



# 7. *MERJENJE ELEKTRIČNIH VELIČIN*

Obpravnavali bomo splošne zakonitosti pri merjenju:

- napetosti,
- toka,
- moči,
- upornosti,
- kapacitivnosti,
- lastne in medsebojne induktivnosti,
- frekvence,
- in magnetnega polja ...

Pogosto merjeno veličino ugotovimo (**izračunamo**) na osnovi **neposrednih merjenj** drugih fizikalnih veličin.

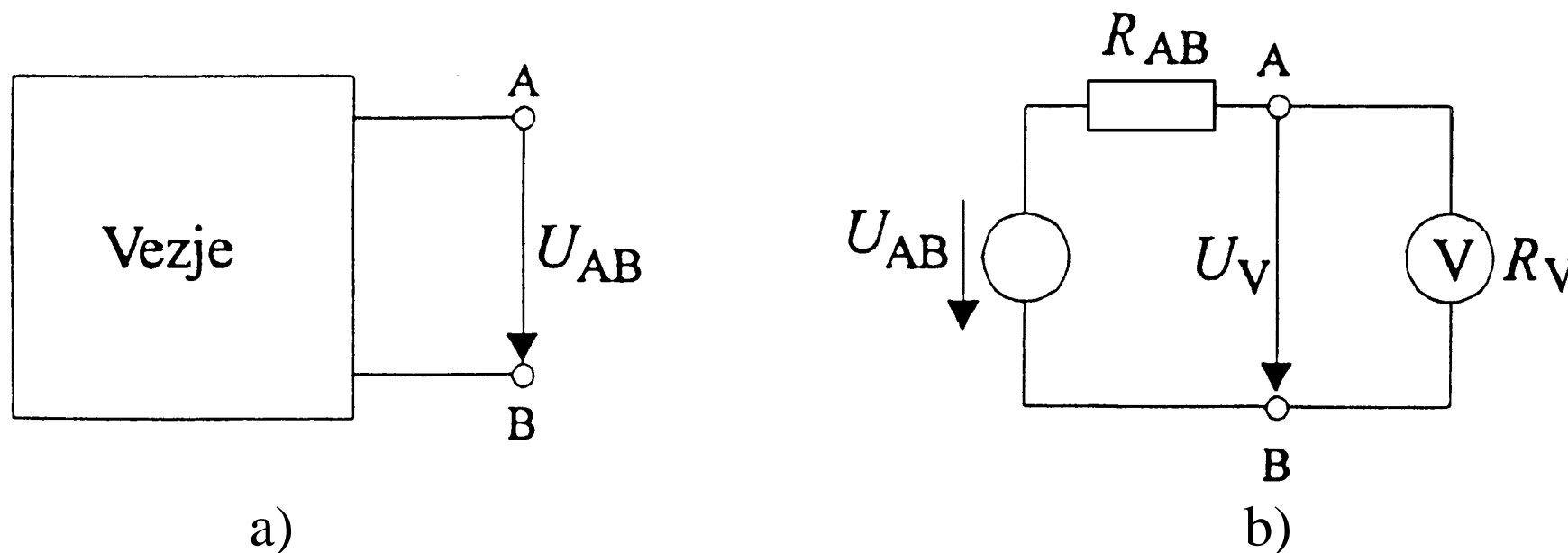




# 7.1 Merjenje napetosti in toka

Vključitev merilnih instrumentov ima za posledico spremembo razmer.

## Priključitev voltmetra



Slika 7.1: Vpliv priključitve voltmetra

Napetost med sponkama A, B  
po priključitvi voltmetra:

$$U_V = U_{AB} \frac{R_V}{R_V + R_{AB}}$$





- Relativna sprememba napetosti:

$$\frac{\Delta U}{U_{AB}} = \frac{U_V - U_{AB}}{U_{AB}} = -\frac{1}{1 + R_V/R_{AB}}$$

- **napetost je manjša,**

- odvisna od razmerja  $\frac{R_V}{R_{AB}}$

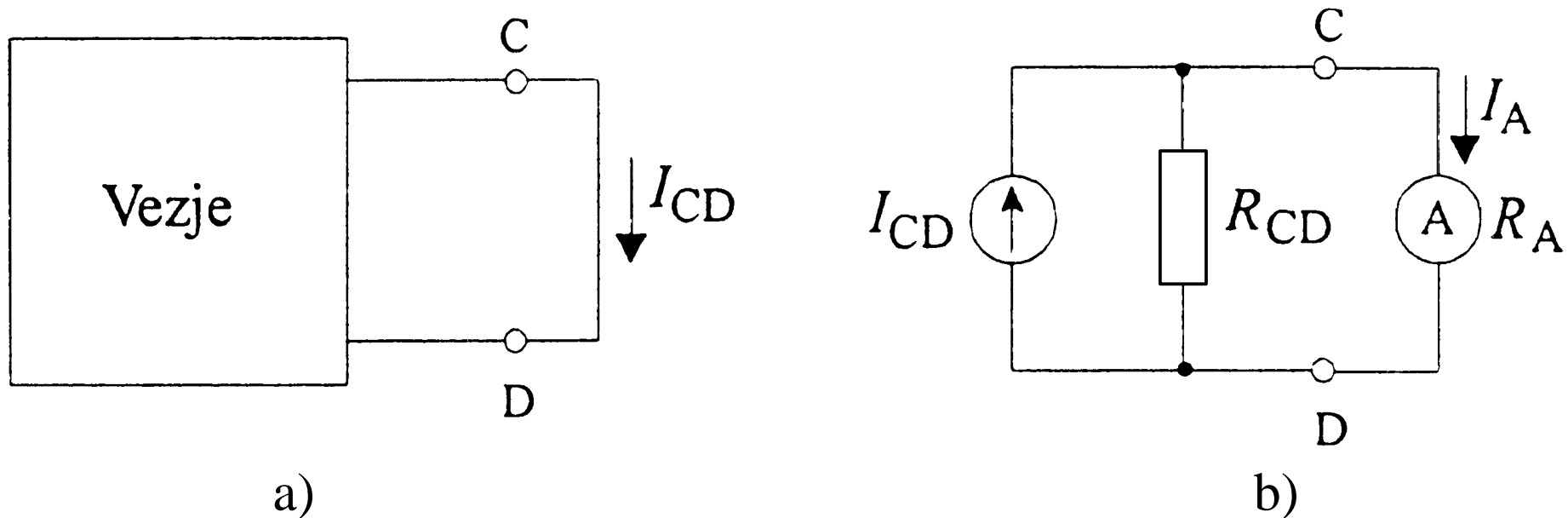
- Če učinek priključitve (končne vrednosti upornosti) zanemarimo, naredimo **systematični pogrešek** merilne

metode: 
$$e = -\frac{1}{1 + R_V/R_{AB}}$$

**Uporaba kompenzatorjev** nam kljub končnim upornostim omogoča  $R_V \rightarrow \infty!$



# Vključitev ampermetra



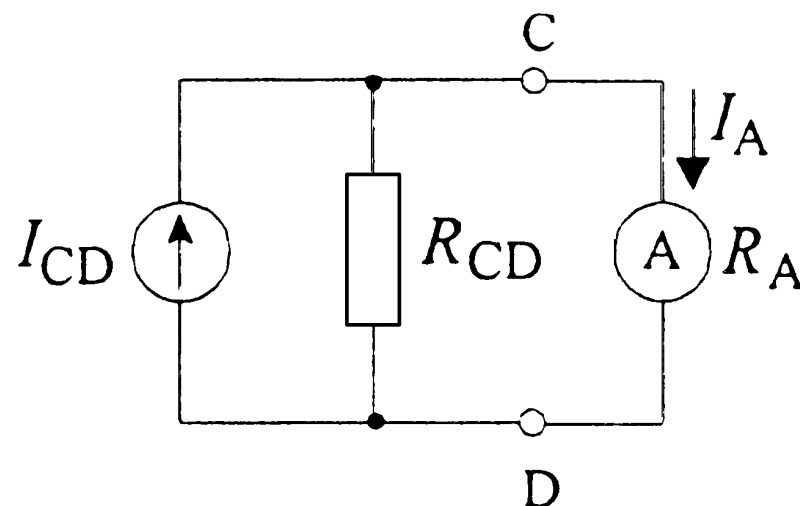
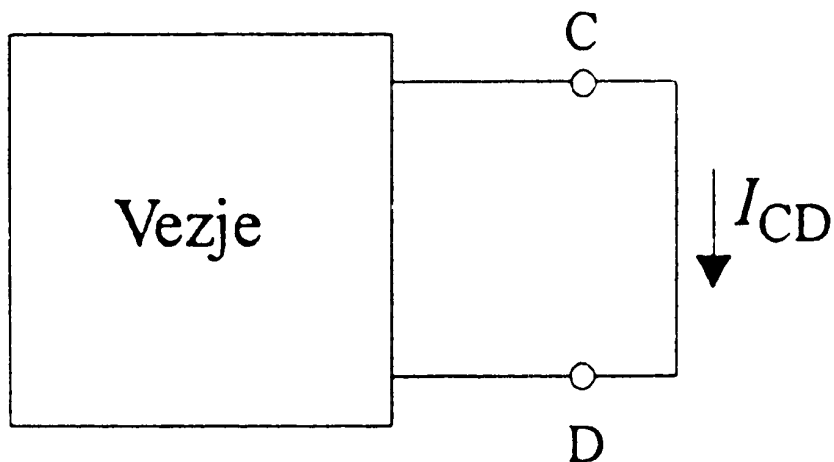
Slika 7.2: Vpliv vključitve ampermetra

Tok med sponkama C, D **po vključitvi ampermetra** (pred tem je bila kratka vez):

$$I_A = I_{CD} \frac{R_{CD}}{R_{CD} + R_A}$$

Relativna sprememba toka: 
$$\frac{\Delta I}{I_{CD}} = \frac{I_A - I_{CD}}{I_{CD}} = -\frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$





$$\frac{\Delta I}{I_{CD}} = \frac{I_A - I_{CD}}{I_{CD}} = -\frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$

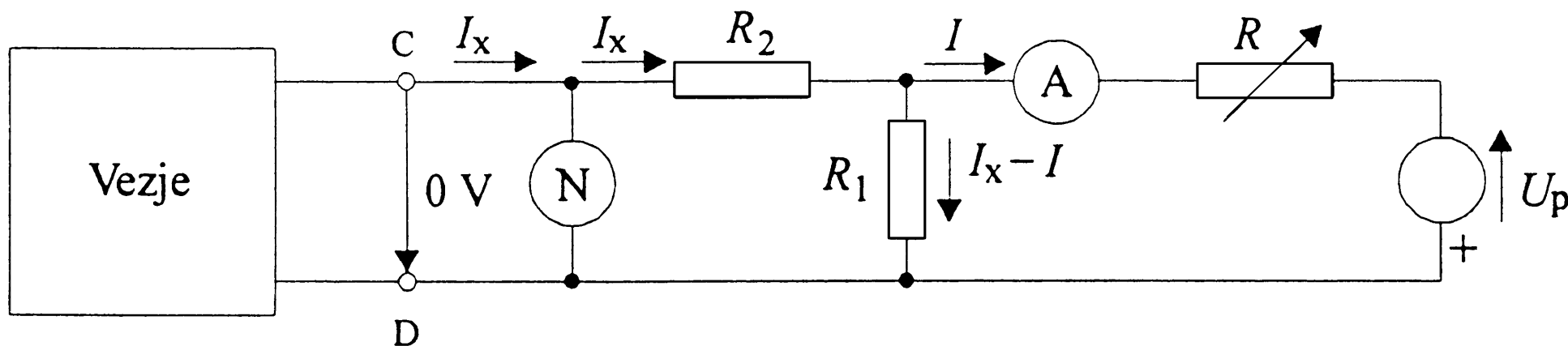
- tok je manjši,
- odvisna od razmerja  $\frac{R_{CD}}{R_A}$

Če učinek priključitve (končne vrednosti upornosti) zanemarimo, naredimo **systematični pogrešek**:

$$e = -\frac{1}{1 + R_{CD}/R_A}$$



# Kompenzacijski način merjenja toka (s sesalnim vezjem) nam ustvari $R_A \rightarrow 0$



Slika 7.3: Sesalno vezje

- temelji na Lindeck-Rothejevem principu,
- ko je **ničelni indikator brez odklona**, velja:

$$I_x R_2 + (I_x - I) R_1 = 0$$

- z  $R$  spreminjamo tok  $I$

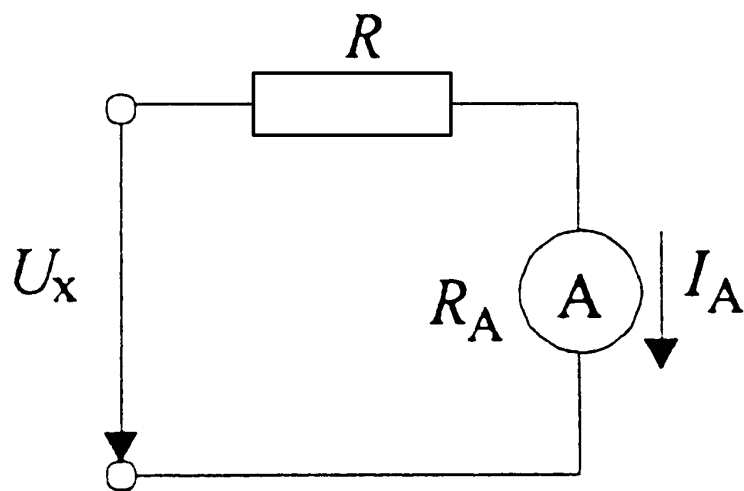
- merjeni 'sesani' tok je:  $I_x = I \frac{R_1}{R_1 + R_2}$

- med točkama C, D ni padca napetosti!  $\Rightarrow R_A = 0 \Omega$

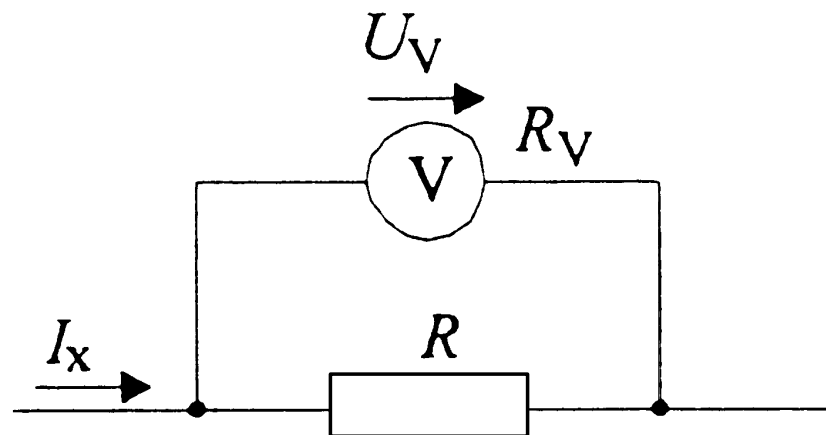




# Posredno merjenje napetosti in toka



a)



b)

Slika 7.4: Posredno merjenje napetosti in toka

**Posredno merjenje napetosti** preko toka čez znano upornost (a):

$$I_A = \frac{U_x}{R + R_A} \quad \bullet \quad \text{če } R \gg R_A: \quad U_x = I_A R$$

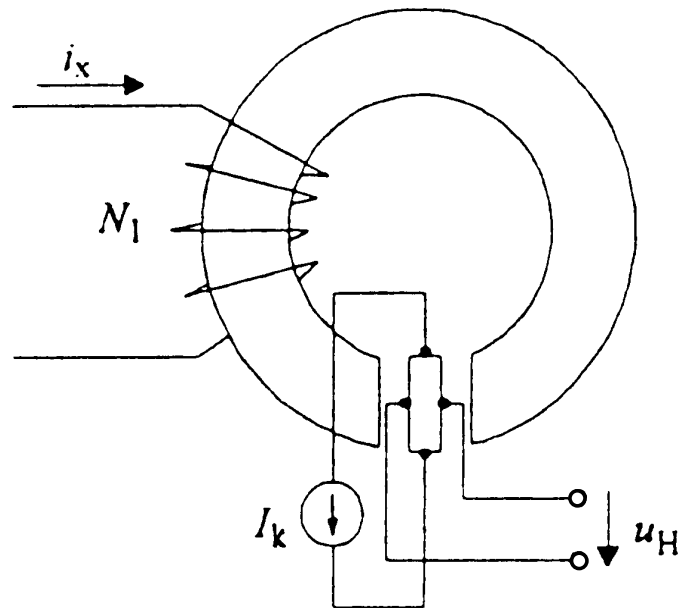
**Posredno merjenje toka** preko napetosti na znani upornosti (b):

$$U_V = I_x \frac{RR_V}{R + R_V} \quad \bullet \quad \text{če } R_V \gg R: \quad I_x = U_V / R$$





## Posredno merjenje toka z uporabo magnetnega kroga.



- magnetni krog se zaključi preko **toroidnega feromagnetnega jedra**,
- jedro se vzbuja z merjenim tokom  $i_x$  preko  $N_1$  ovojev

Slika 7.5: Merjenje toka prek magnetnega kroga s Hallovo sondo

- **v reži se nahaja Hallova sonda:**

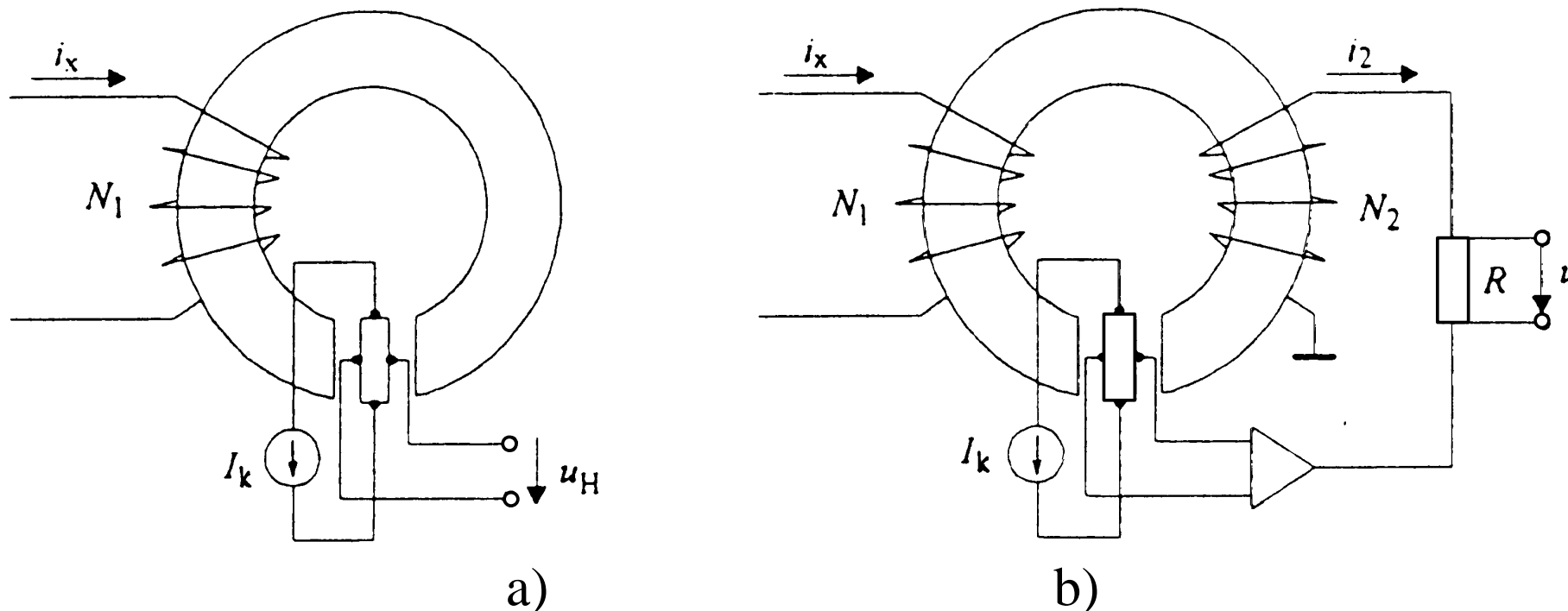
- skoraj linearna povezava: 
$$u_H = \frac{1}{ned} I_k B \approx \text{konst.} \cdot i_x$$
- občutljivost sonde od nič do 10 MHz neodvisna od frekvence!
- slaba stran je v **temperaturni odvisnosti** in **nelinearnosti**.





## Nelinearnost izboljšamo s **kompensacijskim** navitjem (b)

- ravnotežje vzpostavimo s tokom  $i_2$ , ki ga preko ojačevalnika krmili napetost  $u_H$

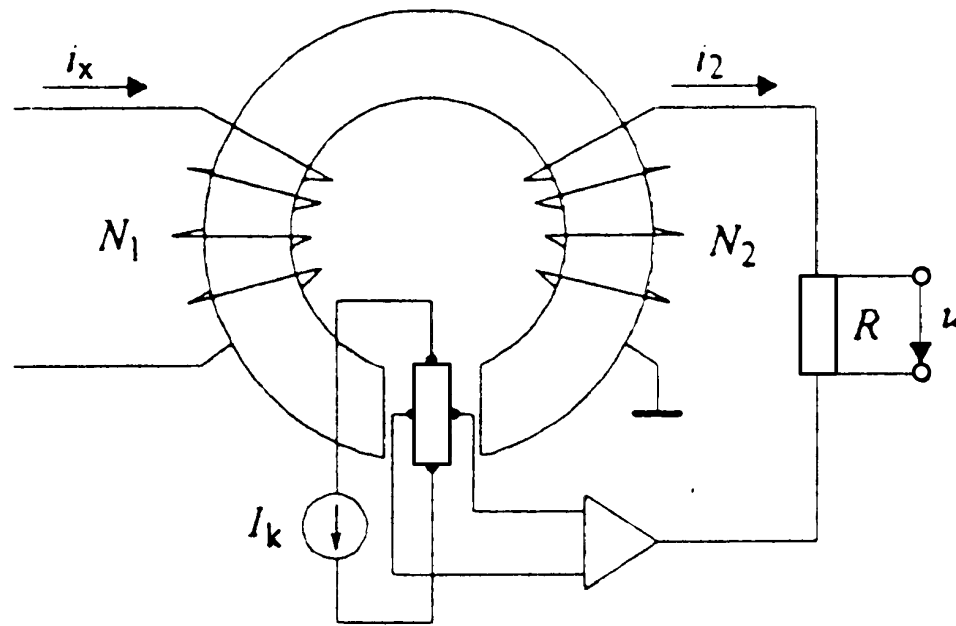
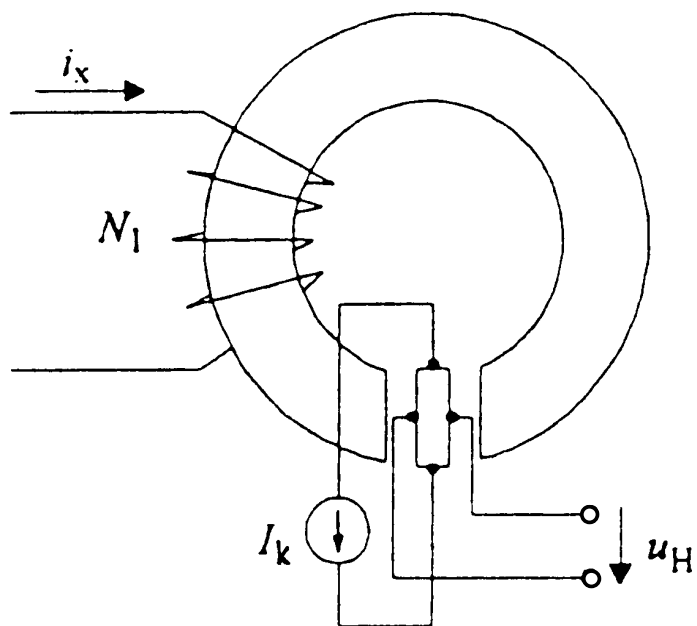


Slika 7.5: Merjenje toka prek magnetnega kroga s Hallovo sondo

Kadar je **magnetni pretok kompenziran**, imamo:

$$u_H = 0 \quad \Rightarrow \quad i_x N_1 = i_2 N_2 \quad \Rightarrow \quad i_x = \frac{N_2}{N_1 R} u$$



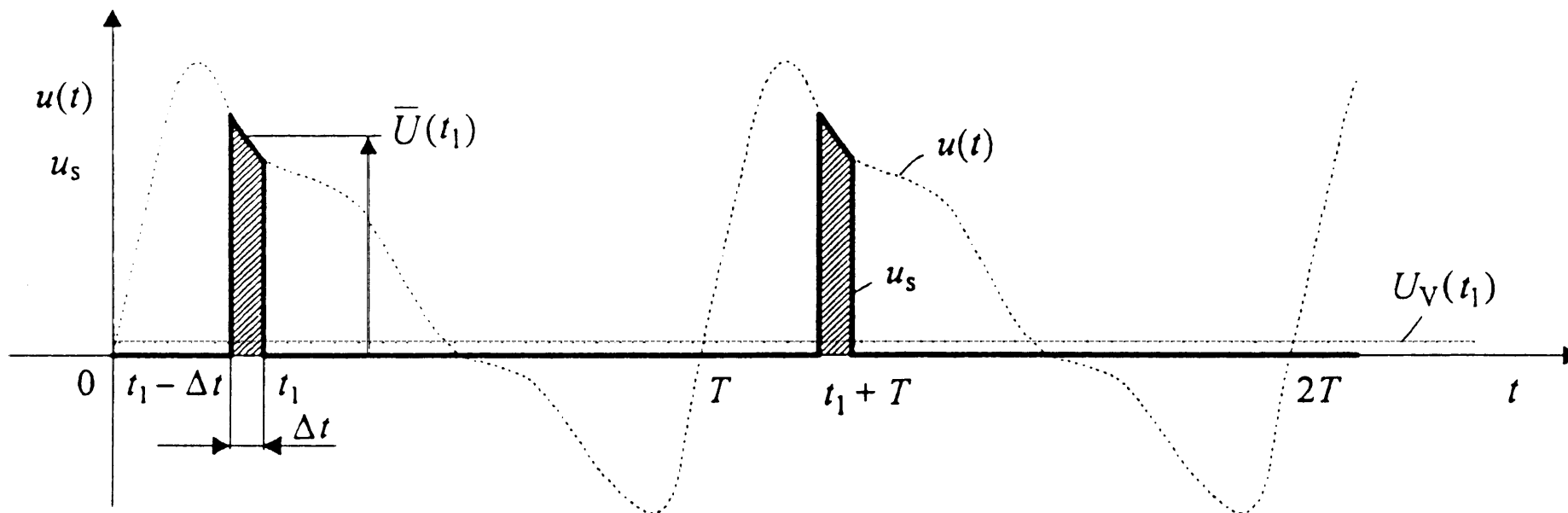


Na tem principu temeljijo **tokovne klešče**.

- tok merimo brez prekinitve vodnika,
  - pri montaži razklenemo jedro,
- **primar ima en sam ovoj.**



# Merjenje časovnega poteka periodični signalov preko povprečnih vrednosti odsekov $u_s$



Slika 7.6: Princip merjenja trenutnih vrednosti periodične napetosti

Tekoča povprečna vrednost periodičnega odseka širine  $\Delta t$ :

$$\bar{U}(t_1) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1 - \Delta t}^{t_1} u \, dt$$

Votmeter kaže napetost:

$$U_V(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1 - \Delta t}^{t_1} u \, dt$$

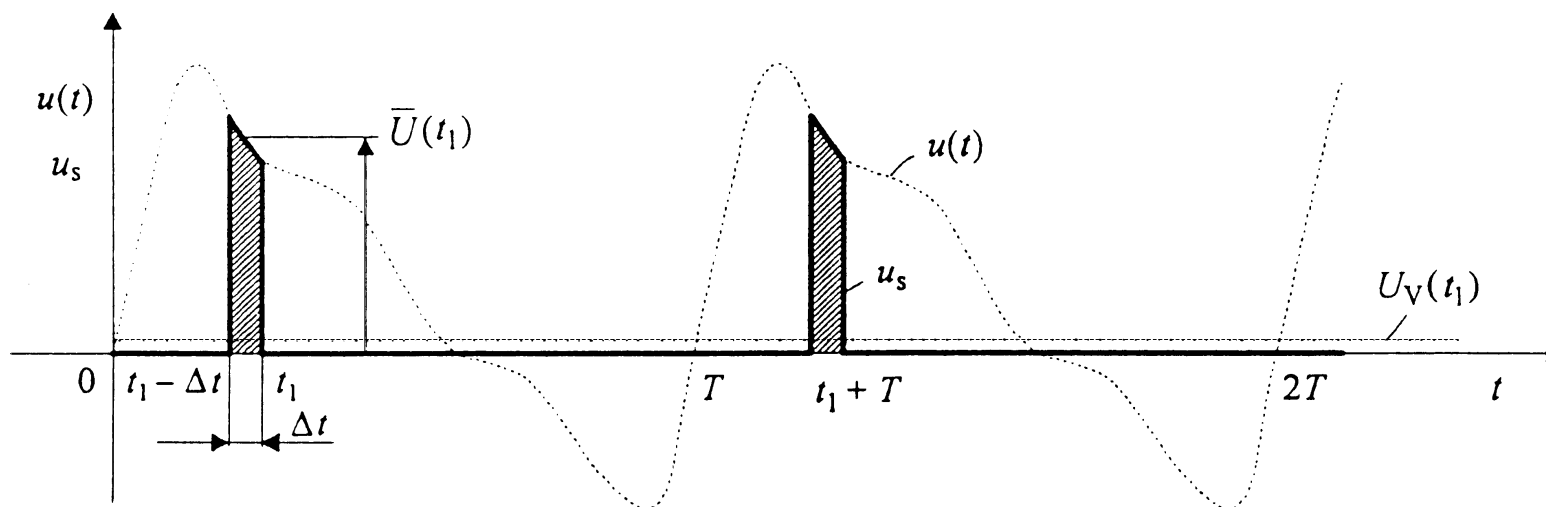




$$\bar{U}(t_1) = \frac{1}{\Delta t} \int_{t_1 - \Delta t}^{t_1} u \, dt \quad U_V(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1 - \Delta t}^{t_1} u \, dt$$

Napetosti  $\bar{U}(t_1)$  in  $U_V(t_1)$  sta v razmerju:  $\bar{U}(t_1) = \frac{T}{\Delta t} U_V(t_1)$

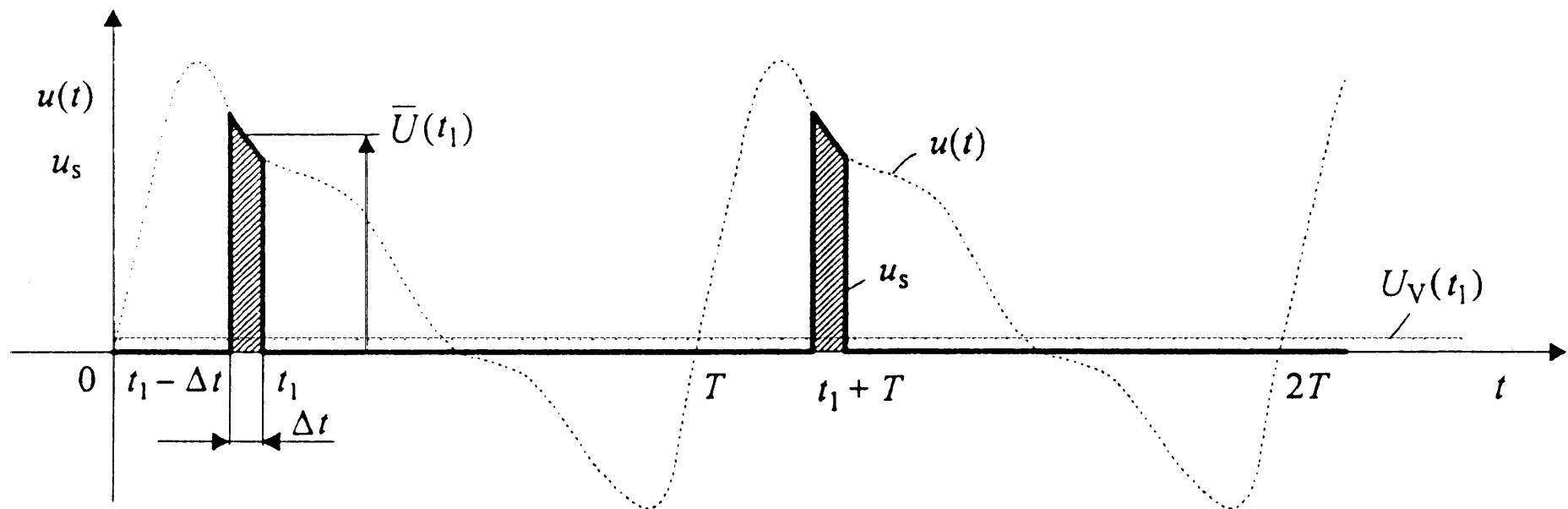
- če je odsek  $\Delta t$  dovolj ozek, je tekoča povprečna vrednost  $\bar{U}(t_1)$  enaka trenutni vrednosti  $u(t_1)$ ,
  - tudi povprečna vrednost voltmetra  $U_V(t_1)$  je enaka trenutni.





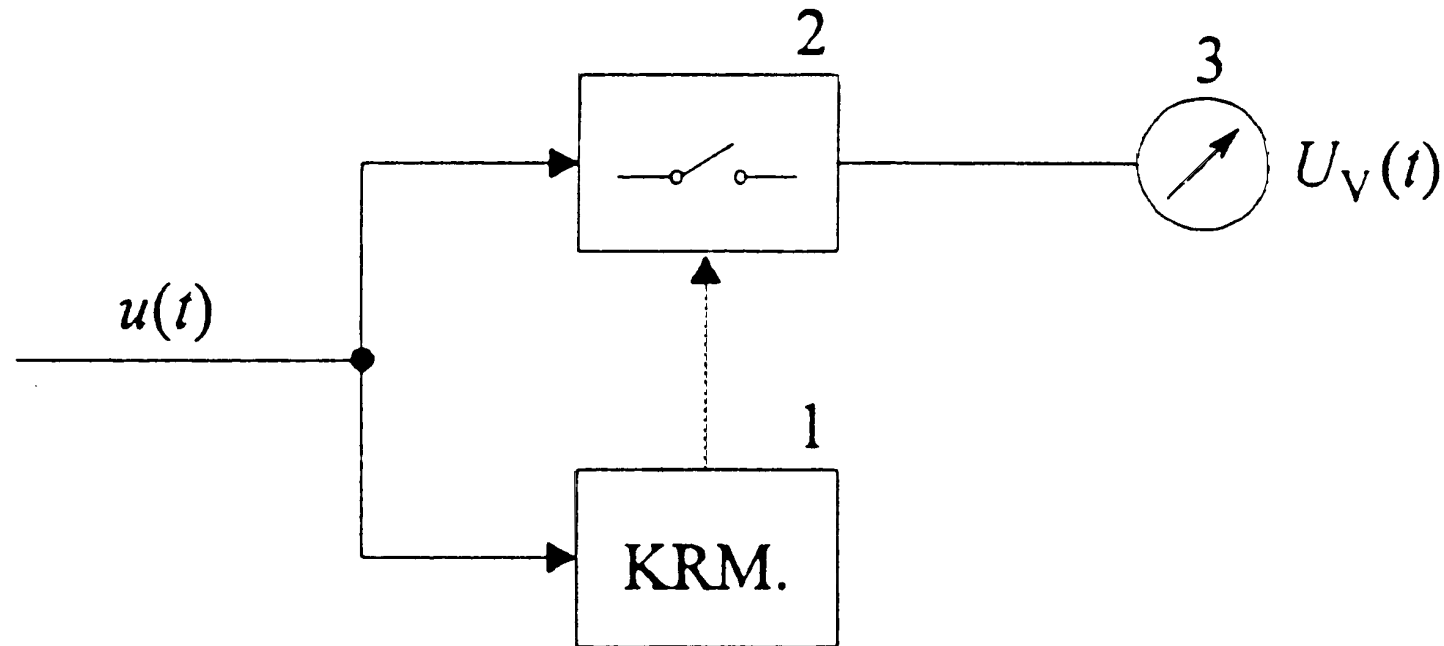
Z instrumentom, ki se **odziva na povprečno** vrednost, lahko **merimo trenutne** vrednosti.

- čas vklopa stikala premikamo po periodičnem signalu.
- s **sinhronskim stikalom**,
- skupaj z instrumentom tvori **vektormeter**



Slika 7.6: Princip merjenja trenutnih vrednosti periodične napetosti





Slika 7.7: Snemanje časovnega poteka periodične napetosti

- s krmilnim vezjem (1) določamo:
  - **čas odprtja** vrat  $\Delta t = T_k$  (zelo ozek, da  $\bar{U}(t) = u(t)$ ),
  - **relativni položaj** vklopa.





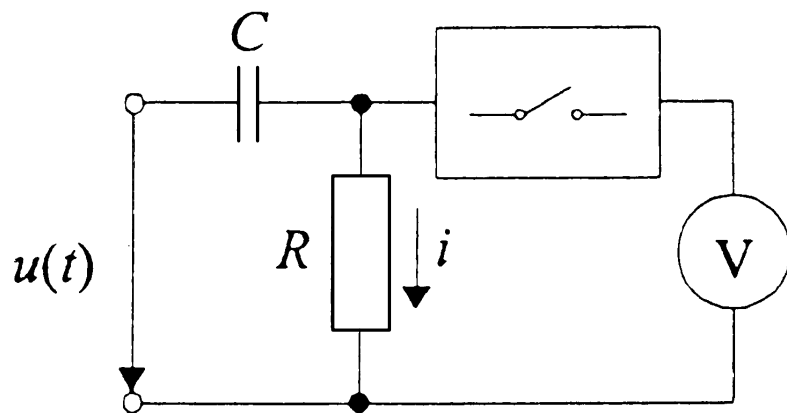
Z vektormetrom lahko merimo tudi, ko imamo **znan le odvod** merjene veličine.

- signal mora imeti **simetrijo III. vrste**:  $x(t - T/2) = -x(t)$
- kontaktni čas  $T_k$  (**integracijski čas**) mora biti **enak polovici periode**:
$$\int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \int_{x(t-T/2)}^{x(t)} dx = 2 x(t)$$
- trenutna vred.:  $x(t) = \frac{1}{2} \int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \frac{T}{4} \frac{1}{T/2} \int_{t-T/2}^t \dot{x} dt = \frac{T}{4} \overline{\dot{X}}(t)$

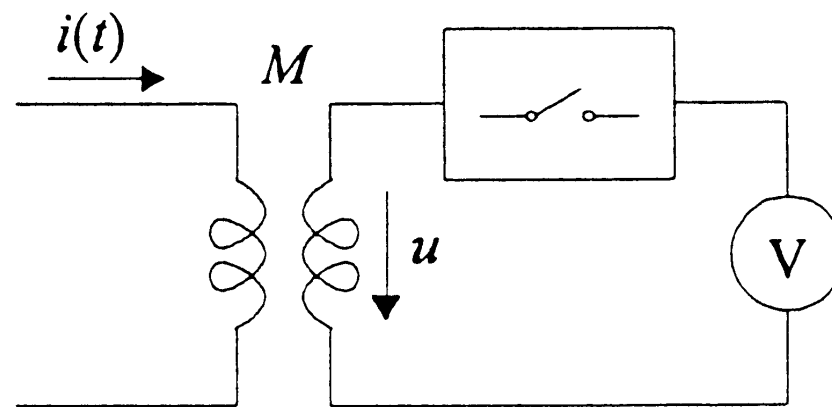




Če je dana sama veličina, jo najprej **diferenciramo**.



a)

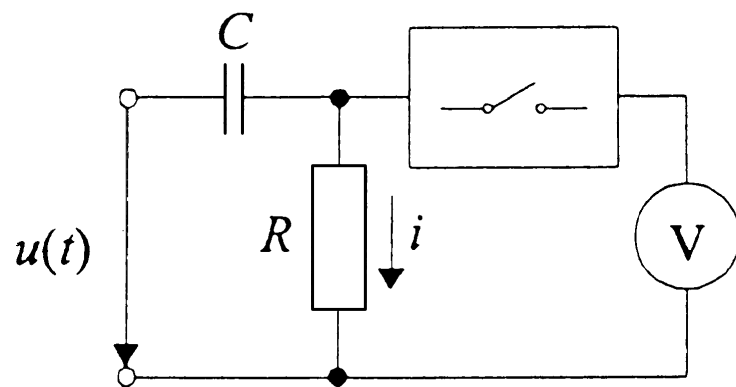


b)

Slika 7.8: Merjenje trenutnih vrednosti napetosti in toka







## Realizacija diferenciranja pri merjenju napetosti (a):

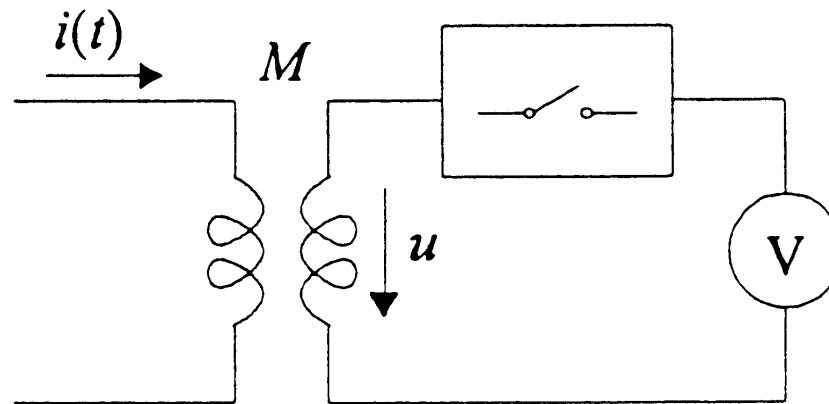
- **velika upornost** voltmetra  $R_V \gg 1$ ,
- **majhna časovna konstanta**  $RC \ll T$ ,
- tok čez upor je :  $i = i_C = C \frac{du_C}{dt} \approx C \frac{du}{dt}$

Povprečna vrednost napetosti:

$$U_V(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t iR dt = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t \left( C \frac{du}{dt} \right) R dt = \frac{RC}{T} \int_{u(t-T/2)}^{u(t)} du$$

- zaradi **simetričnosti**  $u(t - T/2) = -u(t)$ :  $u(t) = \frac{U_V(t)}{2f RC}$





Pri merjenju toka realiziramo **diferenciranje z medsebojno induktivnostjo** (b):  $u = M \frac{di}{dt}$

**Povprečna vrednost** napetosti je enaka **trenutnemu toku**

$$U_V(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t u dt = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^t \left( M \frac{di}{dt} \right) dt = \frac{M}{T} \int_{i(t-T/2)}^{i(t)} di, \quad i(t) = \frac{U_V(t)}{2f M}$$

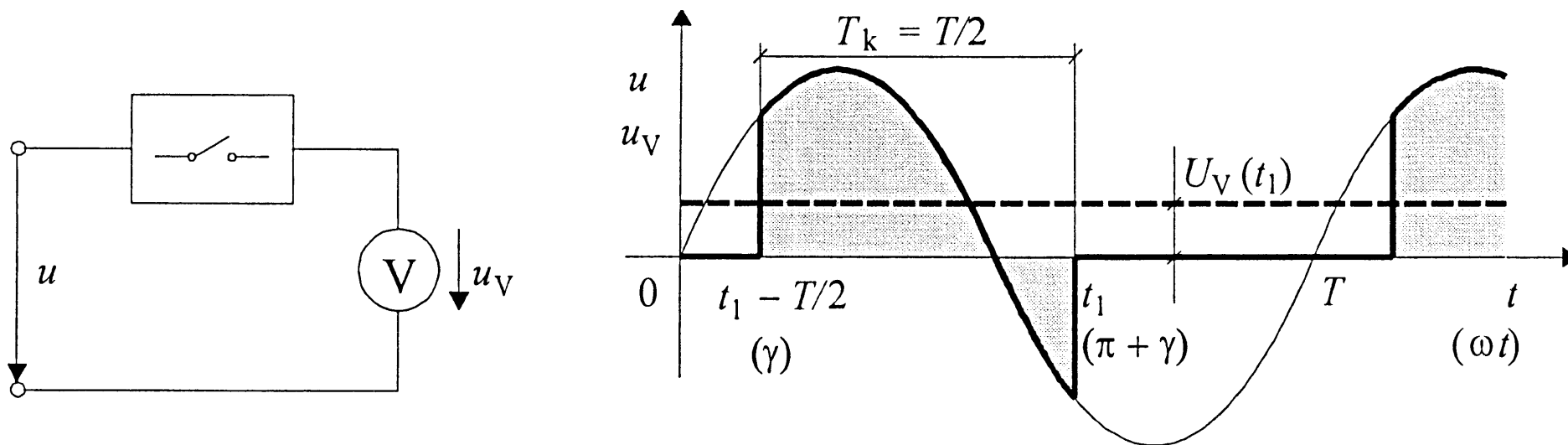




## Z vektormetrom merimo:

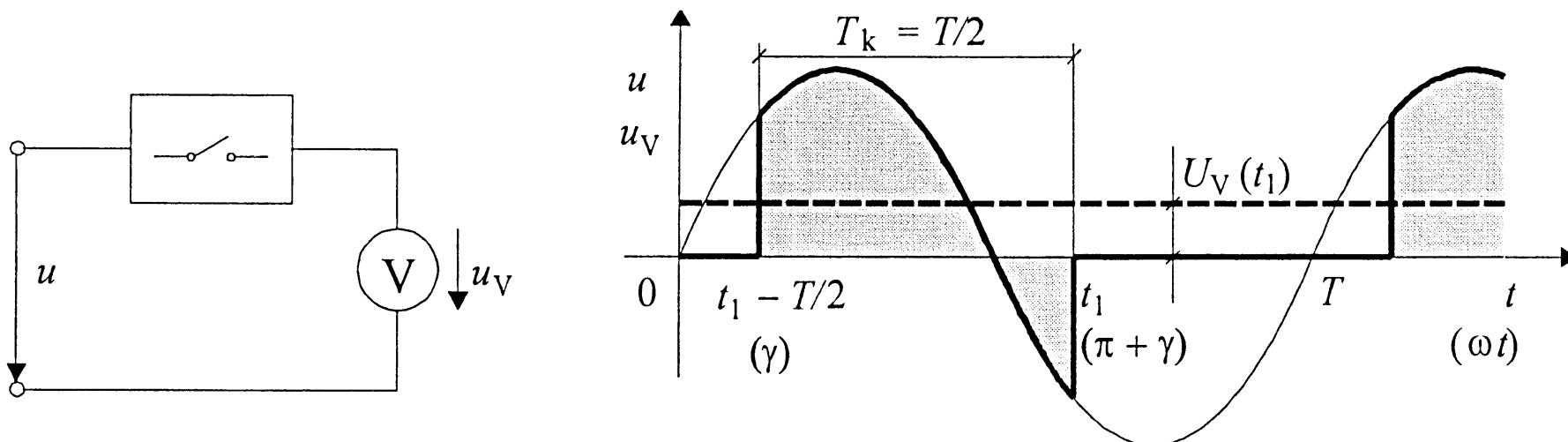
- **temensko** vrednost,
- **delovno in jalovo komponento** sinusne veličine,
- **fazno razliko** med veličinama,
- **osnovno in harmonske** komponente izmenične veličine,
- itn.

**Kontaktni čas je  $T_k = T/2$ .**



Slika 7.9 Merjenje sinusne napetosti z vektormetrom





Merjenje **delovne komponente** sinusne veličine:

$$U_V(t_1) = \frac{1}{T} \int_{t_1 - T/2}^{t_1} u_V dt = \frac{1}{T} \int_{t_1 - T/2}^{t_1} \hat{u} \sin \omega t dt = \frac{\hat{u}}{\omega T} \int_{\gamma}^{\gamma + \pi} \sin \omega t d\omega t$$

$$U_V(t_1) = \frac{\hat{u}}{\pi} \cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{\pi} U \cos \gamma$$

Merjenje **temenske** vrednosti  $\hat{u}$ :

- odklon voltmetra največji  $U_{V,\max}$  pri  $\gamma = 0$ :  $\hat{u} = \pi \cdot U_{V,\max}$





## 7.2 Merjenje moči

**Trenutna moč** kot produkt napetosti  $u$  in toka  $i$  **na dostopu vezja:**

$$p = u \cdot i$$

**Delovna moč** je enaka **srednji vrednosti:**

$$P = \lim_{T_i \rightarrow \infty} \frac{1}{T_i} \int_0^{T_i} ui \, dt = \overline{ui}$$

- Če sta veličini **periodični** je dovolj integral v **eni periodi:**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T ui \, dt$$





- Če sta veličini **sinusni**:

$$u = \hat{u} \sin(\omega t + \varphi_u),$$

$$i = \hat{i} \sin(\omega t + \varphi_i),$$

$$\varphi_u - \varphi_i = \varphi$$

- **trenutna moč**:

$$p = \hat{u}\hat{i} \sin(\omega t + \varphi_u) \sin(\omega t + \varphi_i) =$$

$$p = UI \cos \varphi - UI \cos \varphi (2\omega t + \varphi_u + \varphi_i)$$

- **delovna moč** je srednja vrednost –  
**enosmerna komponenta**:

$$P = UI \cos \varphi$$

Delovna moč s **kompleksnimi veličinami**:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U} \underline{I}^*\}$$

$$\underline{U} = \hat{u} e^{j\varphi_u} ; \quad \underline{I} = \hat{i} e^{j\varphi_i} ; \quad \underline{I}^* = \hat{i} e^{-j\varphi_i}$$





**Navidezna moč** je produkt efektivnih vrednosti  $U$  in  $I$ :

$$S = U \cdot I$$

- neodvisno od oblike

**Celotna jalova moč** (fiktivna moč  $P_f$ ):

$$P_f = \sqrt{S^2 - P^2}$$

- pri sinusni obliki se skrči v **jalovo moč**:

$$Q = UI \sin \varphi \quad \text{ali} \quad Q = \frac{1}{2} \text{Im}\{\underline{U} \underline{I}^*\}$$

- $UI \sin \varphi = UI \sqrt{1^2 - \cos^2 \varphi}$

**Faktor moči** je razmerje delovne in navidezne moči:

$$\lambda = \frac{P}{S}$$

- za sinusno obliko:  $\lambda = \cos \varphi$





$P \rightarrow$  merimo z vatmetri,

$Q \rightarrow$  merimo z varmetri,

$S \rightarrow$  merimo posredno preko efektivne vrednosti toka in napetost.

## *Merjenje moči pri enosmernem toku in napetosti*

Izmenična komponenta je zanemarljiva.

$$P = UI$$

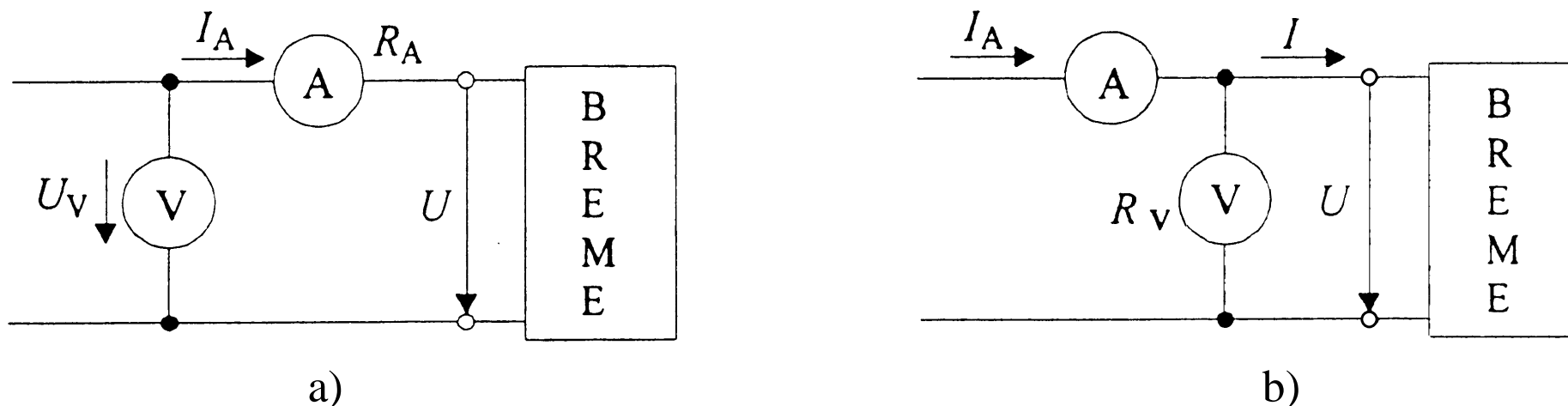
- merimo jo lahko **posredno prek merjenja  $U$  in  $I$ .**







# Merjenje moči z voltmetrom in ampermetrom



Slika 7.10 Merjenje moči z voltmetrom in ampermetrom

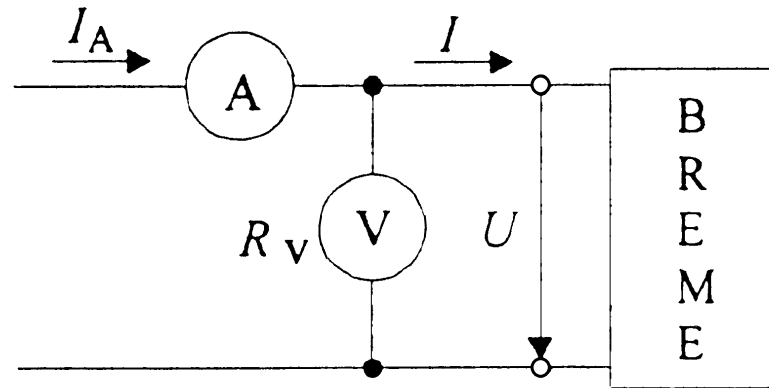
- Varianta a:**
- tok je enak toku bremena  $I = I_A$ ,
  - napetost je za padec na ampermetru večja kot napetost na bremenu  $U_V = U + I_A R_A$ .

$$P_i = U_V I_A = (U + I_A R_A) I_A = UI + I_A^2 R_A$$

- moč bremena:  $P = UI = U_V I_A - I_A^2 R_A$

- če to zanemarimo, imamo **sistematični pogrešek**:  $E = P_i - P = I_A^2 R_A$





## Varianta b:

- napetost je enaka napetosti na bremenu  $U_V = U$
- **tok** je za tok skozi voltmeter **večji kot tok bremena**

$$I_A = I + U/R_V:$$

$$P_i = U_V I_A = U_V (I + U_V/R_V) = UI + U_V^2/R_V$$

- **moč bremena:**  $P = U_V I_A - U_V^2/R_V$

- če to zanemarimo, imamo **systematični pogrešek:**

$$E = P_i - P = U_V^2/R_V$$





Merimo po varianti:

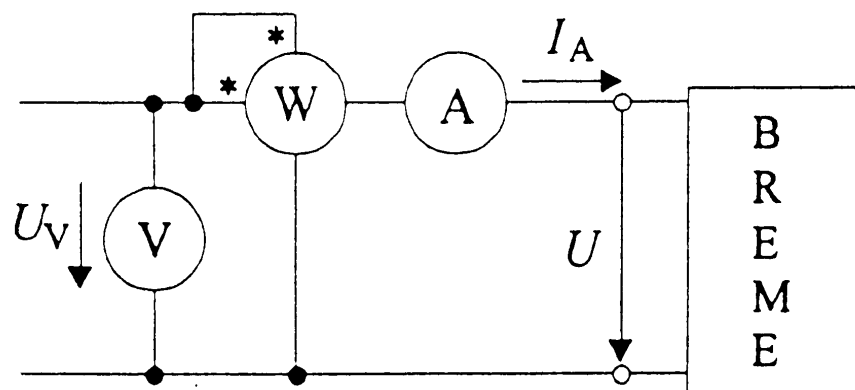
- z zanemarljivim sistematskim pogreškom,
  - **desetkrat manjši** kot merilna negotovost,
- ali po varianti **z manjšim sistematskim pogreškom**,
  - prednost dajemo **varianti b**.
    - upornost bolje določena in neodvisna od temperature.



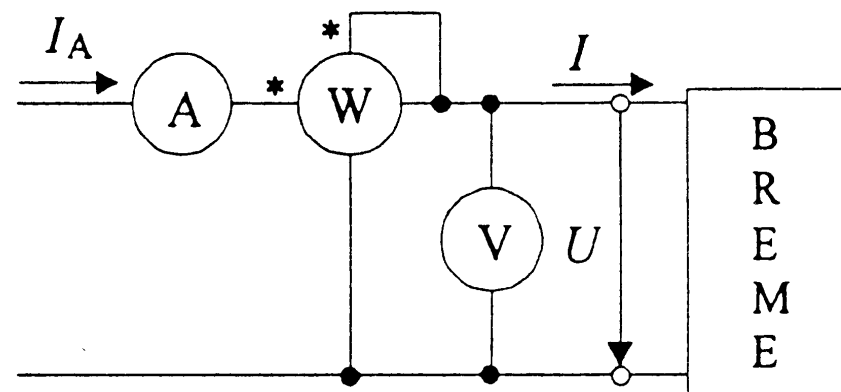


## Moč moremo meriti neposredno z vatmetrom

- npr.: elektrodinamični vatmeter  $T_e = \frac{1}{R} \frac{\partial M}{\partial \alpha} \cdot UI$
- Pri nekompenziranih vatmetrih moramo **upoštevati lastno porabo**.



a)



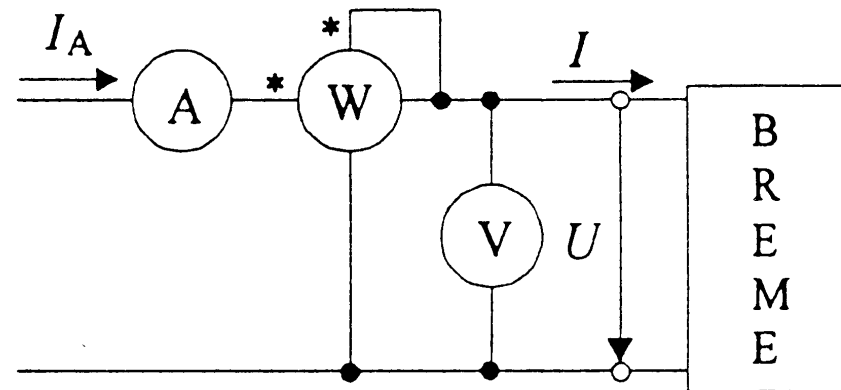
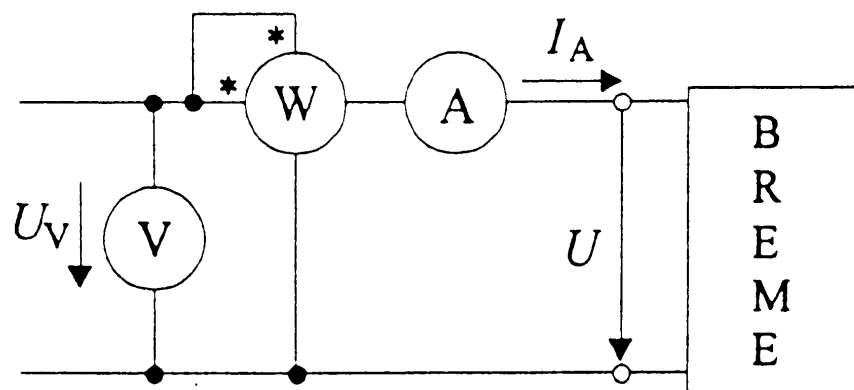
b)

Slika 7.11 Merjenje moči z vatmetrom

**Varianta a:**  $P_W = UI + I_A^2 (R_A + R_{Wt})$

- upoštevamo tudi **upornost tokovne veje vatmetra**  $R_{Wt}$





**Varianta b:**

$$P_W = UI + U_V^2 (1/R_V + 1/R_{Wn})$$

- upoštevamo tudi **upornost napetostne veje vatmetra**  $R_{Wn}$



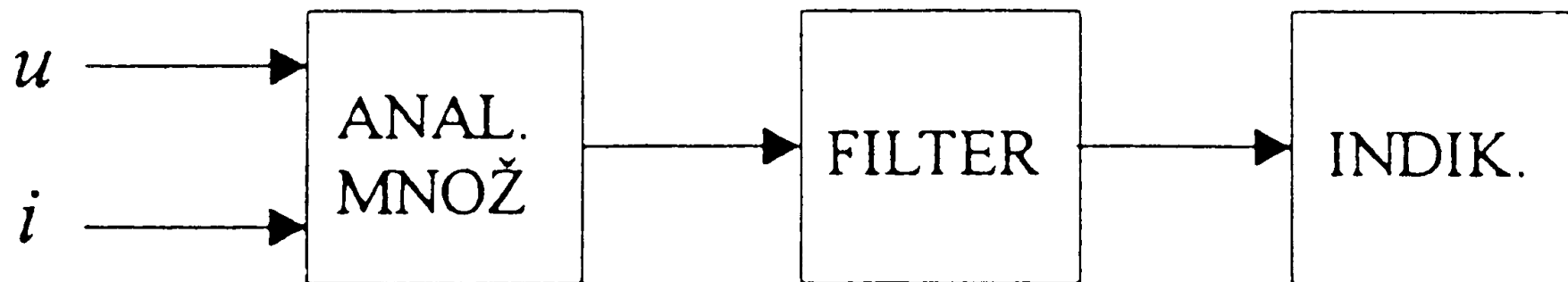
# *Merjenje delovne moči pri periodičnem toku in napetosti*



Najprej moramo tvoriti **produkt trenutnih vrednosti** in nato **povprečno vrednost**.

## *Elektronski vatmetri*

- **analogni postopek,**
  - množenje in povprečenje **kontinuirano,**



Slika 7.12 Analogni postopek merjenja moči

- **digitalni postopek,**
  - množenje in povprečenje **diskontinuirano.**

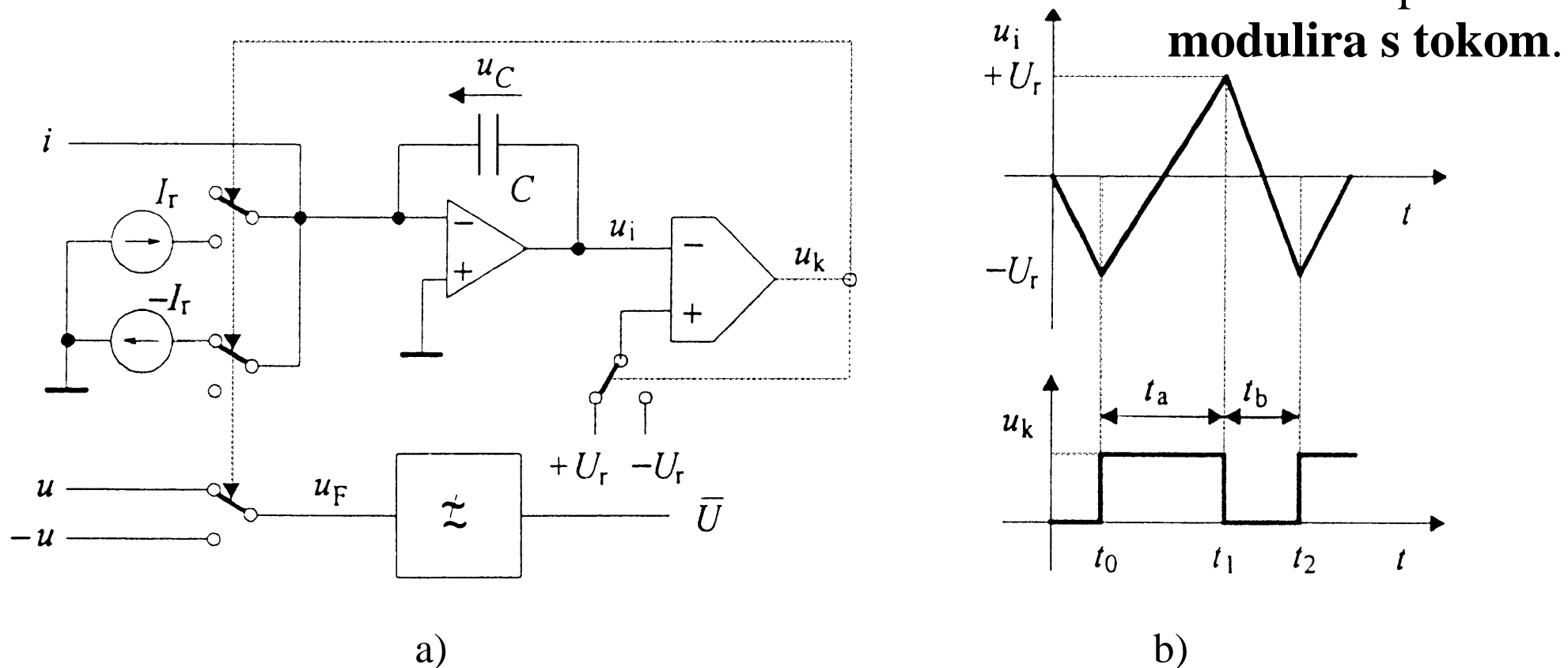




Osrednji del analognega postopka je **analogni množilnik**.

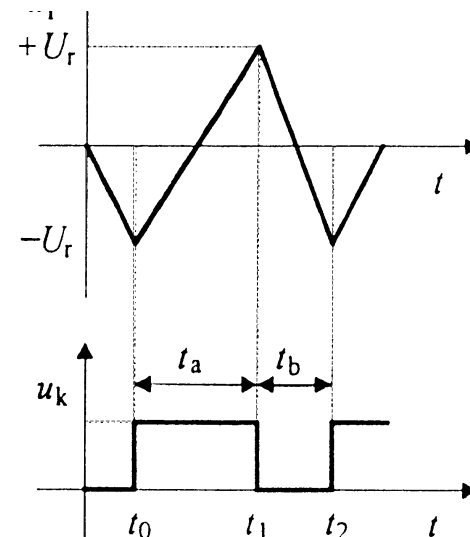
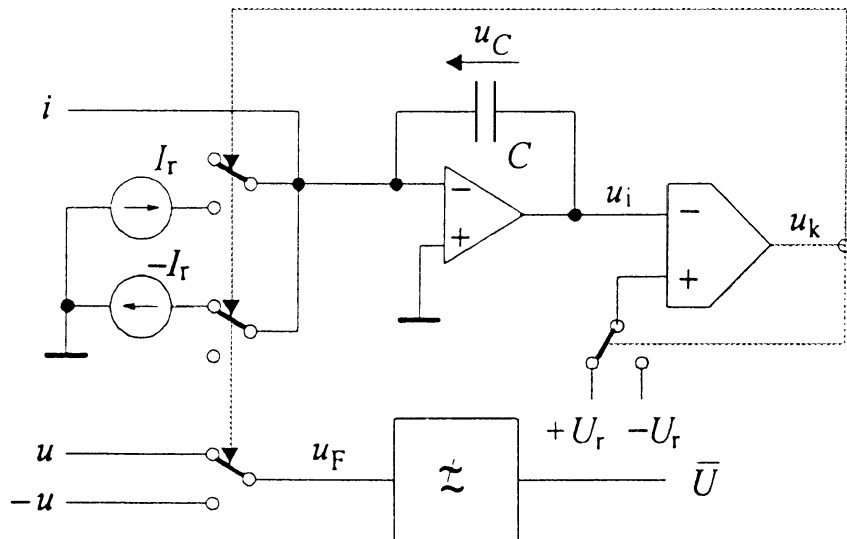
- varianta z **amplitudno-širinsko modulacijo**,
- varianta s **Hallovim množilnikom** ...

## Množilnik z amplitudno-širinsko modulacijo



Slika 7.13 Analogni množilnik z amplitudno-širinsko modulacijo





**Čas  $t_a$ :** V času **od  $t_0$  do  $t_1$**  sta na vhod **integratorja** (kondenzator  $C$  v negativni povratni zanki ojačevalnika) pripeljana toka :

- merjeni  $i$  in referenčni  $-I_r < i$

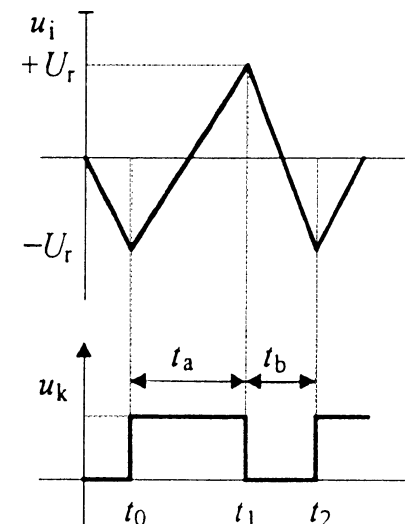
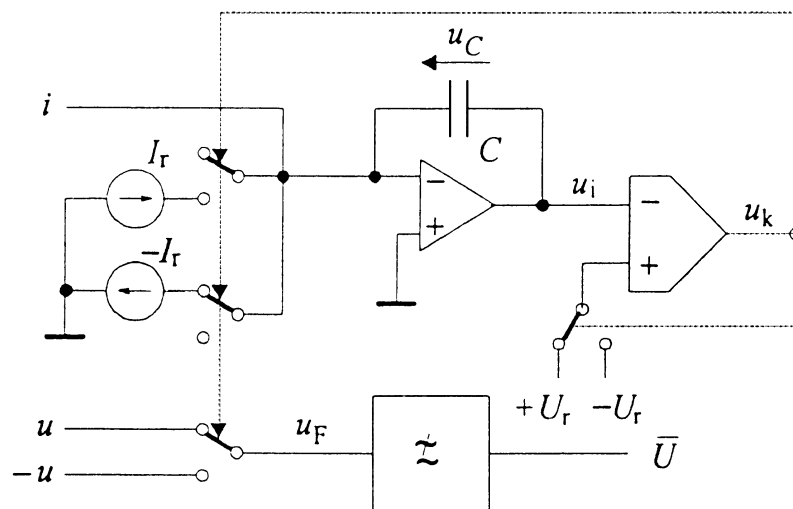
- napetost **na izhodu integratorja** začne naraščati **od  $-U_r$  do  $+U_r$** . Velja:

$$u_i \approx u_C \Rightarrow (i - I_r) + C \frac{du_i}{dt} = 0 \quad \text{in} \quad \int_{-U_r}^{+U_r} du_i = -\frac{1}{C} \int_{t_0}^{t_1} (i - I_r) dt$$

- ker je  $t_a \ll T$ , je  $i \approx \text{konst.}$ :  $2U_r = -\frac{i - I_r}{C} t_a \Rightarrow t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$







**Čas  $t_b$ :** V času od  $t_1$  do  $t_2$  sta na vhod **integratorja** (kondenzator  $C$  v negativni povratni zanki ojačevalnika) pripeljana toka :

- merjeni  $i$  in referenčni  $I_r > i$

- napetost na izhodu integratorja začne padati od  $+U_r$  do  $-U_r$ . Velja:

$$u_i \approx u_C \Rightarrow (i + I_r) + C \frac{du_i}{dt} = 0 \quad \text{in} \quad \int_{+U_r}^{-U_r} du_i = -\frac{1}{C} \int_{t_1}^{t_2} (i + I_r) dt$$

- rešitev za  $t_b$ :  $-2U_r = -\frac{i + I_r}{C} t_b \Rightarrow t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$





Primerjava  $t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$  in  $t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$ :

$$i = 0 \quad \Rightarrow \quad t_a = t_b - \text{simetrični trikotnik}$$

$$i > 0 \quad \Rightarrow \quad t_a > t_b$$

$$i < 0 \quad \Rightarrow \quad t_a < t_b - \text{v širini pulza se skriva}$$

informacija o toku

**Amplitudo impulza moduliramo z napetostjo:**

$$t_a \Rightarrow u$$

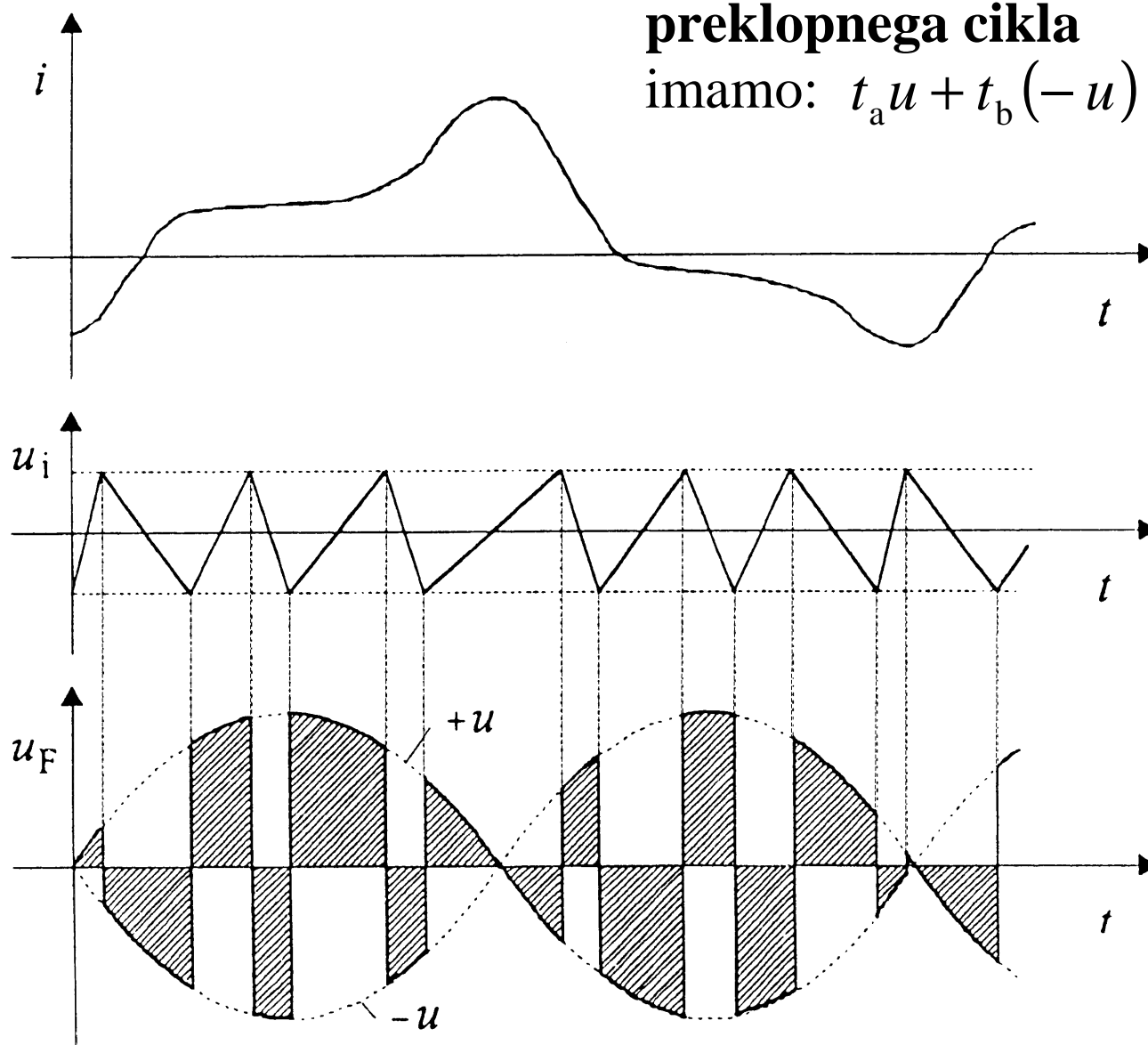
$$t_b \Rightarrow -u$$

Znotraj enega preklopnega cikla imamo:  $t_a u + t_b (-u)$





Znotraj enega  
preklopnega cikla  
imamo:  $t_a u + t_b (-u)$



Na izhodu filtra  
dobimo **enosmerno  
komponento** –  
**povprečno vrednost:**

$$\bar{U} = \frac{t_a u + t_b (-u)}{t_a + t_b}$$

Če vstavimo  $t_a = \frac{2U_r C}{I_r - i}$

in  $t_b = \frac{2U_r C}{I_r + i}$ :

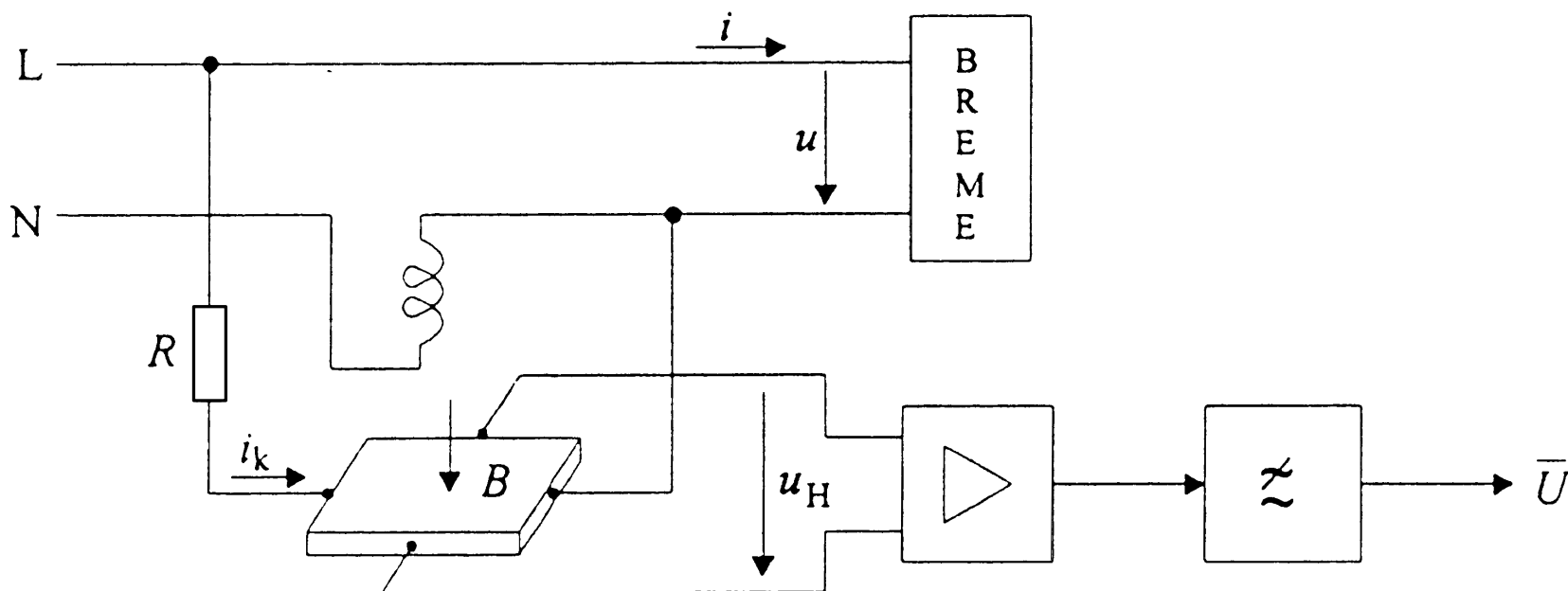
$$\bar{U} = \frac{1}{I_r} \bar{u}i = \frac{1}{I_r} P$$

Slika 7.14 Princip delovanja amplitudno-širinskega modulatorja





# Hallov množilnik:



Slika 7.15 Hallov množilnik

- Napetost  $u_H$  je odvisna od:

- krmilnega toka  $i_k \propto u$ ,

- magnetne indukcije  $B \propto i$

$$u_H = \frac{1}{ned} i_k B(t) = k \cdot ui = k \cdot p$$

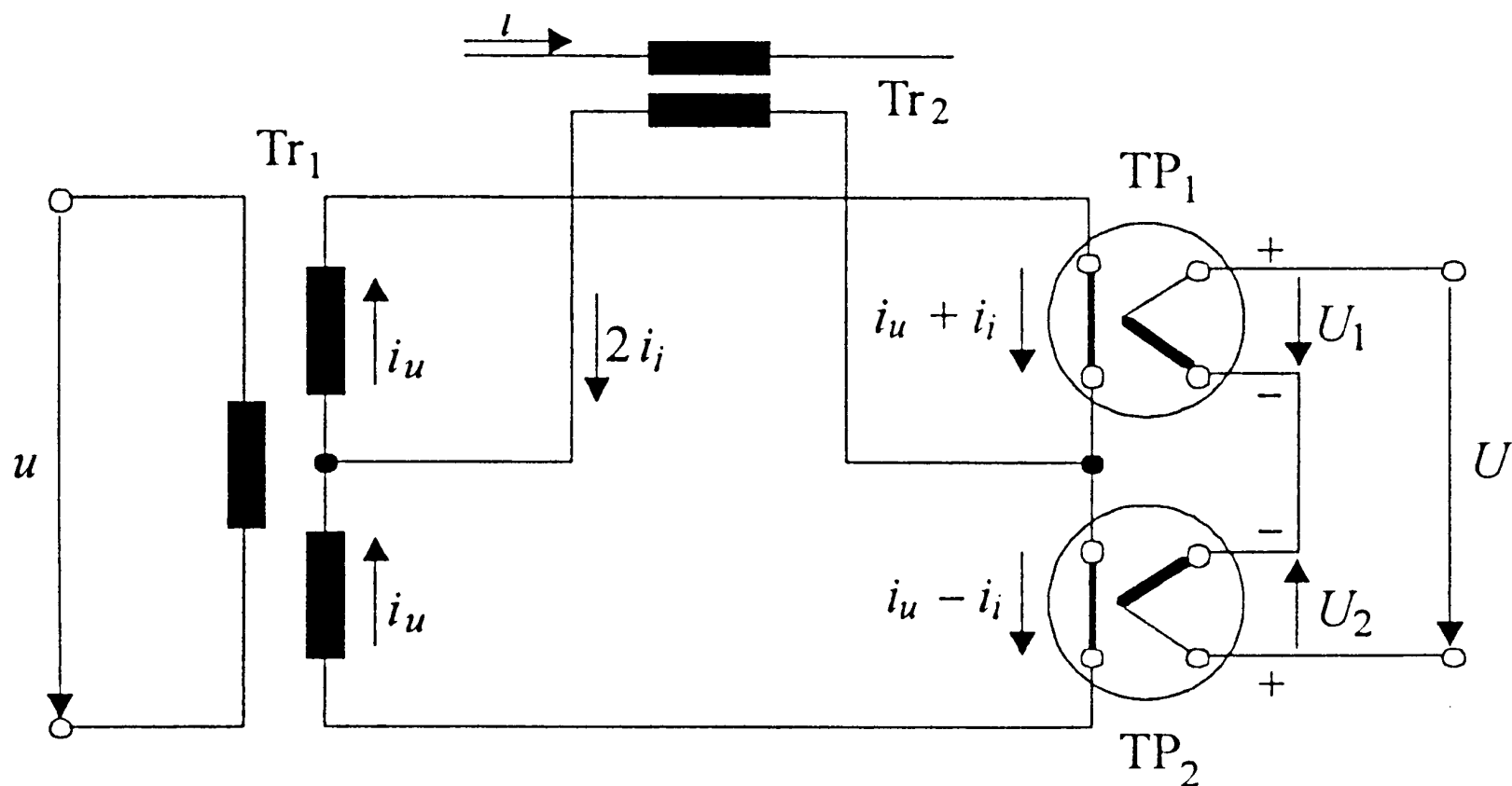
- temperaturna odvisnost,
- visoka frekvenčna meja.





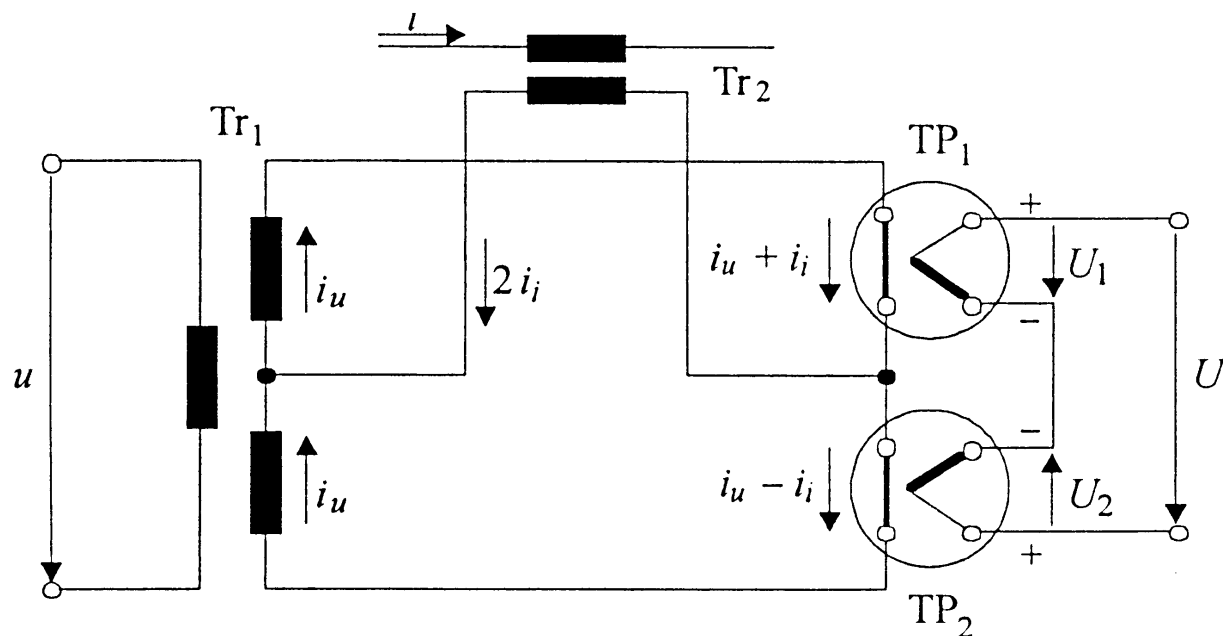
## Analogni množilnik s paraboličnim postopkom.

- Množenje je realizirano **posredno**
  - z razliko kvadratov vsote in razlike signalov



Slika 7.16 Analogni množilnik po paraboličnem postopku





- Skozi ogrevno nitko prvega termopretvornika z  $R_d$  teče **vsota tokov**. Moč ogrevanja je:  $P_1 = R_d \overline{(i_u + i_i)^2}$
- Skozi ogrevno nitko drugega termopretvornika z  $R_d$  teče **razlika tokov**. Moč ogrevanja je:  $P_2 = R_d \overline{(i_u - i_i)^2}$

**Enosmerna napetost  $U$**  je enaka:  $U = U_1 - U_2 = aP_1 - aP_2$   
oz.  $U = 4aR_d \overline{i_u i_i} = k u i = k P$

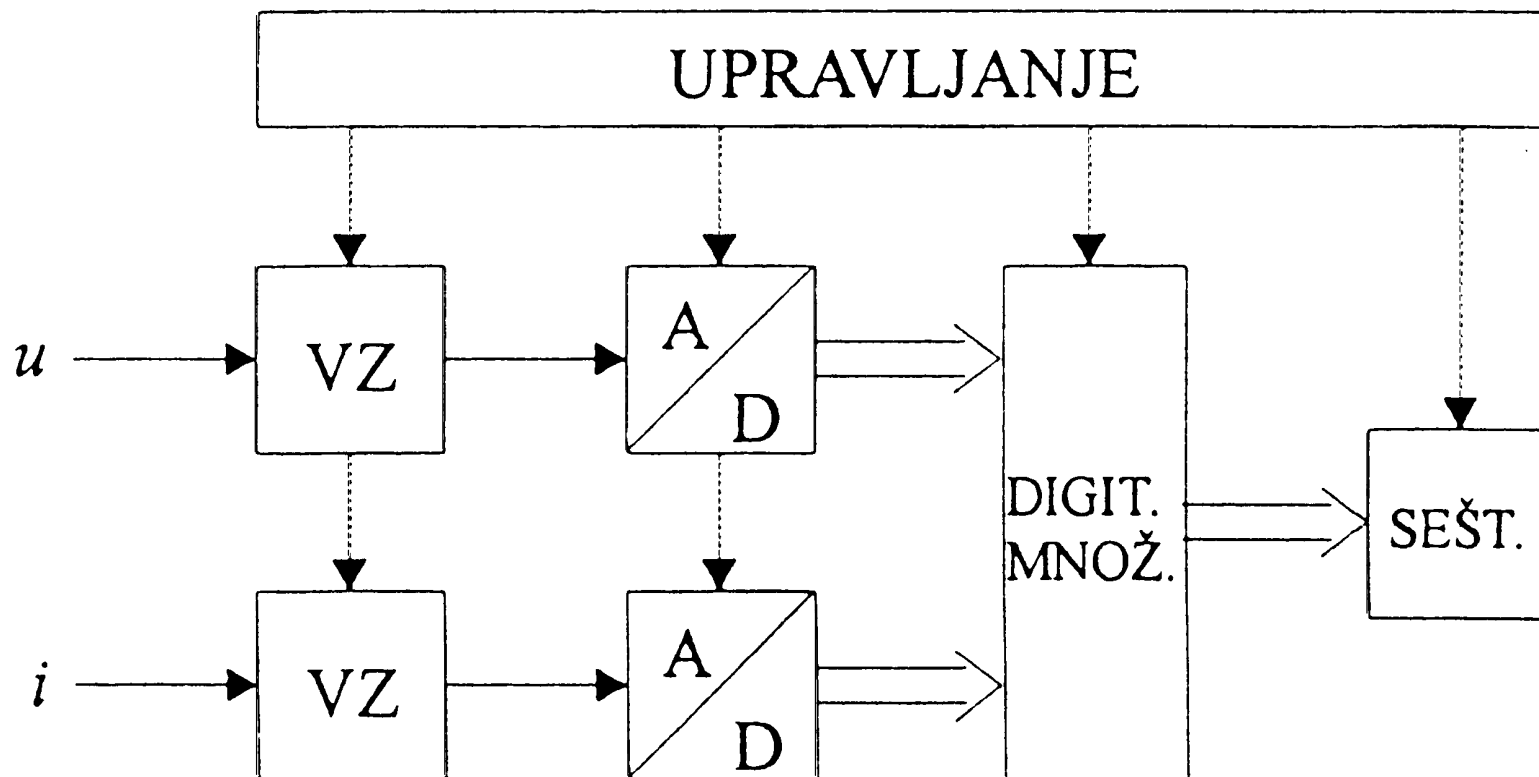
Zaradi toplotne vztrajnosti nitke ne potrebujemo filtra!





Pri digitalnem postopku jemljemo **vzorke** napetosti in toka **sočasno**.

- s pomočjo dveh **vzorčno-zadržnih členov**.



Slika 7.17 Digitalni postopek merjenja moči





Vrednosti napetosti  $U_j$  in toka  $I_j$  z AD pretvornikov zmnožimo in seštejemo numerično:

$$P = \frac{1}{NT_s} \sum_{j=0}^{N-1} U_j I_j T_s = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} U_j I_j$$

$T_s$  - perioda vzorčenja

$NT_s$  - čas merjenja mora biti

mnogokratnik periode  $T$







## *Merjenje delovne moči pri sinusnem toku in napetosti*

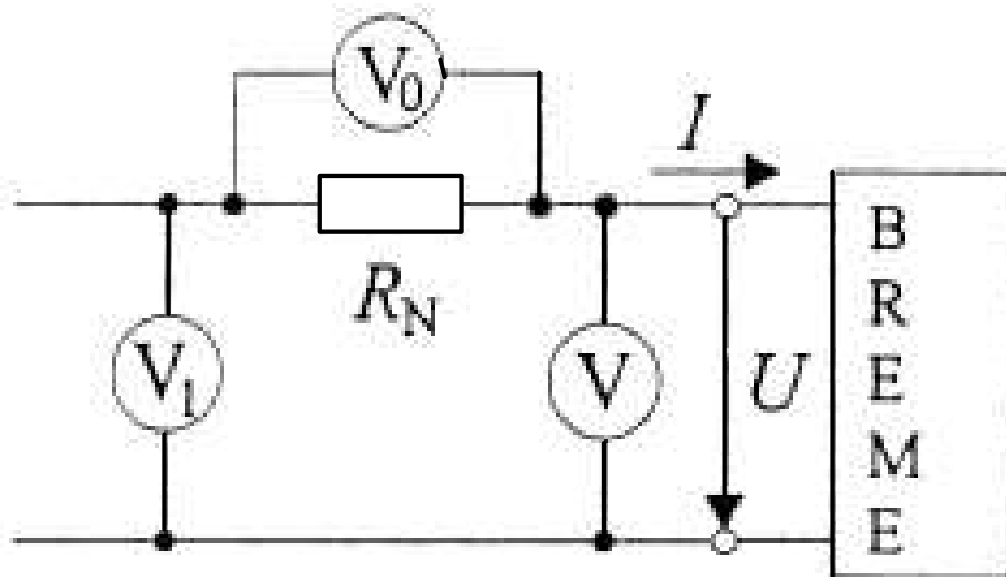
**Sinusna napetost** omogoča vrsto možnosti merjenja:

- napetost, tok in kot med njima,
- napetost in 'delovna komponenta' toka itn.

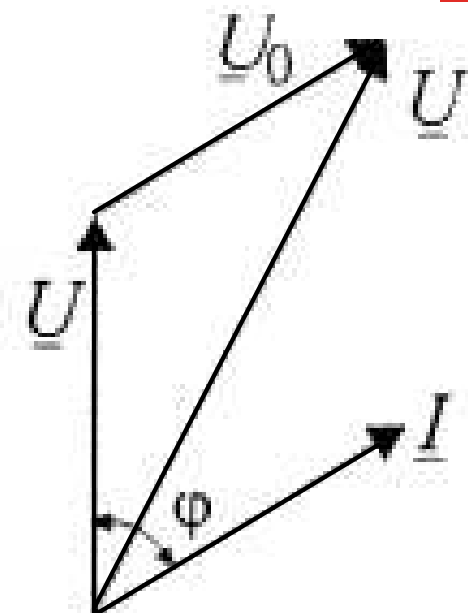




# Metoda treh voltmetrov



a)



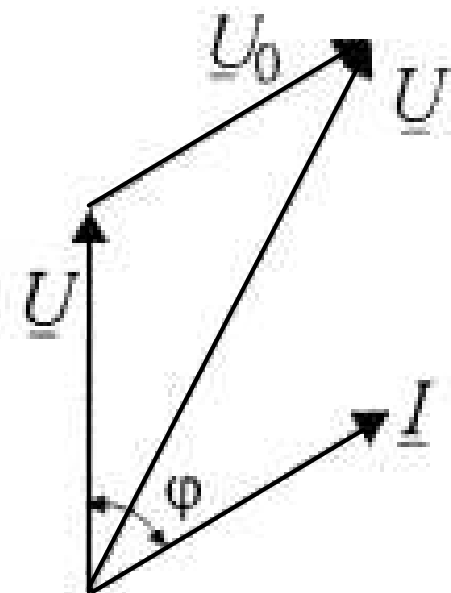
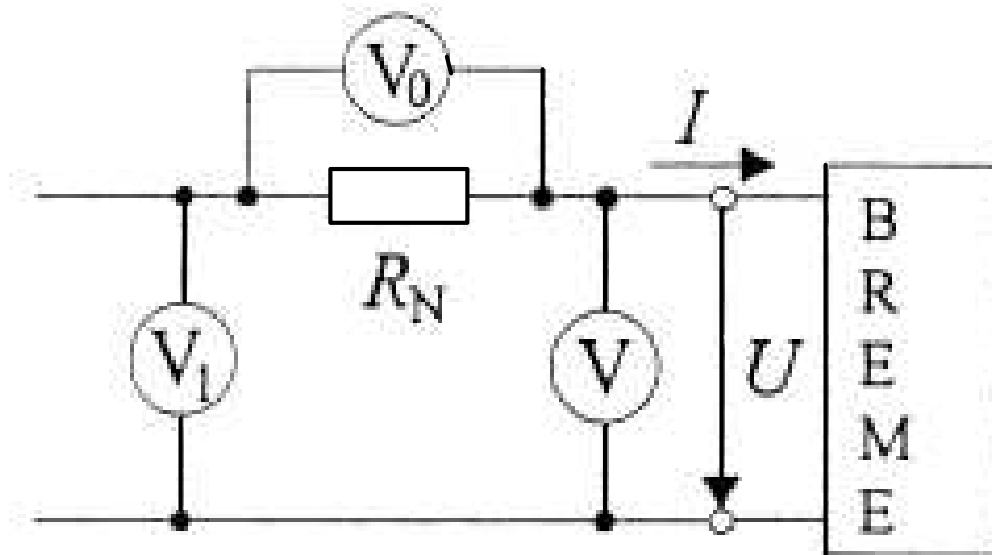
b)

Slika 7.18 Metoda treh voltmetrov

Fazorski diagram:  $\underline{U}_1 = \underline{U} + \underline{U}_0$

- $\underline{U}_1$  je vsota napetosti na bremenu  $\underline{U}$  in padcu  $\underline{U}_0$  na uporu  $R_N$  -  $\underline{U}_0$  in  $\underline{I}$  sta v fazi





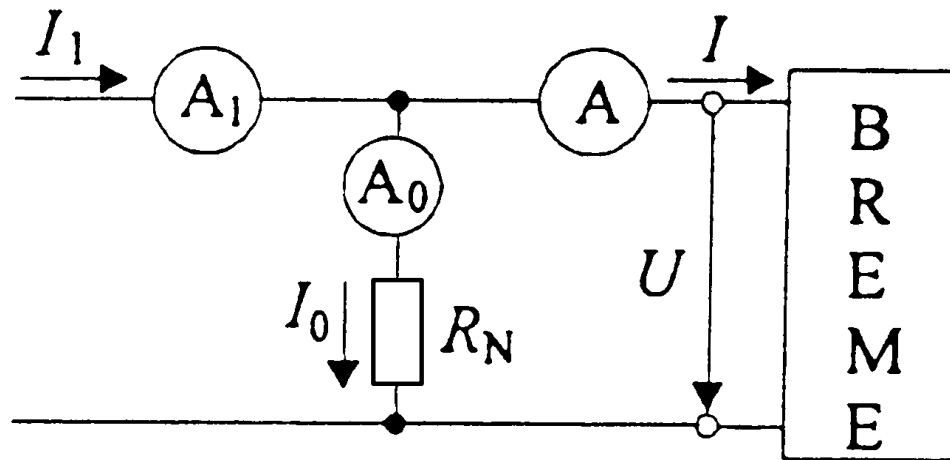
Kosinusni stavek:  $U_1^2 = U^2 + U_0^2 + 2UU_0 \cos \varphi$

**Delovna moč** ( $R_V \gg 1$ ):

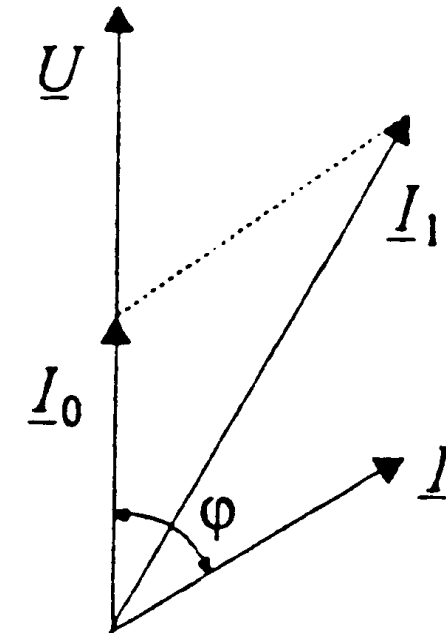
$$P = UI \cos \varphi = U \frac{U_0}{R_N} \frac{U_1^2 - U^2 - U_0^2}{2UU_0} = \frac{U_1^2 - U^2 - U_0^2}{2R_N}$$



# Metoda treh ampermetrov



a)



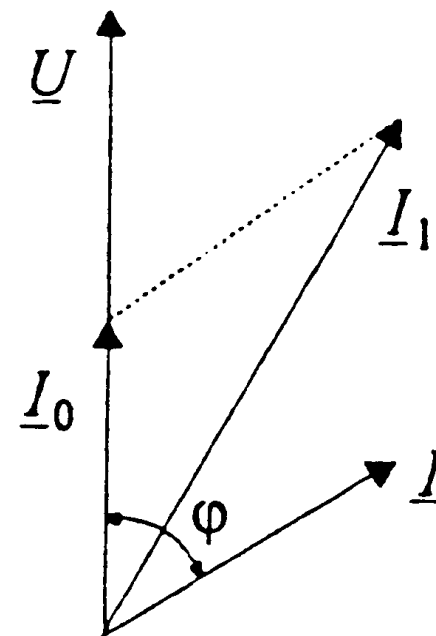
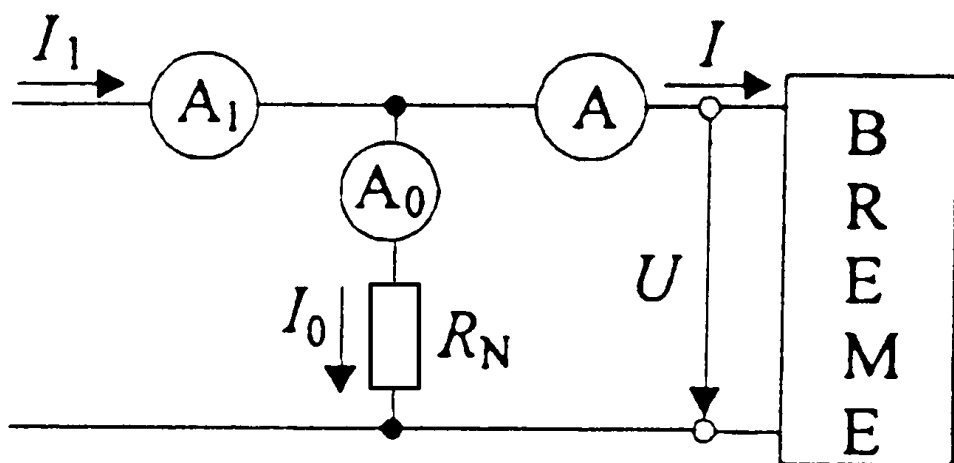
b)

Slika 7.19 Metoda treh ampermetrov

Fazorski diagram:  $\underline{I}_1 = \underline{I} + \underline{I}_0$

- $\underline{I}_1$  je vsota toka bremena  $\underline{I}$  in toka  $\underline{I}_0$  skozi upor  $R_N$  -  $\underline{I}_0$  in  $\underline{U}$  sta v fazi





Kosinusni stavek:  $I_1^2 = I^2 + I_0^2 + 2II_0 \cos \varphi$

**Delovna moč** ( $R_A \ll 1$ ):

$$P = UI \cos \varphi = I_0 R_N I \frac{I_1^2 - I^2 - I_0^2}{2II_0} = \frac{R_N}{2} (I_1^2 - I^2 - I_0^2)$$

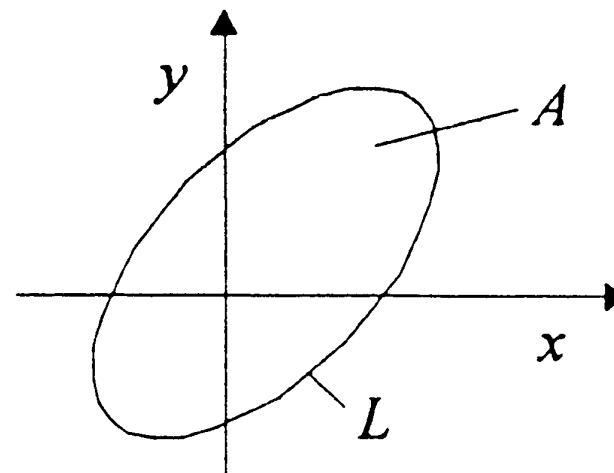
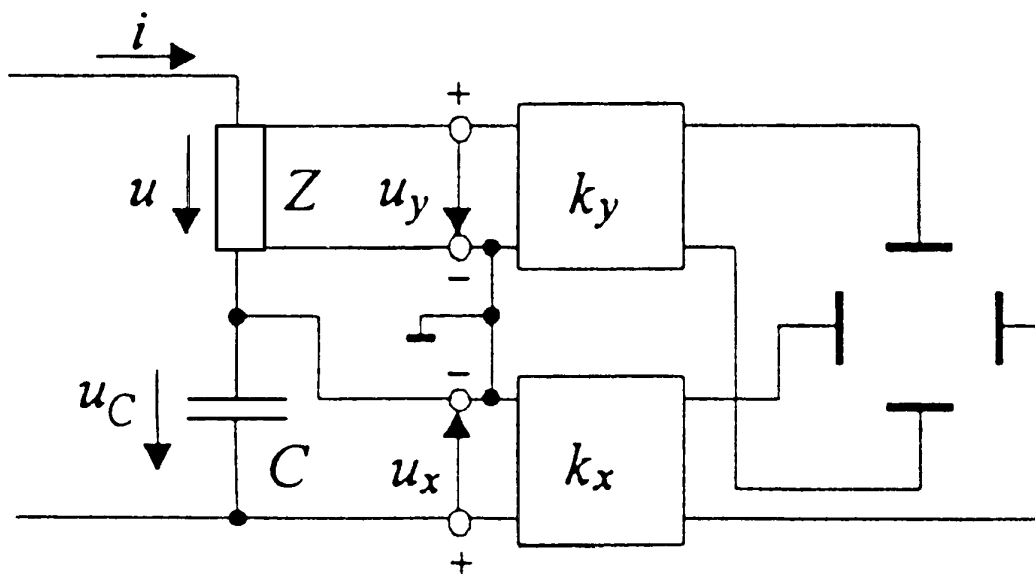




# Merjenje delovne moči z elektronskim osciloskopom

Uporablja se **XY način** prikaza

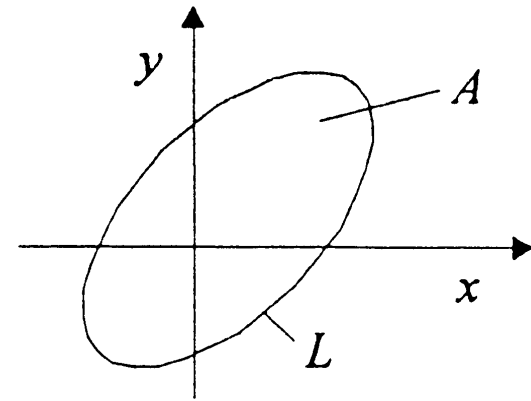
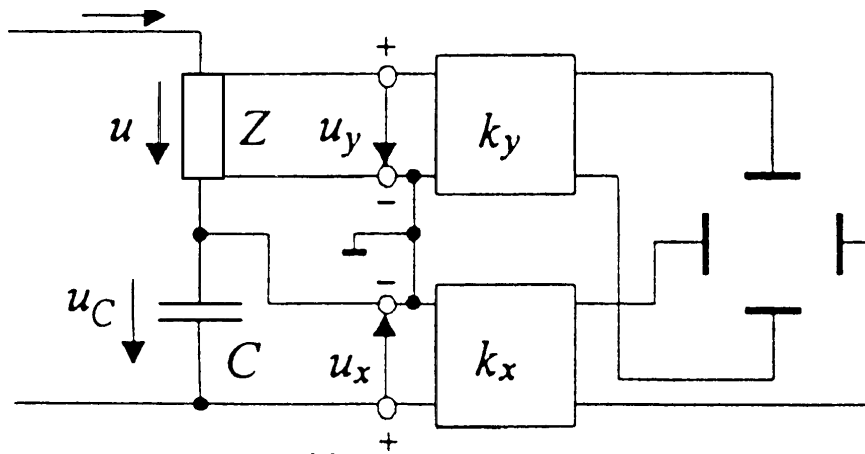
- **Y** – napetost bremena,
- **X** – napetost, ki je sorazmerna **integralu toka** bremena.



Slika 7.20 Merjenje delovne moči z elektronskim osciloskopom

- tok čez kondenzator :  $i = C \frac{du_c}{dt}$





- **delovna moč:**

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i dt = \frac{1}{T} \int_0^T u \left( C \frac{du_C}{dt} \right) dt = f C \oint u du_C$$

- $u = u_y = k_y y$

- $u_C = -u_x = -k_x x \Rightarrow du_C = -k_x dx$

- **Integral po sklenjeni poti (periodičnost):**

$$P = -f C k_x k_y \oint_L y dx$$

- $\oint_L y dx = -\oint_L x dy$

Ploščina A, ki jo omejuje krivulja L, je sorazmerna deloni moči:

$$P = f C k_x k_y A$$





# *Merjenje delovne moči v trifaznem sistemu*

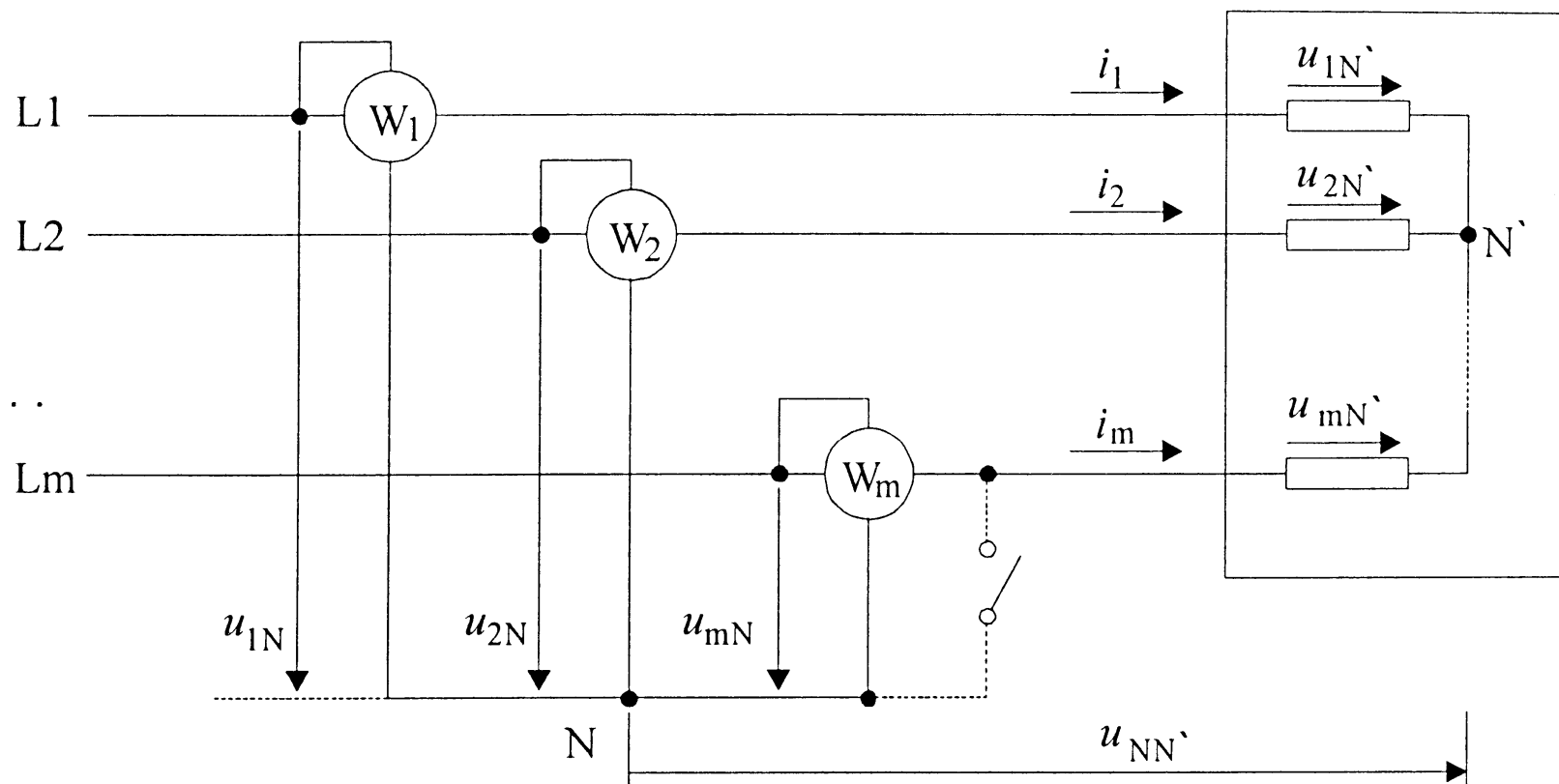
Trifazni sistem je lahko: - **trivoden,**  
- **štirivoden.**

Za pravilno merjenje delovne moči moramo upoštevati **Blondelov teorem:**

- V sistemu z  $m$  vodniki izmerimo (celotno) delovno moč tako, da **seštejemo odčitke  $m$  vatmetrov**, ki imajo tokovne veje v posameznih vodnikih, napetostne veje pa od posameznih vodnikov v skupno točko.
- Če je **skupna točka eden od vodnikov**, potrebujemo  **$m-1$  vatmetrov!**







Slika 7.21 Merjenje delovne moči v sistemu z  $m$  vodniki

$$u_{1N'} = u_{1N} + u_{NN'}, \quad u_{2N'} = u_{2N} + u_{NN'}, \quad \dots, \quad u_{mN'} = u_{mN} + u_{NN'}$$

**Delovne moči posameznih vej:**  $P_1 = \overline{u_{1N'} i_1}, \dots, P_m = \overline{u_{mN'} i_m}$

**Moči posameznih vatmetrov:**  $P_{W1} = \overline{u_{1N} i_1}, \dots, P_{Wm} = \overline{u_{mN} i_m}$





Breme:

$$P_1 = \overline{u_{1N'}} i_1, \dots, P_m = \overline{u_{mN'}} i_m$$

Vatmetri:

$$P_{W1} = \overline{u_{1N}} i_1, \dots, P_{Wm} = \overline{u_{mN}} i_m$$

**Celotna moč bremena:**  $P = P_1 + P_2 + \dots + P_m$

$$P = \overline{(u_{1N} + u_{NN'})} i_1 + \overline{(u_{2N} + u_{NN'})} i_2 + \dots + \overline{(u_{mN} + u_{NN'})} i_m$$

$$P = \overline{u_{1N}} i_1 + \overline{u_{2N}} i_2 + \dots + \overline{u_{mN}} i_m + \overline{u_{NN'}} (i_1 + i_2 + \dots + i_m)$$

Ker je  $i_1 + i_2 + \dots + i_m = 0$ , sledi:

$$P = \overline{u_{1N}} i_1 + \overline{u_{2N}} i_2 + \dots + \overline{u_{mN}} i_m - \text{vsota moči vatmetrov}$$

**Vsota moči vatmetrov je neodvisna od potenciala skupne točke napetostnih vej vatmetrov N.**





Pravilno merimo tudi z  $m-1$  vatmetri, če je **skupna točka vodnik Lm**:

- $u_{NN'} = u_{mN'}$
- **delovna moč bremena se ni spremenila, moči vatmetro**  
pa so:

$$P_{W1} = \overline{u_{1m} i_1}, \quad P_{W2} = \overline{u_{2m} i_2}, \quad \dots, \quad P_{Wm} = \overline{u_{mm} i_m} = 0$$

- vsota moči vatmetro:

$$P_{W1} + P_{W2} + \dots + P_{W(m-1)} = \overline{u_{1m} i_1} + \overline{u_{2m} i_2} + \dots + \overline{u_{(m-1)m} i_{m-1}}$$

- vidimo, da je:  $u_{1m} = u_{1N'} - u_{mN'}$ ,  $u_{2m} = u_{2N'} - u_{mN'}$ ,  $\dots$ ,

$$u_{(m-1)m} = u_{(m-1)N'} - u_{mN'}$$

- vstavimo v enačbo za moč:  $P_{W1} + P_{W2} + \dots + P_{W(m-1)} =$





$$\begin{aligned} P_{W1} + P_{W2} + \dots + P_{W(m-1)} &= \\ &= \overline{(u_{1N'} - u_{mN'}) i_1} + \overline{(u_{2N'} - u_{mN'}) i_2} + \dots + \overline{(u_{(m-1)N'} - u_{mN'}) i_{m-1}} \end{aligned}$$

Moč je enaka:

$$\begin{aligned} P_{W1} + P_{W2} + \dots + P_{W(m-1)} &= \overline{u_{1N'} i_1} + \overline{u_{2N'} i_2} + \dots + \overline{u_{(m-1)N'} i_{m-1}} \\ &\quad - \overline{u_{mN'} (i_1 + i_2 + \dots + i_{m-1})} \end{aligned}$$

▪ zadnji člen je enak:  $\overline{u_{mN'} i_m}$

Posamezni odčitki vatmetrov nimajo praktičnega pomena, vsota pa je **enaka moči bremena**.

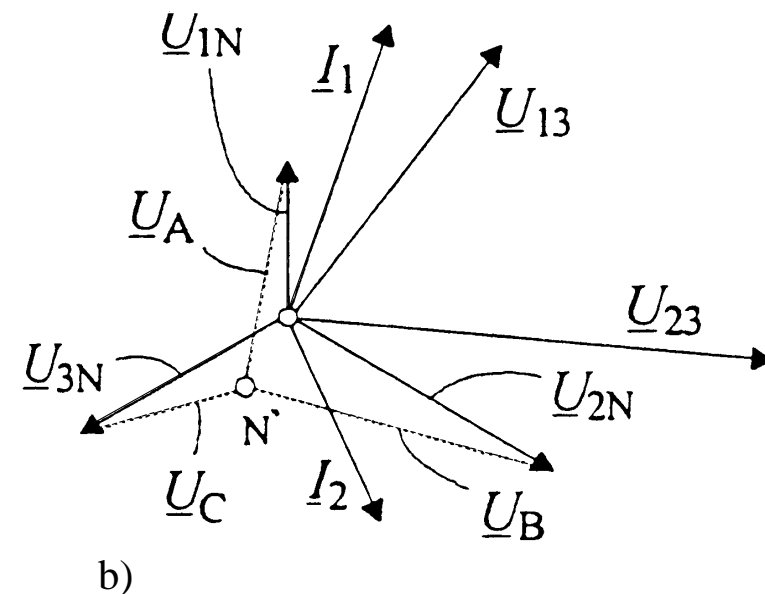
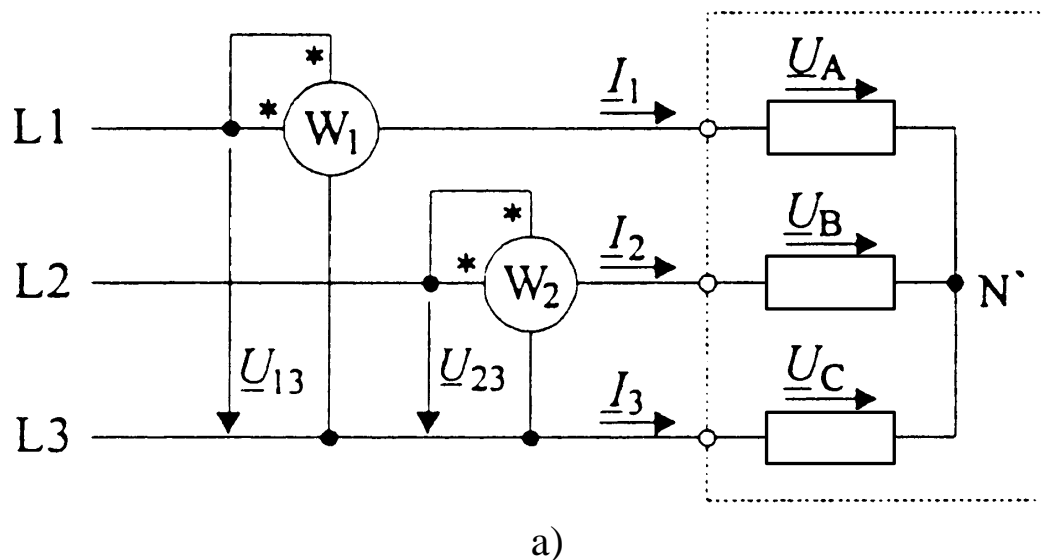
- Metoda je veljavna **tudi za nesinusne oblike!**





V **trivodnem sistemu** merimo delovno moč z **dvema** vatmetroma v **Aronovi vezavi**.

- **breme** je lahko **nesimetrično** – neenake impdance,
- **vir** je lahko **neuravnovešen** – neenake napetosti.



Slika 7.22 Merjenje delovne moči z dvema vatmetroma

Velja : 
$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ \underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^* \right\}$$
 Pri sinusni obliki lahko uporabimo za analizo kompleksni račun.



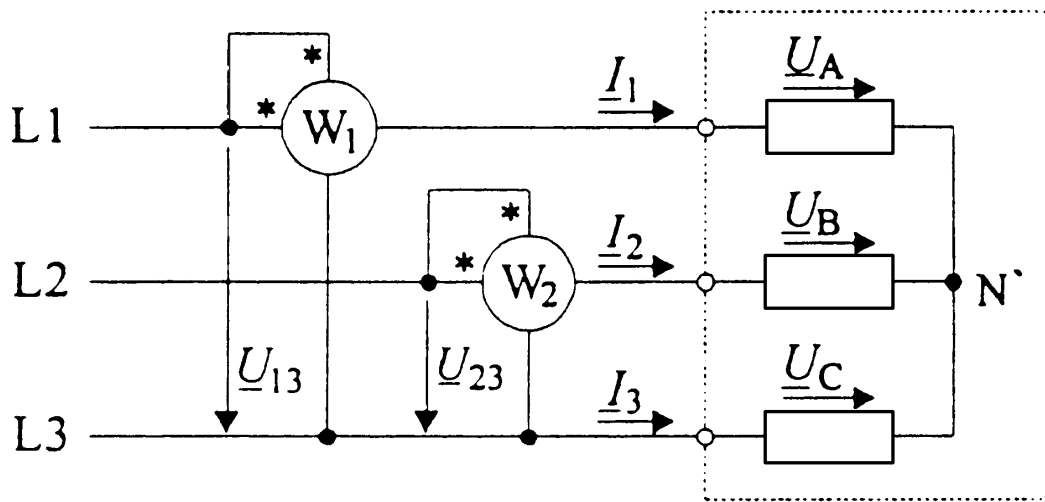


$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^* \}$$

- ker je **vsota tokov enaka nič**:  $\underline{I}_3^* = -(\underline{I}_1^* + \underline{I}_2^*)!$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \}$$

$$\text{ali } P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* \} + \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \}$$



- Vatmeter  $W_1$  je priključen **na medfazno napetost**  $\underline{U}_A - \underline{U}_C$ , ki je enaka  $\underline{U}_{13}$ .
- Vatmeter  $W_2$  je priključen **na medfazno napetost**  $\underline{U}_B - \underline{U}_C$ , ki je enaka  $\underline{U}_{23}$ .
- **Delovna moč** je enaka **vsoti moči**:

$$P = P_{W1} + P_{W2}$$



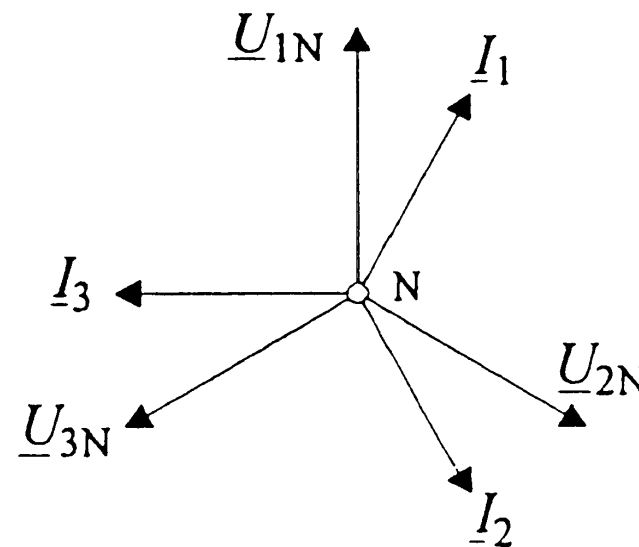
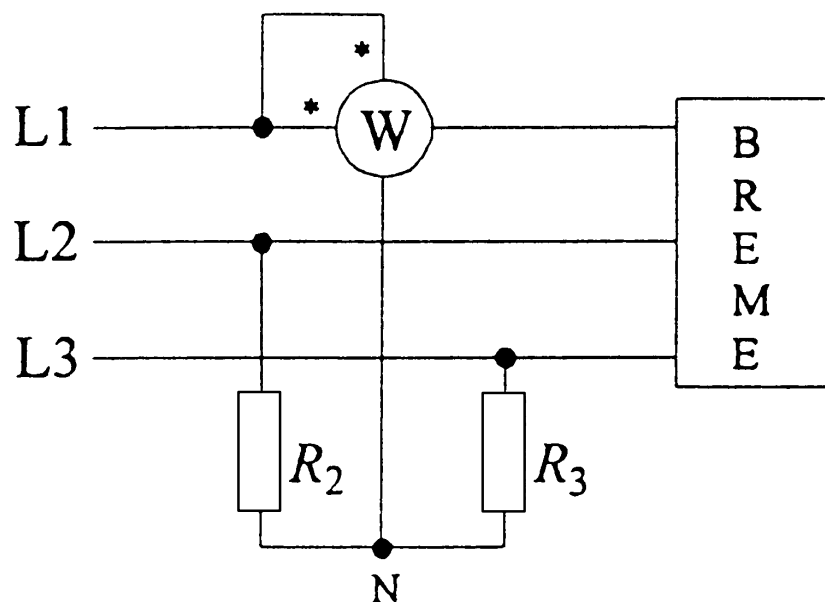


**Trifazni vir je uravnotežen, če fazorji  $\underline{U}_{13}$ ,  $\underline{U}_{23}$ ,  $\underline{U}_{31}$  tvorijo enakostranični trikotnik.**

**Trifazni sistem je uravnotežen:**

- vir je uravnotežen,
- breme simetrično.

- Zadostuje, da izmerimo moč **samo v eni fazi**:  $P = 3 \cdot P_W$



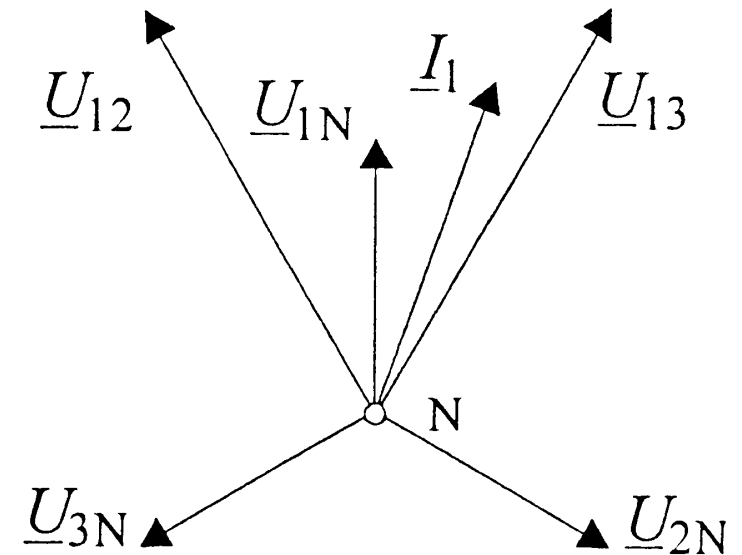
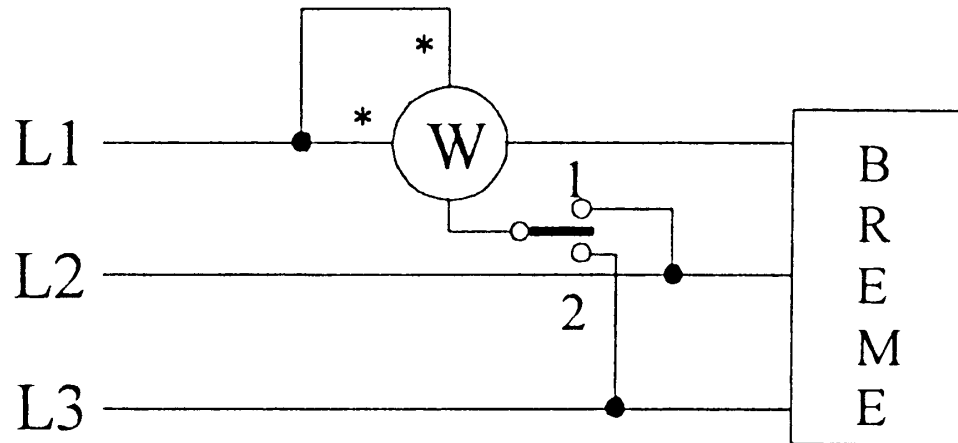
Slika 7.23 Merjenje delovne moči pri uravnoteženem sistemu(1)

- ker točka  $N'$  ni dostopna, dosežemo fazno napetost umetno:

$$R_2 = R_3 = R_{Wn} \quad \Rightarrow \quad \underline{U}_{1N} = \underline{U}_A$$



Skupno moč pri uravnovešenem sistemu lahko zmerimo z **dvema meritvama**:



Slika 7.24 Merjenje delovne moči pri uravnovešenem sistemu (2)

- **preklopnik v polžaju 1:**

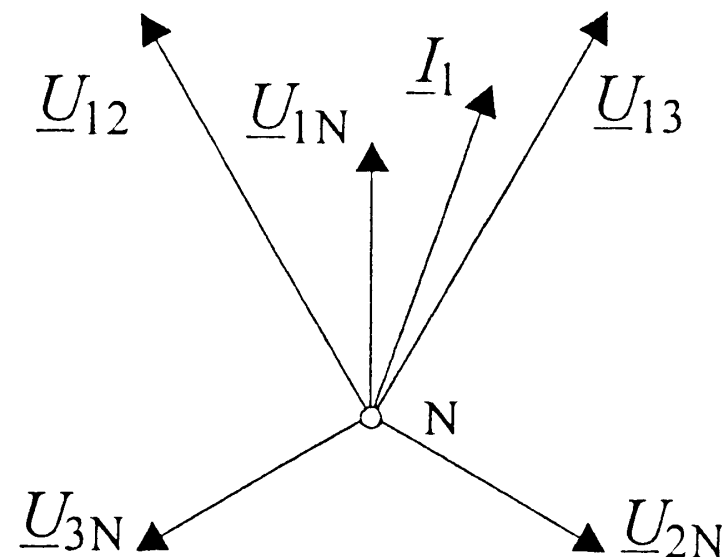
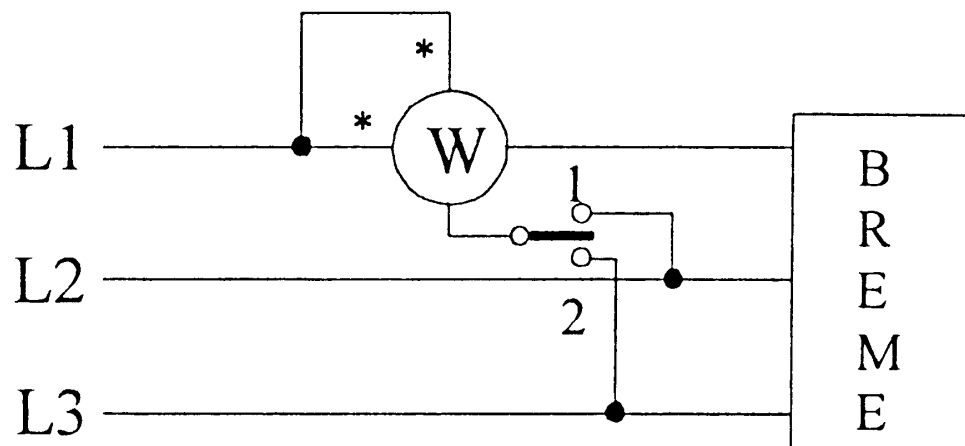
$$P_{W1} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{12} \underline{I}_1^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N}) \underline{I}_1^*\}$$

- **preklopnik v polžaju 2:**

$$P_{W2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{13} \underline{I}_1^*\} = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{(\underline{U}_{1N} - \underline{U}_{3N}) \underline{I}_1^*\}$$







Vsota odčitkov je:

$$P_{W1} + P_{W2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ (\underline{U}_{1N} - \underline{U}_{2N}) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_{1N} - \underline{U}_{3N}) \underline{I}_1^* \right\}$$

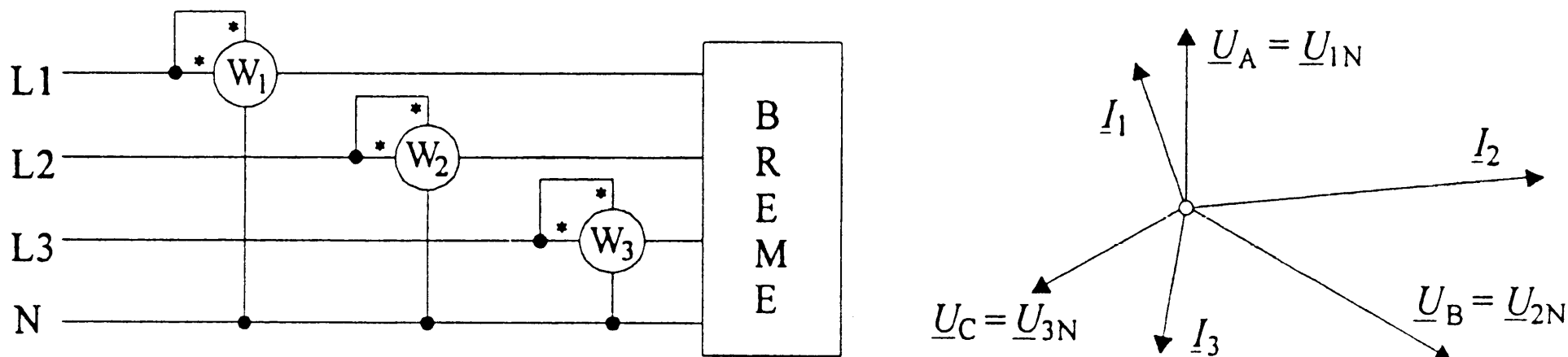
- ker je  $-(\underline{U}_{2N} + \underline{U}_{3N}) = \underline{U}_{1N}$ , dobimo:

$$\Rightarrow P_{W1} + P_{W2} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ 3 \underline{U}_{1N} \underline{I}_1^* \right\} = P$$





## V štirivodnem sistemu merimo moč s tremi vatmetri.



Slika 7.25 Merjenje delovne moči v štirivodnem sistemu

Vsota moči treh vatmetrov:

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_A \underline{I}_1^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_B \underline{I}_2^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_C \underline{I}_3^*\}$$

- zaradi nevtralnega vodnika imamo:  $\underline{U}_A = \underline{U}_{1N}$ ,  $\underline{U}_B = \underline{U}_{2N}$ ,
- **delovna moč:**  $\underline{U}_C = \underline{U}_{3N}$

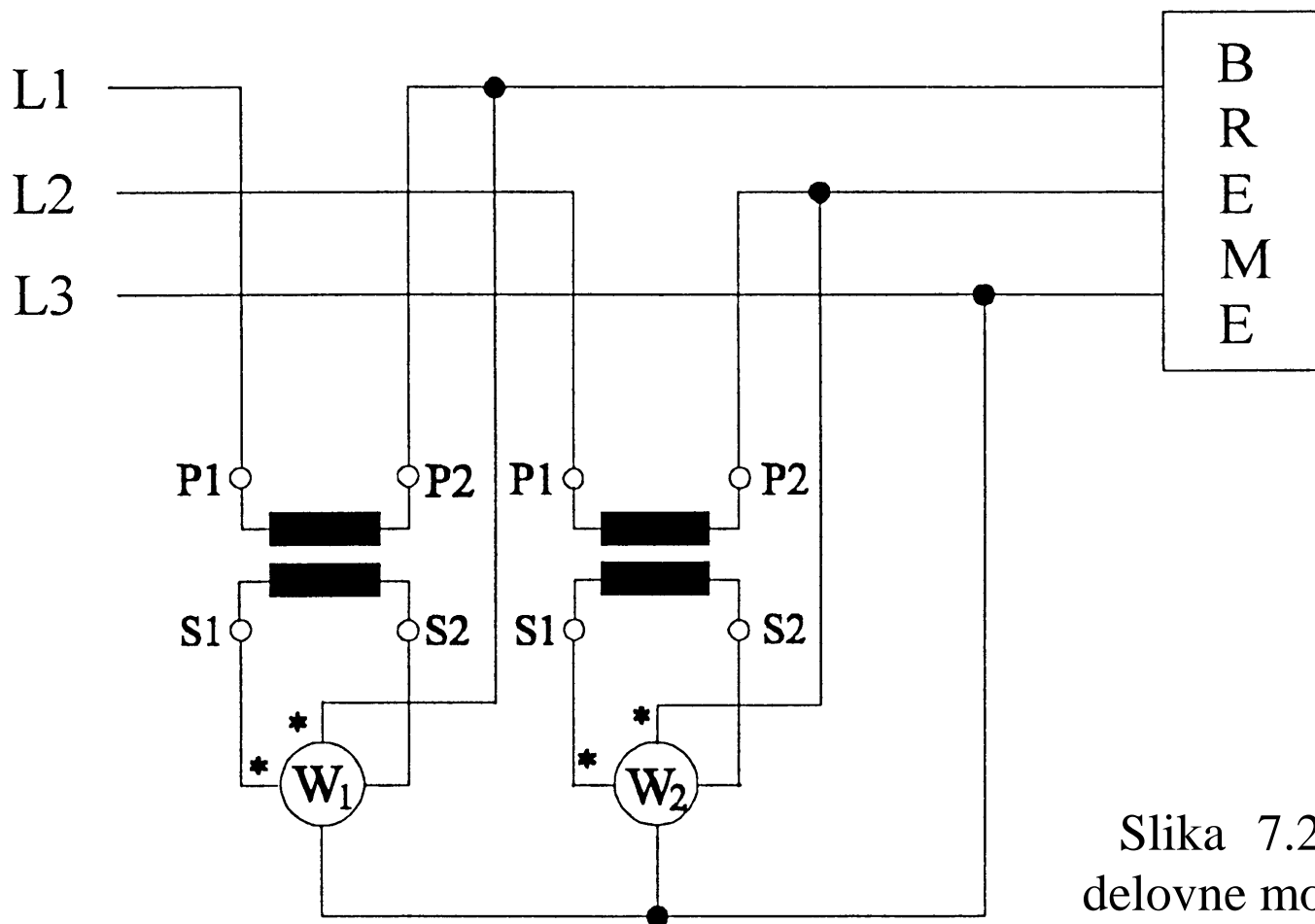
$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{1N} \underline{I}_1^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{2N} \underline{I}_2^*\} + \frac{1}{2} \operatorname{Re}\{\underline{U}_{3N} \underline{I}_3^*\} = P_{W1} + P_{W2} + P_{W3}$$





Če so napetosti in tokovi preveliki, uporabimo **napetostnike in tokovnike**.

- **polindirektna** vezava – le tokovniki,
- **indirektna** vezava – tokovniki in napetostniki.



Slika 7.26 Polindirektno merjenje delovne moči v trivodnem sistemu





# *Merjenje jalove moči v trifaznem sistemu*

Merimo jo z varmetri ali z vatmetri.

- Ker je jalova moč imaginarni del, imamo podobna vezja in izpeljave, kot pri delovni moči.

Merjenje z **varmetri**:

$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_A \underline{I}_1^* + \underline{U}_B \underline{I}_2^* + \underline{U}_C \underline{I}_3^* \}$$

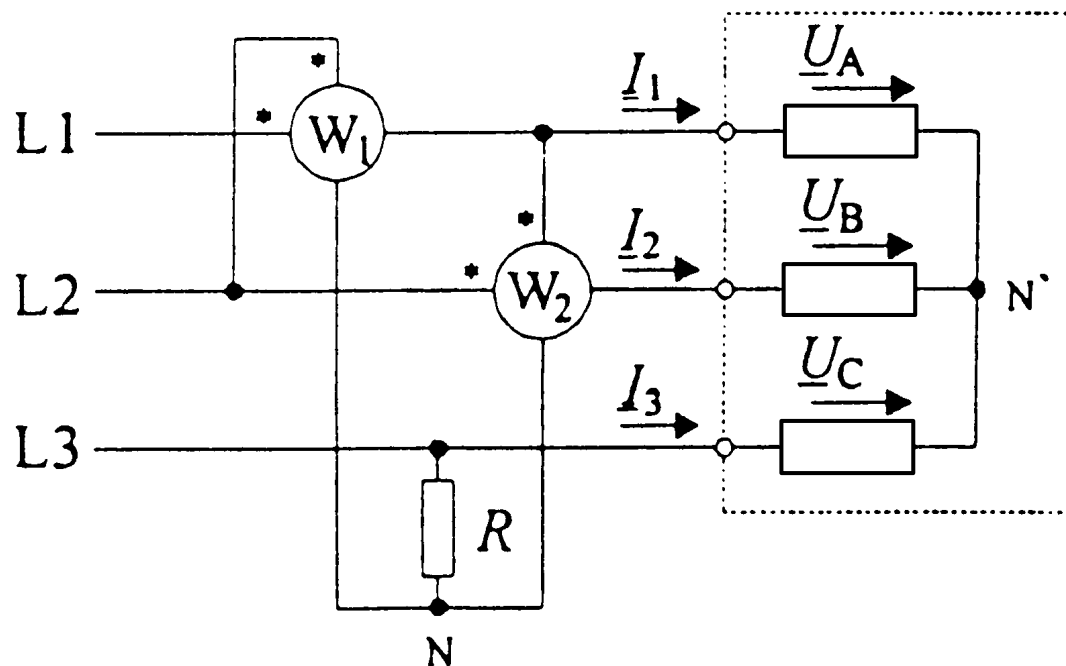
Merjenje z **vatmetri**:

- Napetostne veje moramo priključiti na napetosti, ki **za 90° zaostajajo** za napetostmi pri delovni moči.
  - to je možno le **pri uravnovešenih virih !**
    - **breme ni nujno simetrično.**

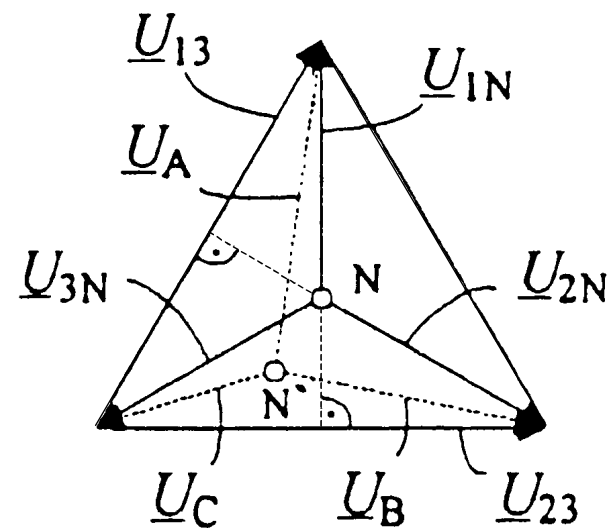




Primer (Merjenje jalove moči z dvema vatmetroma):



a)



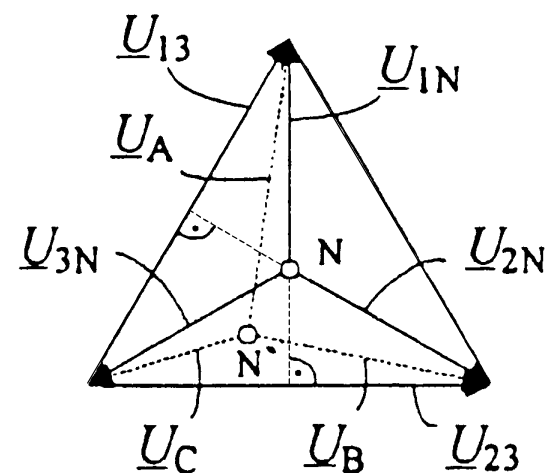
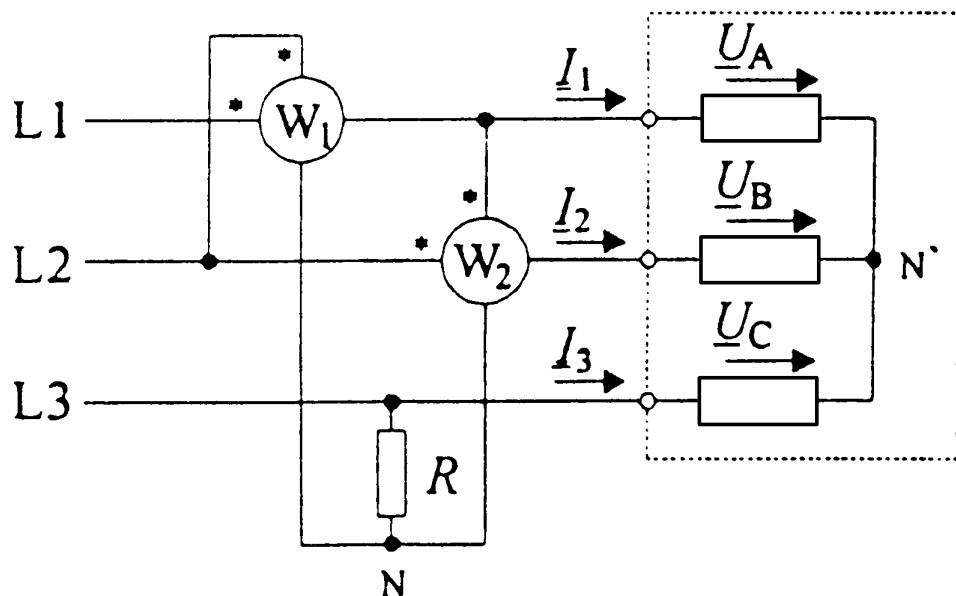
b)

Slika 7.22: Merjenje jalove moči z dvema vatmetroma

Zaradi **vsote tokov nič**, zapišemo:

$$Q = \frac{1}{2} \text{Im} \left\{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \right\}$$





Slika 7.27 
$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left\{ (\underline{U}_A - \underline{U}_C) \underline{I}_1^* + (\underline{U}_B - \underline{U}_C) \underline{I}_2^* \right\}$$

Iz fazorskega diagrama (b): 
$$\underline{U}_A - \underline{U}_C = \underline{U}_{13} = \sqrt{3} \underline{U}_{2N} e^{j90^\circ}$$

$$\underline{U}_B - \underline{U}_C = \underline{U}_{23} = \sqrt{3} \underline{U}_{1N} e^{-j90^\circ}$$

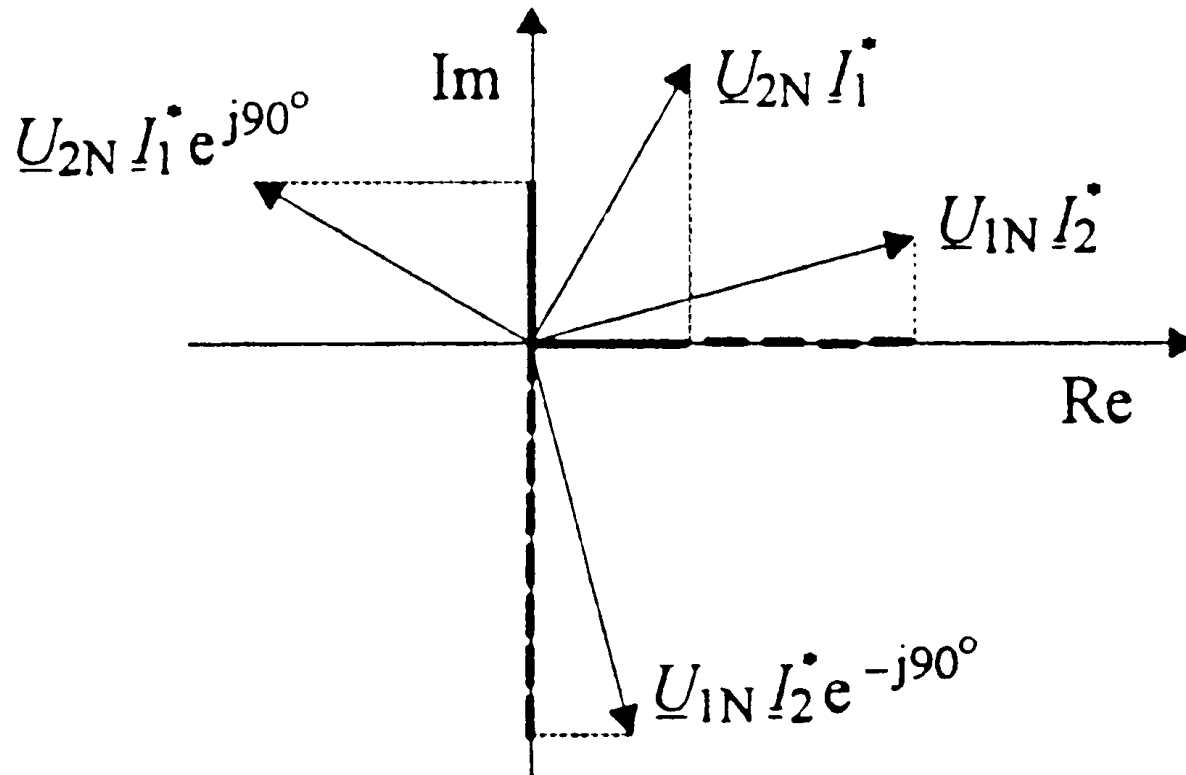
Preoblikujemo v 
$$Q = \frac{1}{2} \operatorname{Im} \left\{ \sqrt{3} \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* e^{j90^\circ} + \sqrt{3} \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* e^{-j90^\circ} \right\}$$

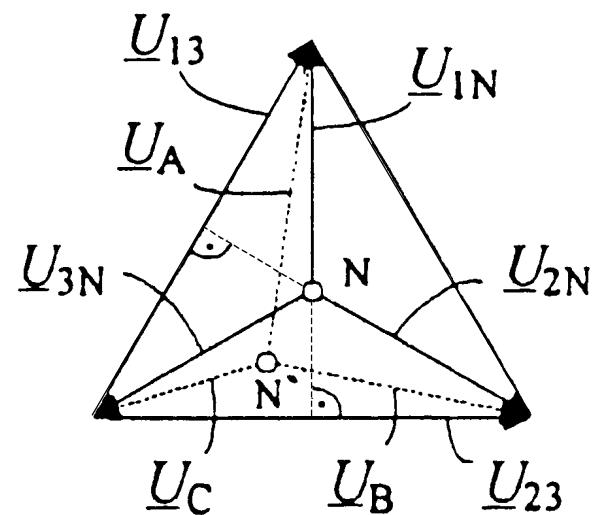
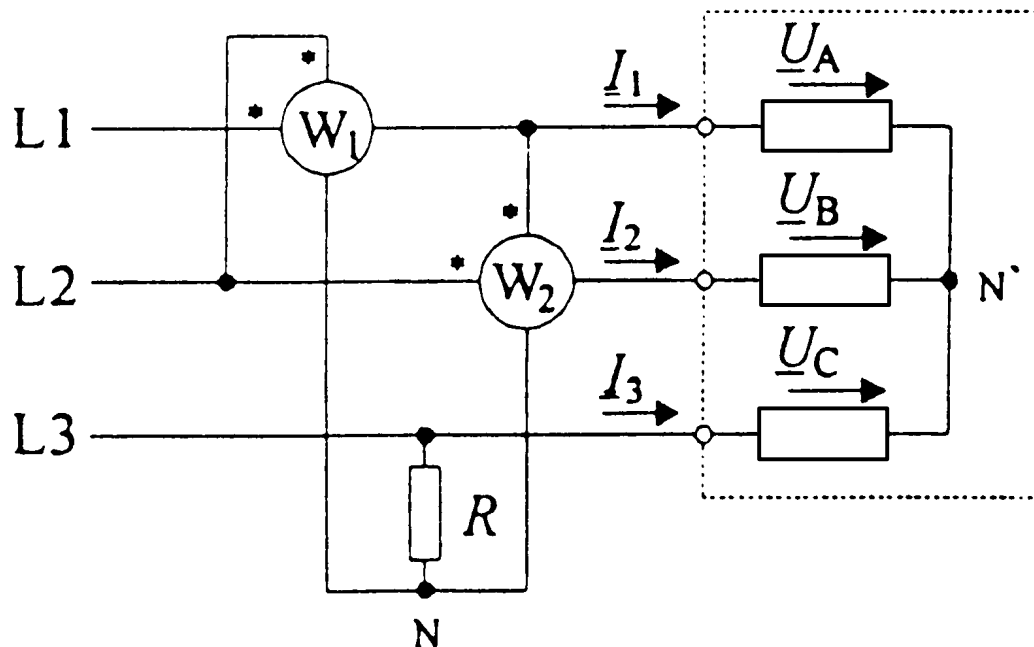




$$Q = \sqrt{3} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* e^{j90^\circ} \} + \frac{1}{2} \operatorname{Im} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* e^{-j90^\circ} \} \right]$$

$$\stackrel{\downarrow}{Q} = \sqrt{3} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* \} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* \} \right]$$





Če so **upornosti** napetostnih vej vatmetrov in  $R$  **enake**,

- umetno določimo točko  $N$
- je napetostna veja  $W_1$  priključena na  $\underline{U}_{2N}$
- in napetostna veja  $W_2$  priključena na  $\underline{U}_{1N}$ .

$$Q = \sqrt{3} \left[ \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{2N} \underline{I}_1^* \} - \frac{1}{2} \operatorname{Re} \{ \underline{U}_{1N} \underline{I}_2^* \} \right]$$

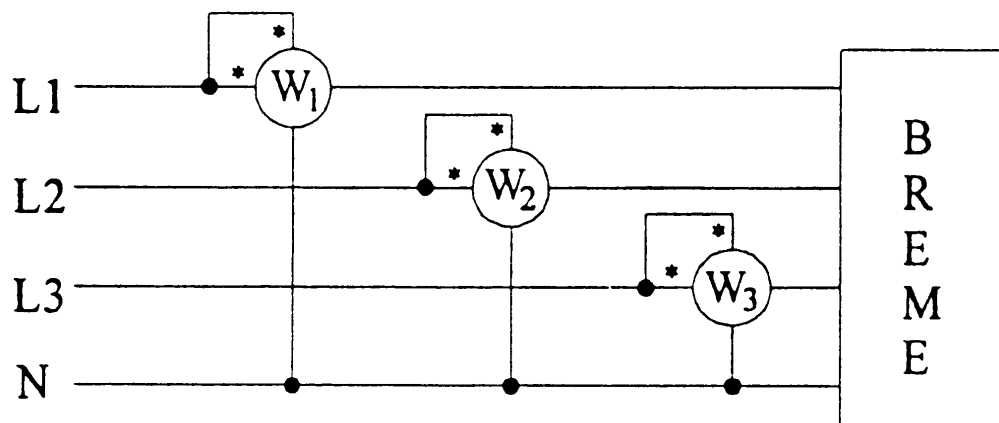
$$Q = \sqrt{3} (P_{W1} - P_{W2})$$







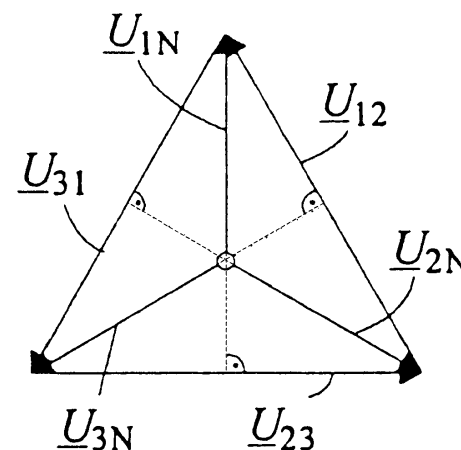
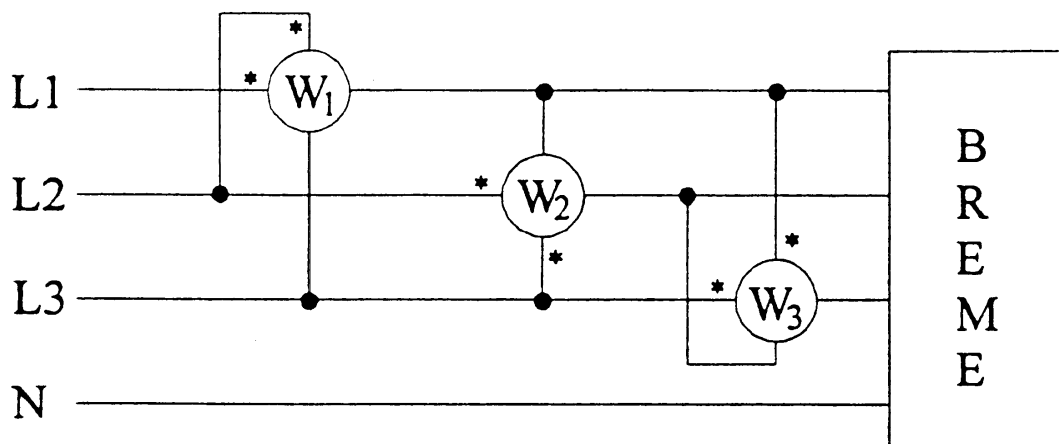
# Merjenje jalove moči s tremi vatmetri



- napetosti so za  $\sqrt{3}$ -krat večje,
- zaostajajo za  $90^\circ$ .

Slika 7.25 Merjenje delovne moči v štirivodnem sistemu

↕ - primerjava



Slika 7.29 Merjenje jalove moči s tremi vatmetri





**Jalova moč je:** 
$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} (P_{W1} + P_{W2} + P_{W3})$$

Pozorni moramo biti na **pravilno priključitev** vhodnih (označene z \*) in izhodnih sponk,

- še posebej **pri jalovi moči**,
  - induktivni značaj  $Q > 0$ ,
  - kapacitivni značaj  $Q < 0$ .

Če signali **niso sinusni** moramo določiti jalovo moč **preko delovne in navidezne moči!**

