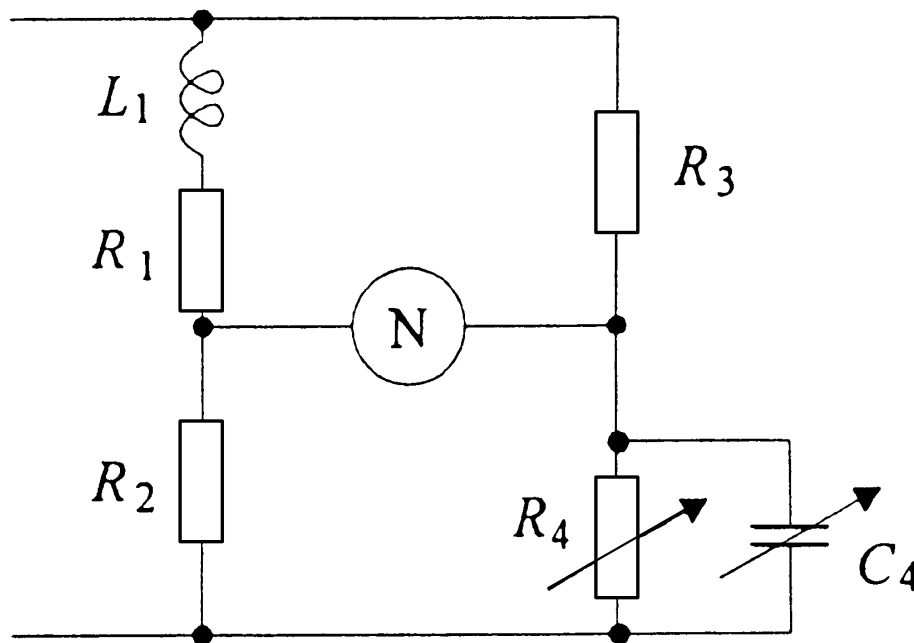


Mostiči produkta

Maxwell-Wienov mostič:

- **produkt impedanc**, ki se ne spreminjata, je **stalen**.

$$\underline{Z}_2 \underline{Z}_3 = R_2 R_3$$



- **produkt impedanc** $\underline{Z}_2 \underline{Z}_3$ je realen;
- z R_4 uravnesimo **le realni** del \underline{Z}_1 ,
- s C_4 uravnesimo **imaginarni** del \underline{Z}_1 .

$$R_1 + j\omega L_1 = \underline{Z}_2 \underline{Z}_3 \left(\frac{1}{R_4} + j\omega C_4 \right)$$

Slika 6.11 Mostič produkta

Produkt mora biti ali **realen ali imaginaren**, če želimo **medsebojno neodvisno uravnotežanje**.

- uravnotežanje hitrejše in bolj točno.



Ločljivost izmeničnega mostiča



Upornosti pri enosmernem mostiču zamenjamo **z impedancami.**

$$\underline{\delta}_q = \frac{(\Delta I_5)_q}{U_0} \left[\underline{Z}_{10} + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 + \underline{Z}_5 \left(\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_2} + 2 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_{10}} \right) \right]$$

Ker za ničelne indikatorje uporabljamo praviloma elektronske instrumente

$$\underline{Z}_5 \gg \underline{Z}_{10} + \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 + \underline{Z}_4 \Rightarrow (\Delta U_5)_q = (\Delta I_5)_q \underline{Z}_5$$

dobimo:

$$\underline{\delta}_q = \frac{(\Delta U_5)_q}{U_0} \left(\frac{\underline{Z}_{10}}{\underline{Z}_2} + 2 + \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_{10}} \right)$$

- v praksi je zanimiva le absolutna vrednost.





Merilna točnost odvisna od:

- **točnosti uporabljenih elementov,**
- **in ločljivosti,** če ni dovolj občutljiv,
- **vpliva spreminjanja elementov pri višjih frekvencah,**
 - **nezadostna izolacija,**
 - **medsebojne induktivnosti,**
 - **stresane kapacitivnosti** itn.

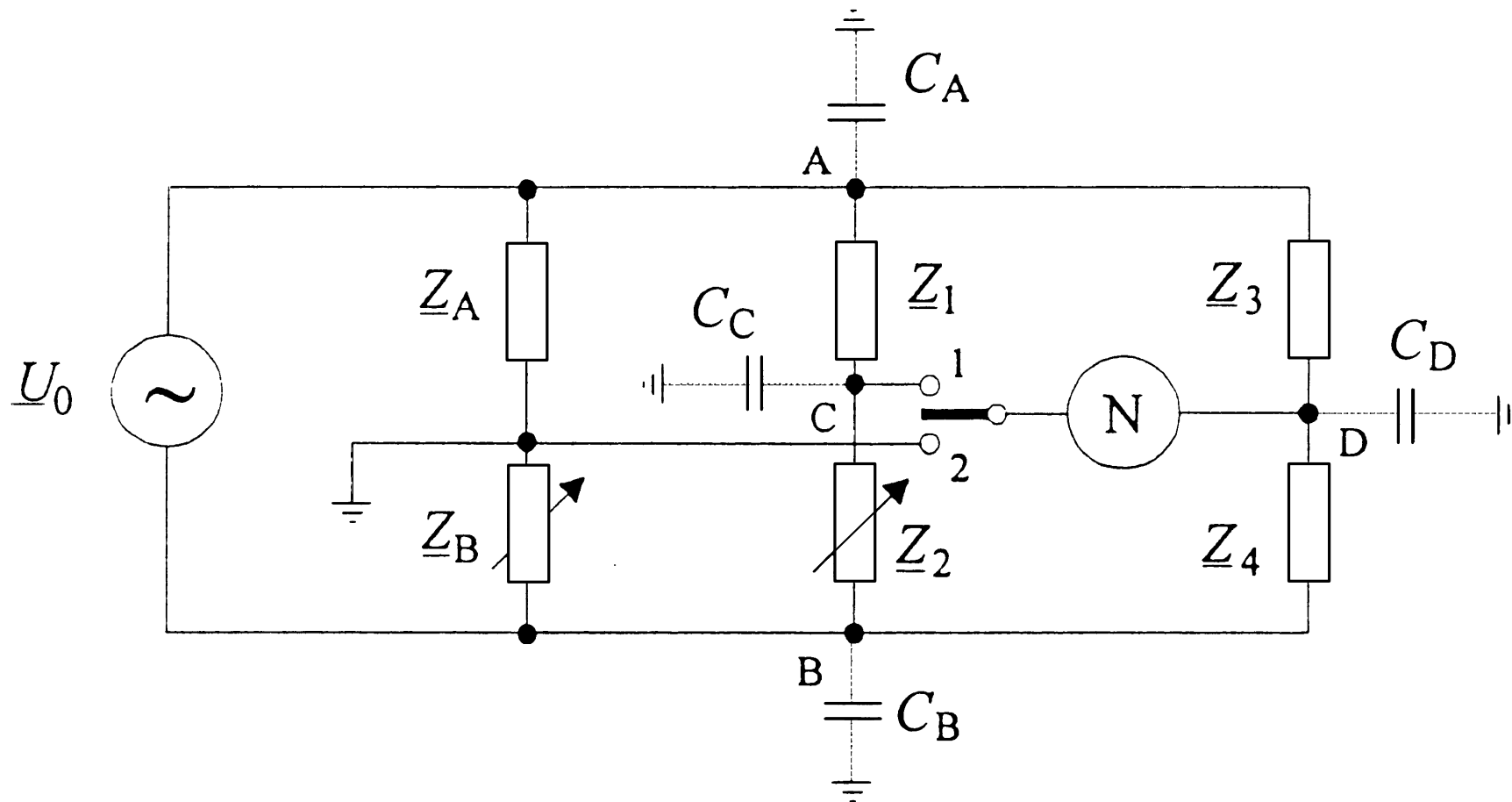
Z **oklopitevijo** lahko vplive **stresanih kapacitivnosti** zmanjšamo.

- zaradi šestih elementov in zemlje je teh kar **deset.**
- z **oklopitevijo** bolj določimo **stresane kapacitivnosti.**



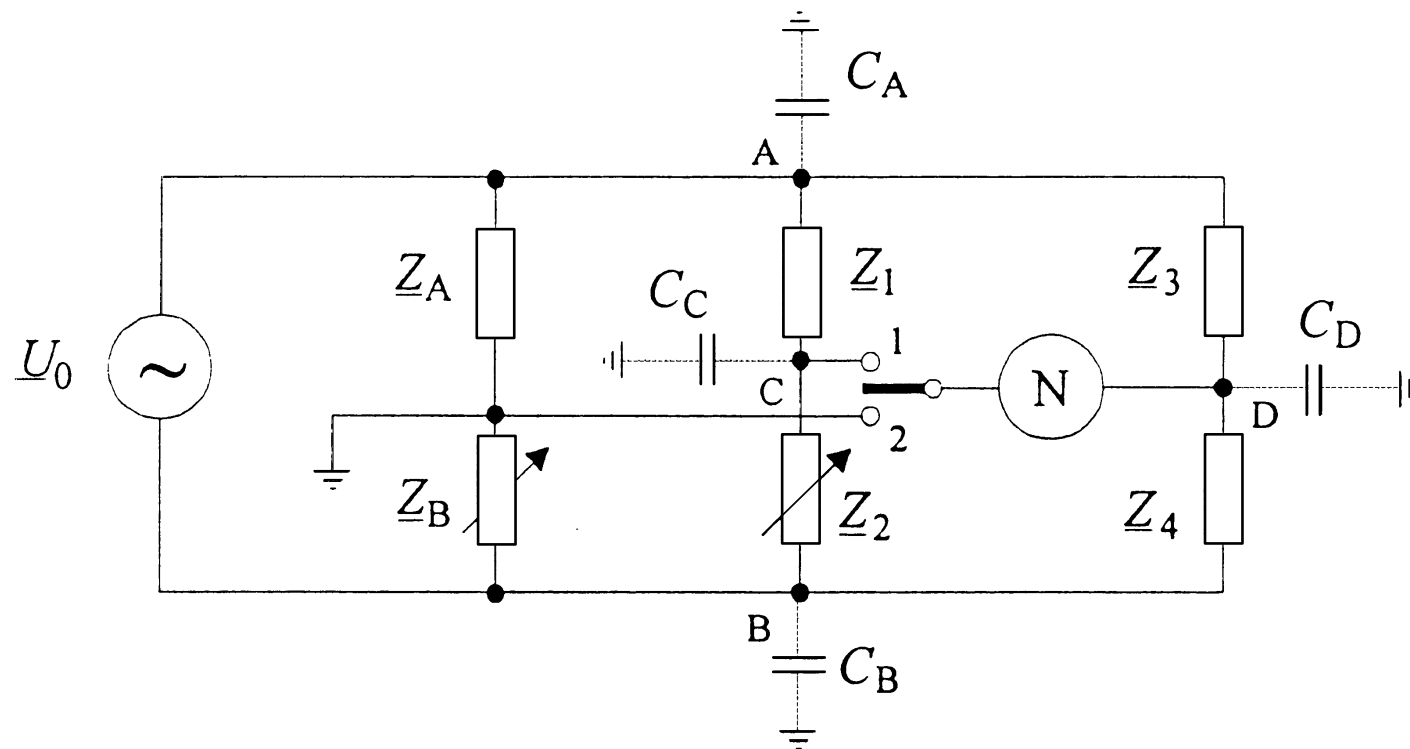


Vplive stresanih kapacitivnosti v ogliščih izločamo s pomožnim Wagnerjevim mostičem.



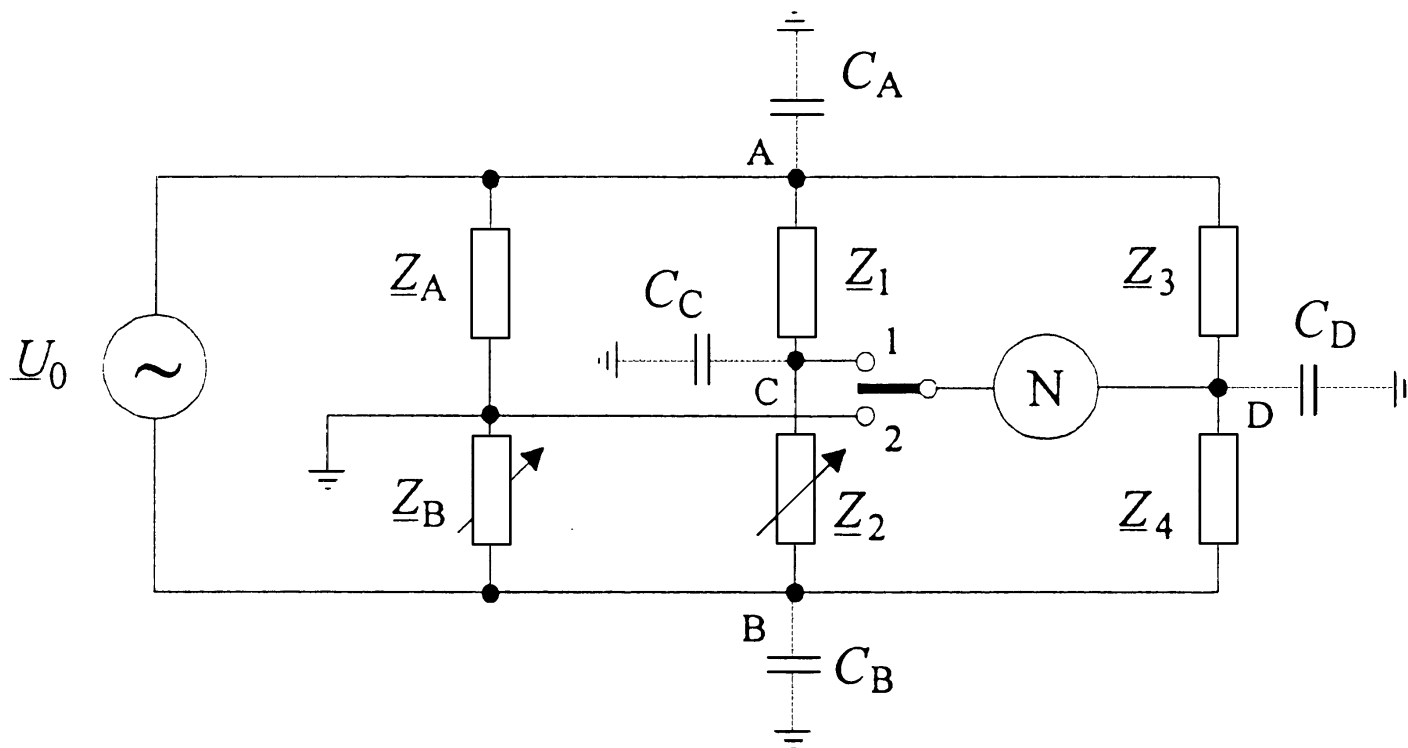
Slika 6.12 Pomožni Wagnerjev mostič





- \underline{Z}_A in \underline{Z}_B sta pomožni nizkoohmski impedanci,
 - po naravi enaki impedancama \underline{Z}_1 in \underline{Z}_2
- v položaju 1 uravnovesimo mostič $(\underline{Z}_1, \underline{Z}_2, \underline{Z}_3, \underline{Z}_4)$ z \underline{Z}_2 ,
- v položaju 2 uravnovesimo mostič $(\underline{Z}_A, \underline{Z}_B, \underline{Z}_3, \underline{Z}_4)$ z \underline{Z}_B ,
- točki C in D imata enak potencial – **potencial zemlje**,
 - **čez C_C in C_D ne teče noben tok** (njun vpliv je izločen).





- **kapacitivnosti C_A in C_B sta vezani vzporedno k Z_A in Z_B in nimata vpliva na ravnovesje mostiča (Z_1, Z_2, Z_3, Z_4).**

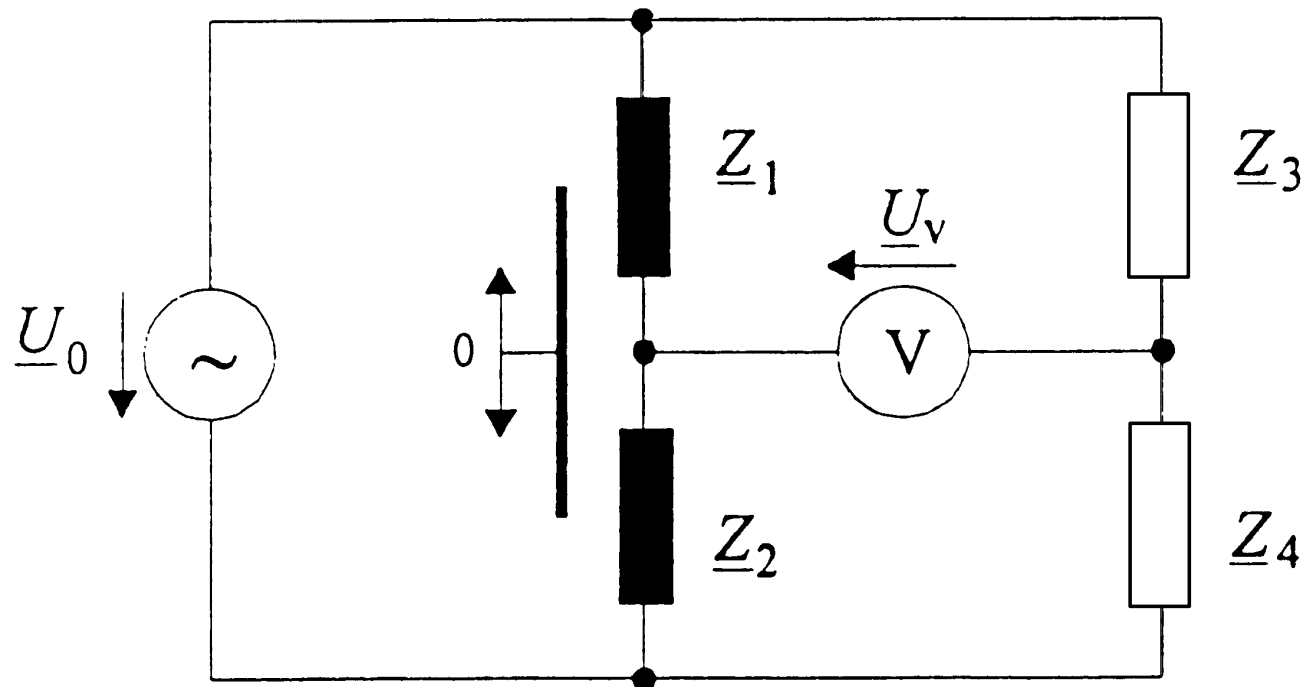


Odklonski izmenični Wheatstonov mostič



Diferencialna dušilka v polovičnem odklonskem mostiču

- merjenje pomika in manjših razdalj.

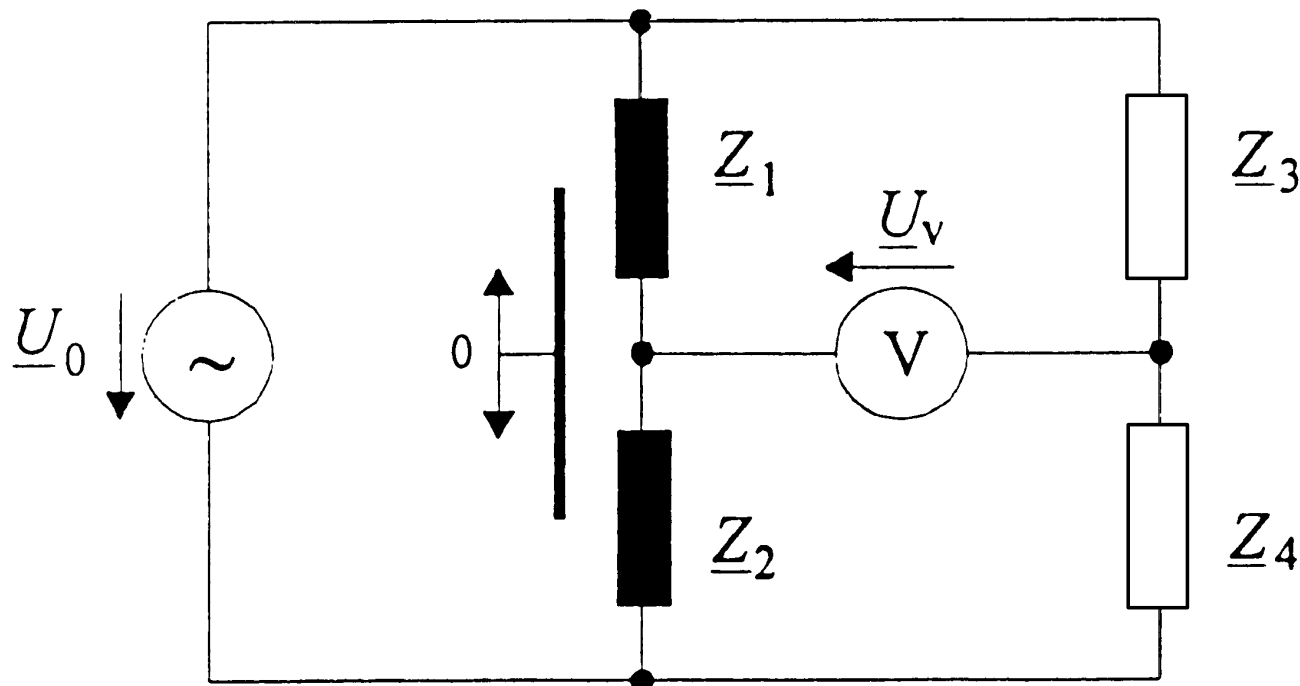


Slika 6.13 Polovični odklonski izmenični Wheatstonov mostič

Napetost voltmetra ($Z_5 \gg Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$):

$$\underline{U}_V = \underline{U}_0 \frac{Z_1 Z_4 - Z_2 Z_3}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)}$$





Pri premiku feromagnetnega jedra dušilke iz ravnovesne lege $\underline{Z}_1 = \underline{Z}_2$ se induktivnost prve dušilke poveča in druge zmanjša:

$$\underline{Z}_1 = R + j\omega(L + \Delta L) \quad , \quad \underline{Z}_3 = R_N$$

$$\underline{Z}_2 = R + j\omega(L - \Delta L) \quad , \quad \underline{Z}_4 = R_N$$

$$\Rightarrow \underline{U}_V = \underline{U}_0 \frac{j\omega R_N \Delta L}{2(R + j\omega L)R_N} \quad R \ll \omega L \Rightarrow U_V = \frac{1}{2} U_0 \frac{\Delta L}{L}$$

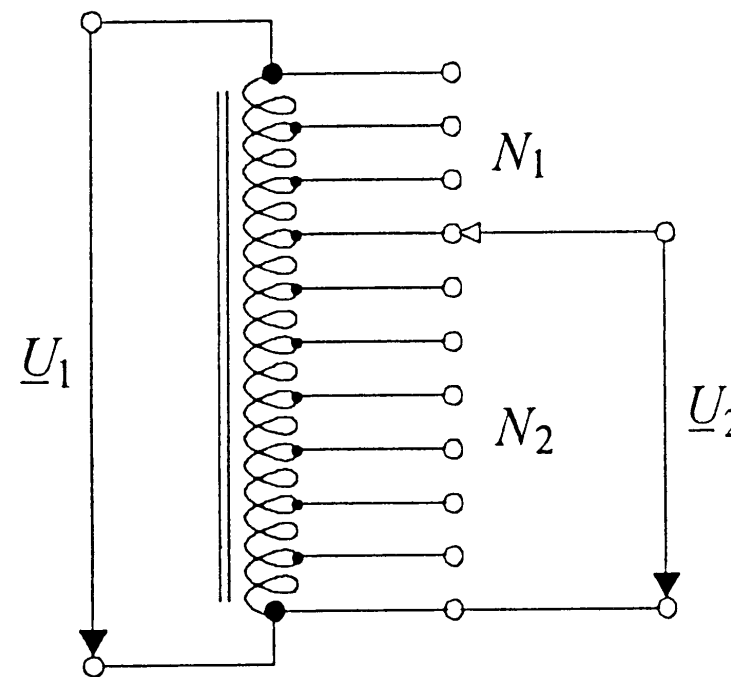
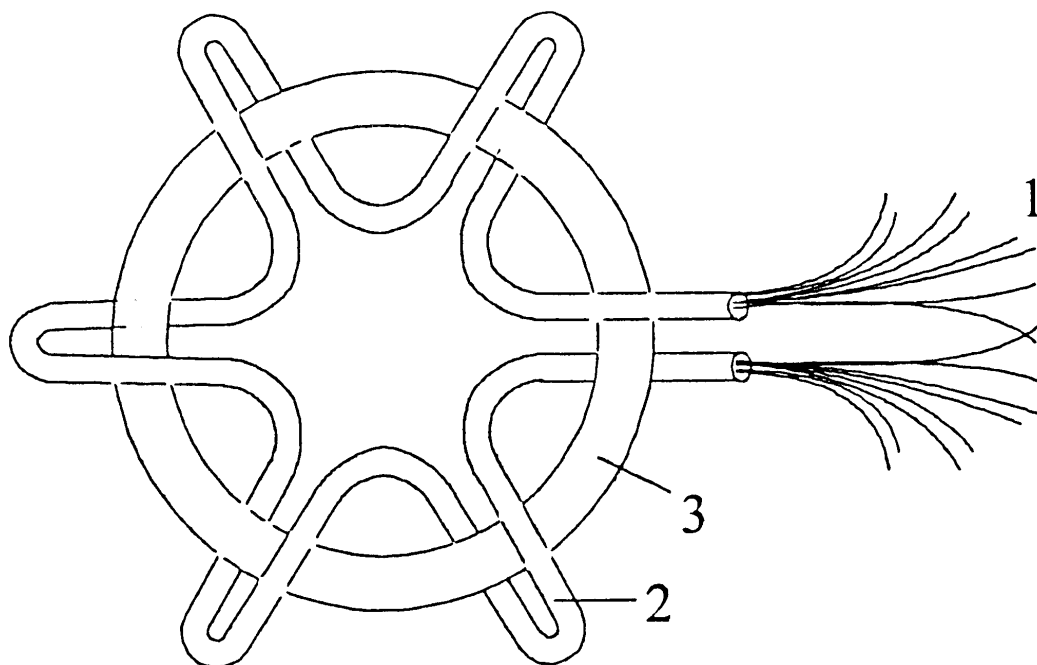




Mostič z induktivnim delilnikom

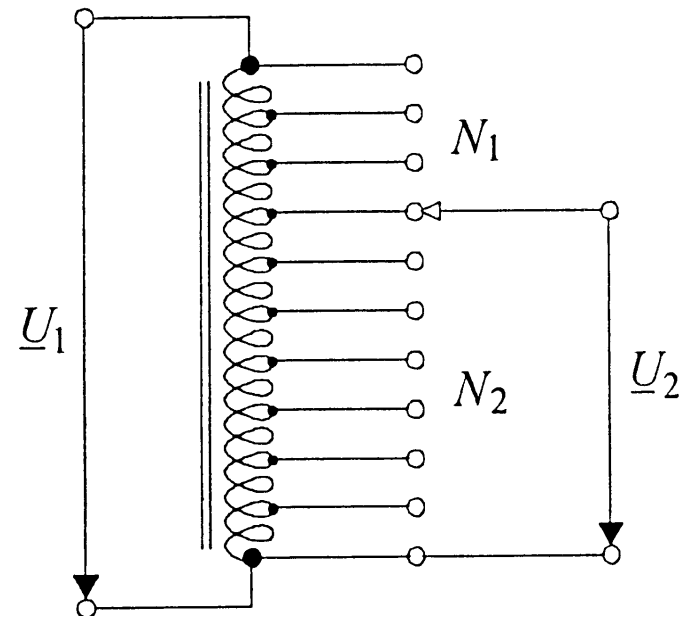
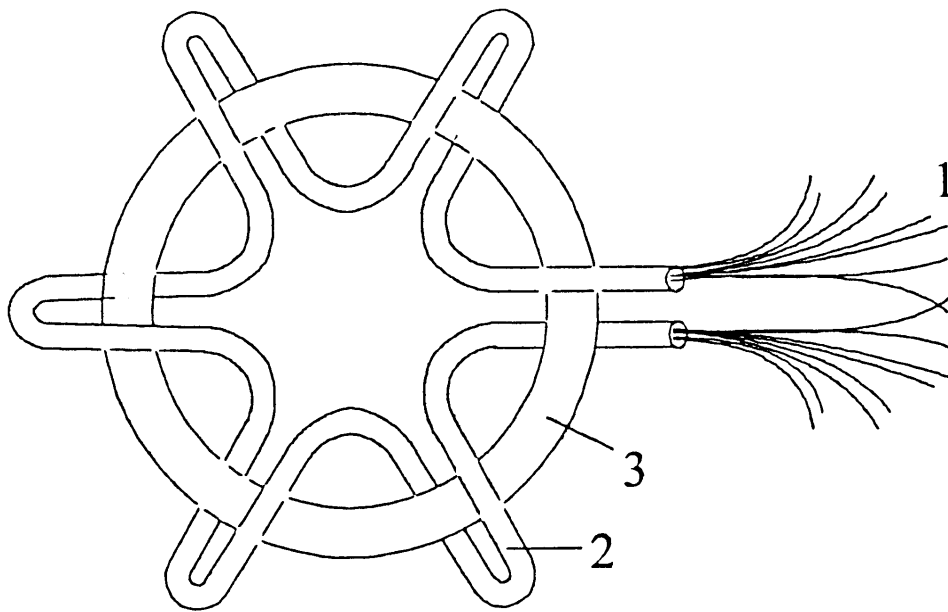
Bistveni element je **napetostni transformator z odcepi** – induktivni delilnik,

- sestavljen je ponavadi **iz desetih enakih delnih navitij**, ki so navita na isto jedro in zaporedoma zvezana.



Slika 6.14 Induktivni delilnik





Avtotransformator, ki se mu da nastaviti sekundarno napetost v **10. stopnjah**:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{N_2}{N_1 + N_2} = n \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_2 = n\underline{U}_1 \quad (n = 0, 0,1, 0,2, \dots, 1)$$

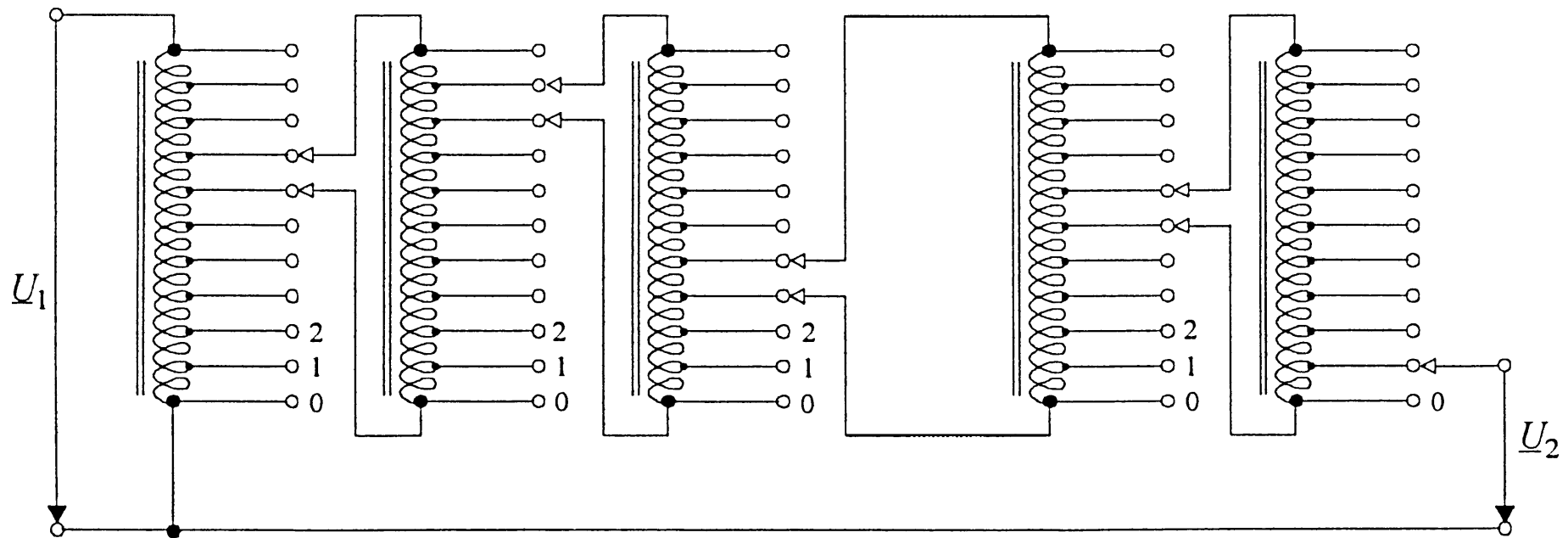
- žica velikega preseka \Rightarrow majhna upornost,
- toroidno jedro iz visokopermeabilnega materiala,
 - magnetilni tok zelo majhen
- dosega se **točnost** velikostnega razreda 10^{-7} .



Večstopenjske dekade dobimo s **kaskadno vezavo** delilnikov:



- do osem dekadnih mest:



Slika 6.15 Večstopenjski induktivni delilnik

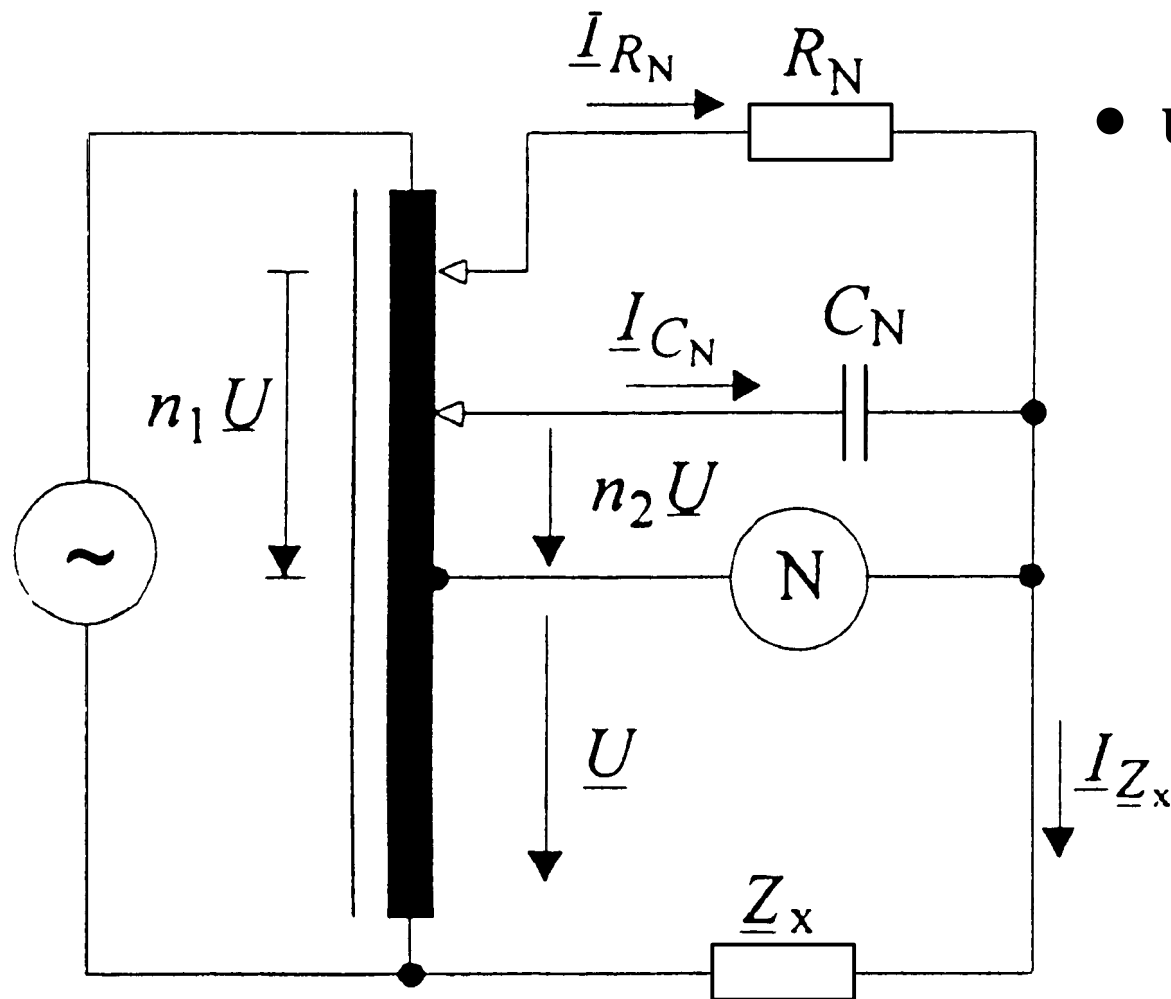
$$\underline{U}_2 = 0,683 \times \dots \times 51 \underline{U}_1$$

- **bremenitev** predhodne dekade **je minimalna**, ker je **magnetilni tok majhen**,
- **izhodna impedanca je majhna**, ker je žica **velikega preseka**.





Z induktivnim delilnikom zgradimo izmenični mostič:



- **uravnovešen mostič** $\underline{I}_N \rightarrow 0$:

$$\underline{I}_{R_N} + \underline{I}_{C_N} - \underline{I}_{Z_x} = 0 \quad \Rightarrow$$

$$n_1 U \frac{1}{R_N} + n_2 U j \omega C_N = \underline{U} \underline{Y}_x$$

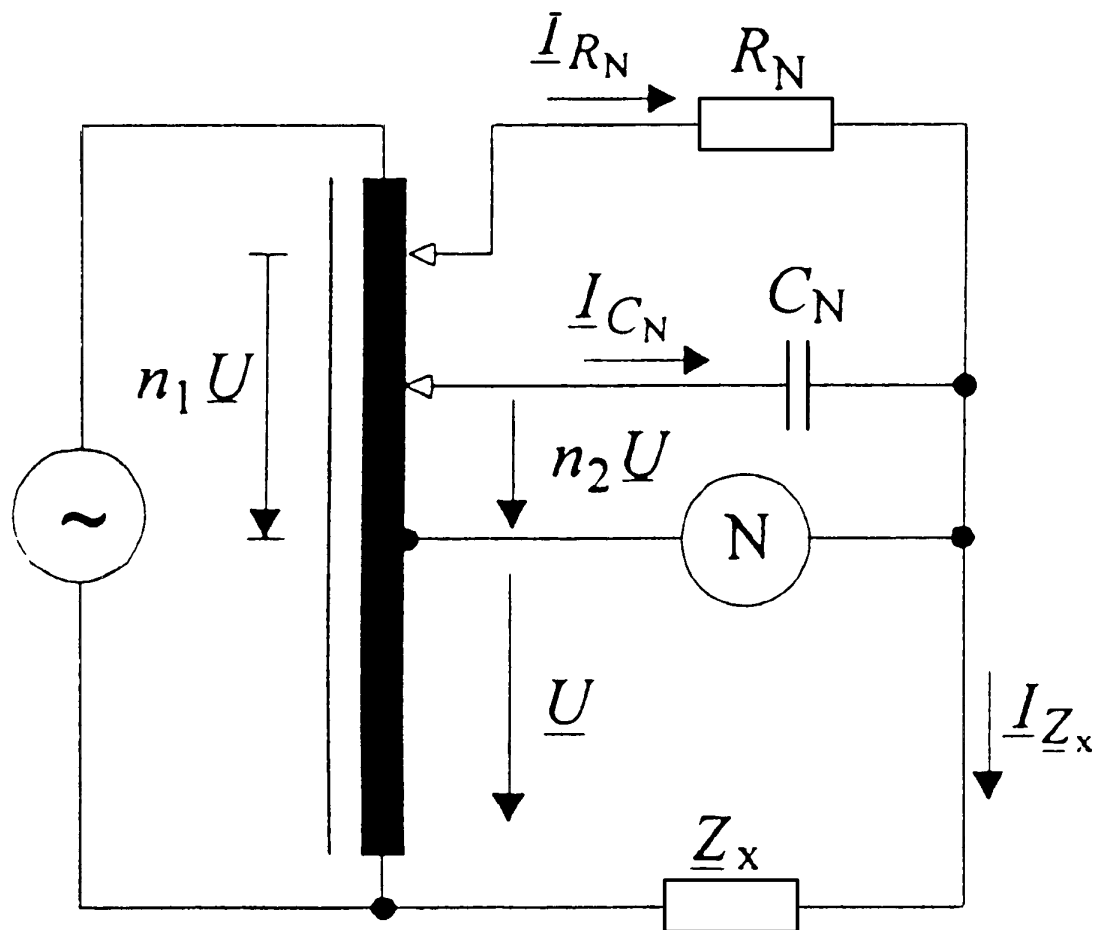
- **neznana admitanca je:**

$$\underline{Y}_x = \frac{n_1}{R_N} + j n_2 \omega C_N$$

- mostič je primeren za **merjenje kapacitivnosti** (vzporedno nadomestno vezje),

Slika 6.16 Mostič z induktivnim delilnikom





- če polariteto priključka pri n_2 zamenjamo, merimo induktivnost:

$$n_1 \underline{U} \frac{1}{R_N} - n_2 \underline{U} j\omega C_N = \underline{U} \underline{Y}_x$$

$$\frac{1}{R_x} + \frac{1}{j\omega L_x} = \frac{n_1}{R_N} - jn_2\omega C_N$$

- če C_N izključimo pa omsko upornost:

$$n_1 \underline{U} \frac{1}{R_N} = \underline{U} \underline{Y}_x \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{R_x} = n_1 \frac{1}{R_N}$$

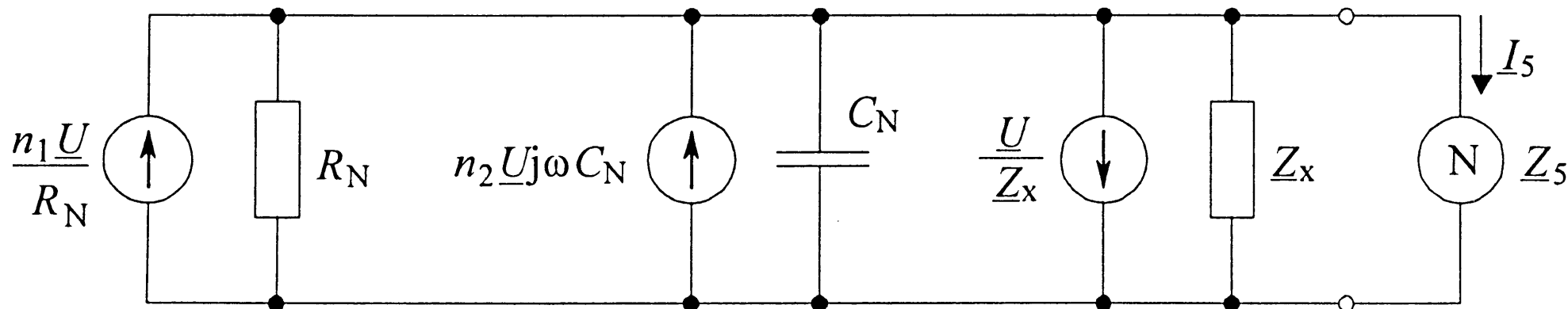
- frekvenčno območje do 250 MHz,
- velika merilna točnost,
- časovna stabilnost,
- in temperaturna neodvisnost.





Ločljivost mostiča z induktivnim delilnikom

- vsota tokov zaradi ločljivosti ni enaka nič.



Slika 6.17 Nadomestno vezje mostiča z induktivnim delilnikom

Tok ničelnega indikatorja:

$$\underline{I}_5 = \left(\frac{n_1 \underline{U}}{R_N} + n_2 \underline{U} j \omega C_N - \underline{U} \underline{Y}_x \right) \frac{\underline{Y}_5}{\underline{Y}_5 + 1/R_N + j \omega C_N + \underline{Y}_x}$$

- če je $\underline{Z}_5 \gg R_N \parallel \omega C_N \parallel \underline{Z}_x$ (elektronski voltmeter):

$$\underline{U}_5 = \underline{I}_5 \underline{Z}_5 = \left(\frac{n_1 \underline{U}}{R_N} + n_2 \underline{U} j \omega C_N - \underline{U} \underline{Y}_x \right) \frac{1}{1/R_N + j \omega C_N + \underline{Y}_x}$$





$$\underline{U}_5 = \underline{I}_5 \underline{Z}_5 = \left(\frac{n_1 \underline{U}}{R_N} + n_2 \underline{U} j \omega C_N - \underline{U} \underline{Y}_x \right) \frac{1}{1/R_N + j \omega C_N + \underline{Y}_x}$$

- z ločljivostjo ničelnega indikatorja - $\underline{U}_5 = (\Delta \underline{U}_5)_q$:

$$\underline{Y}_x = \frac{n_1}{R_N} + n_2 j \omega C_N - \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U}} \left(\frac{1}{R_N} + j \omega C_N + \underline{Y}_x \right)$$

Absolutna ločljivost mostiča:

$$(\Delta \underline{Y}_x)_q = \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U}} \left(\frac{1}{R_N} + j \omega C_N + \underline{Y}_x \right)$$

Relativna ločljivost mostiča:

$$\underline{\delta}_q = \frac{(\Delta \underline{Y}_x)_q}{\underline{Y}_x} = \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U} \underline{Y}_x} \left(\frac{(1+n_1)}{R_N} + j(1+n_2) \omega C_N \right)$$





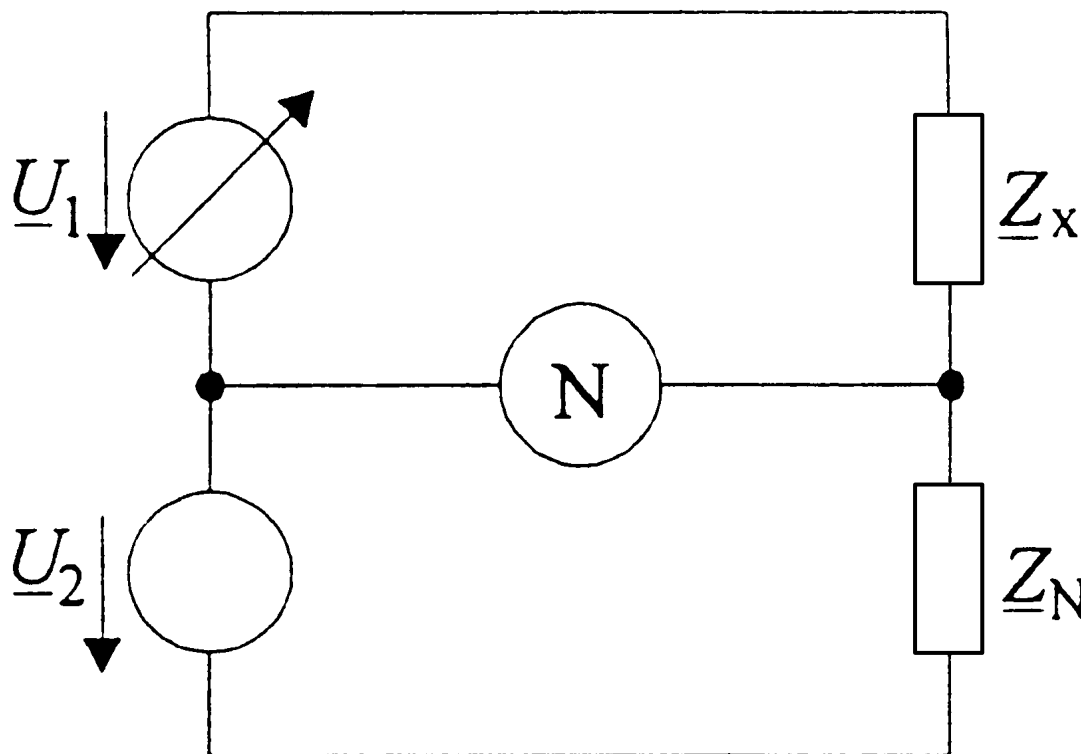
Mostič z dvema napetostnima viroma

Če padce napetosti na impedancah \underline{Z}_1 in \underline{Z}_2

$$\underline{U}_1 - \underline{I}_3 \underline{Z}_3 = 0, \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_2$$

$$\underline{U}_2 - \underline{I}_4 \underline{Z}_4 = 0, \quad \underline{I}_3 = \underline{I}_4$$

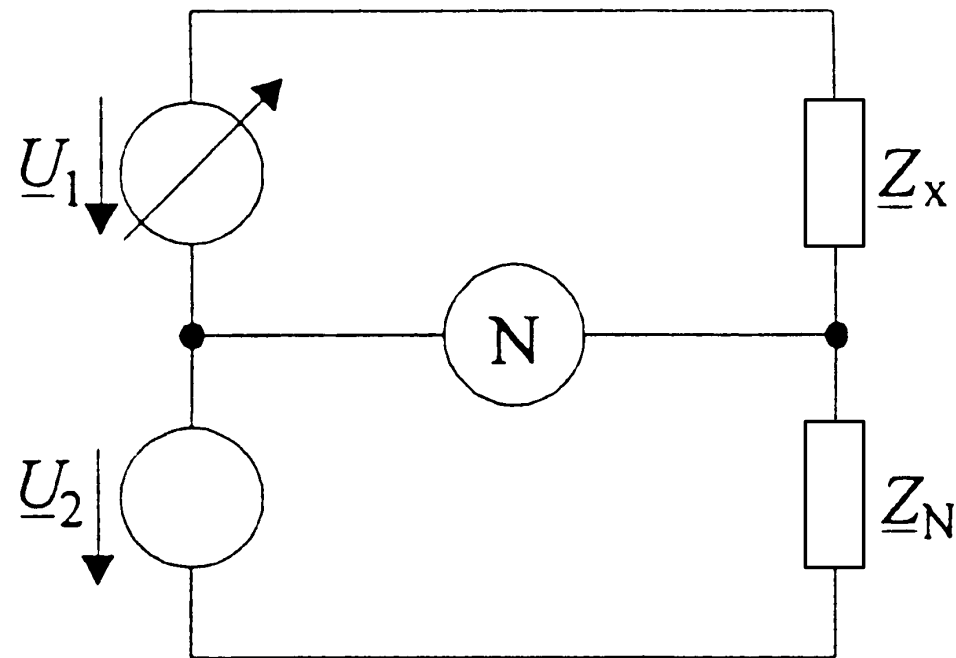
zamenjamo z napetostnimi generatorji \underline{U}_1 in \underline{U}_2 ,
dobimo mostič z dvema napetostnima viroma:



$$\underline{Z}_3 = \underline{Z}_4 \frac{\underline{U}_1 (= \underline{I}_1 \underline{Z}_1)}{\underline{U}_2 (= \underline{I}_2 \underline{Z}_2)}$$

Slika 6.18 Mostič z dvema napetostnima viroma





- znana impedanca \underline{Z}_N **je stalna**,
 - ohmska upornost: $\underline{Z}_N = R_N$
- **spreminjamo** napetost enega vira **po amplitudi in fazi**,
- **v ravnovesju** ($I_N \rightarrow 0$): $\underline{Z}_x = \underline{Z}_N \frac{U_1}{U_2}$
 - **v eksponentni obliki:** $\underline{Z}_x = R_N \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = R_N \frac{U_1}{U_2} e^{j\varphi}$





$$\underline{Z}_x = R_N \frac{U_1}{U_2} e^{j(\varphi_1 - \varphi_2)} = R_N \frac{U_1}{U_2} e^{j\varphi}$$

- fazni kot φ med napetostima mora biti **pozitiven pri merjenju induktivnosti:**

$$\underline{Z}_x = R_x + j\omega L_x = R_N \frac{U_1}{U_2} \cos \varphi + jR_N \frac{U_1}{U_2} \sin \varphi$$

- in **pri merjenju kapacitivnosti negativen:**

$$\underline{Z}_x = R_x - \frac{j}{\omega C_x} = R_N \frac{U_1}{U_2} \cos \varphi + jR_N \frac{U_1}{U_2} \sin \varphi$$

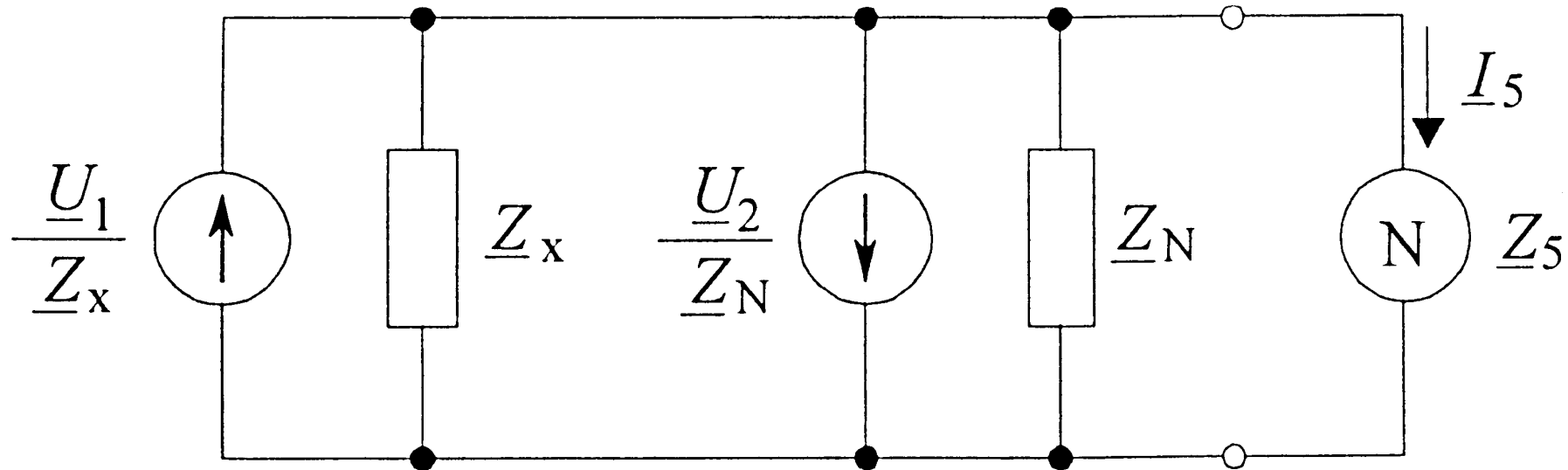
- **Merimo** lahko vse tri osnovne pasivne električne veličine R, L, C .
- Notranja **upornost virov se prišteva** k \underline{Z}_x oz. \underline{Z}_N !

Z uporabo Digitalno–Analognih pretvornikov **avtomatiziramo meritev.**

- velika točnost in ponovljivost merenj.



Ločljivost mostiča z dvema napetostnima viroma



Slika 6.19 Nadomestno vezje mostiča z dvema napetostnima viroma

Tok ničelnega indikatorja:

$$\underline{I}_5 = \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_x} - \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_N} \right) \frac{\underline{Z}_x \parallel \underline{Z}_N}{\underline{Z}_x \parallel \underline{Z}_N + \underline{Z}_5}$$

- če je $\underline{Z}_5 \gg \underline{Z}_x \parallel \underline{Z}_N$ (elektronski voltmeter):

$$\underline{U}_5 = \underline{I}_5 \underline{Z}_5 = \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_x} - \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_N} \right) \frac{\underline{Z}_x \underline{Z}_N}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_N} = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_N - \underline{U}_2 \underline{Z}_x}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_N}$$





$$\underline{U}_5 = I_5 \underline{Z}_5 = \left(\frac{\underline{U}_1}{\underline{Z}_x} - \frac{\underline{U}_2}{\underline{Z}_N} \right) \frac{\underline{Z}_x \underline{Z}_N}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_N} = \frac{\underline{U}_1 \underline{Z}_N - \underline{U}_2 \underline{Z}_x}{\underline{Z}_x + \underline{Z}_N}$$

- \underline{Z}_x z ločljivostjo ničelnega indikatorja $\underline{U}_5 = (\Delta \underline{U}_5)_q$

$$\underline{Z}_x = \underline{Z}_N \frac{\underline{U}_1}{\underline{U}_2} - \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U}_2} (\underline{Z}_x + \underline{Z}_N)$$

Absolutna ločljivost mostiča:

$$(\Delta \underline{Z}_x)_q = \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U}_2} (\underline{Z}_x + \underline{Z}_N)$$

Relativna ločljivost mostiča:

$$\delta_q = \frac{(\Delta \underline{Z}_x)_q}{\underline{Z}_x} = \frac{(\Delta \underline{U}_5)_q}{\underline{U}_1} \left(1 + \frac{\underline{Z}_x}{\underline{Z}_N} \right) = (\Delta \underline{U}_5)_q \left(\frac{1}{\underline{U}_1} + \frac{1}{\underline{U}_2} \right)$$

