Digitalni merilni postopek oz. **digitalizacija** merilnega signala.

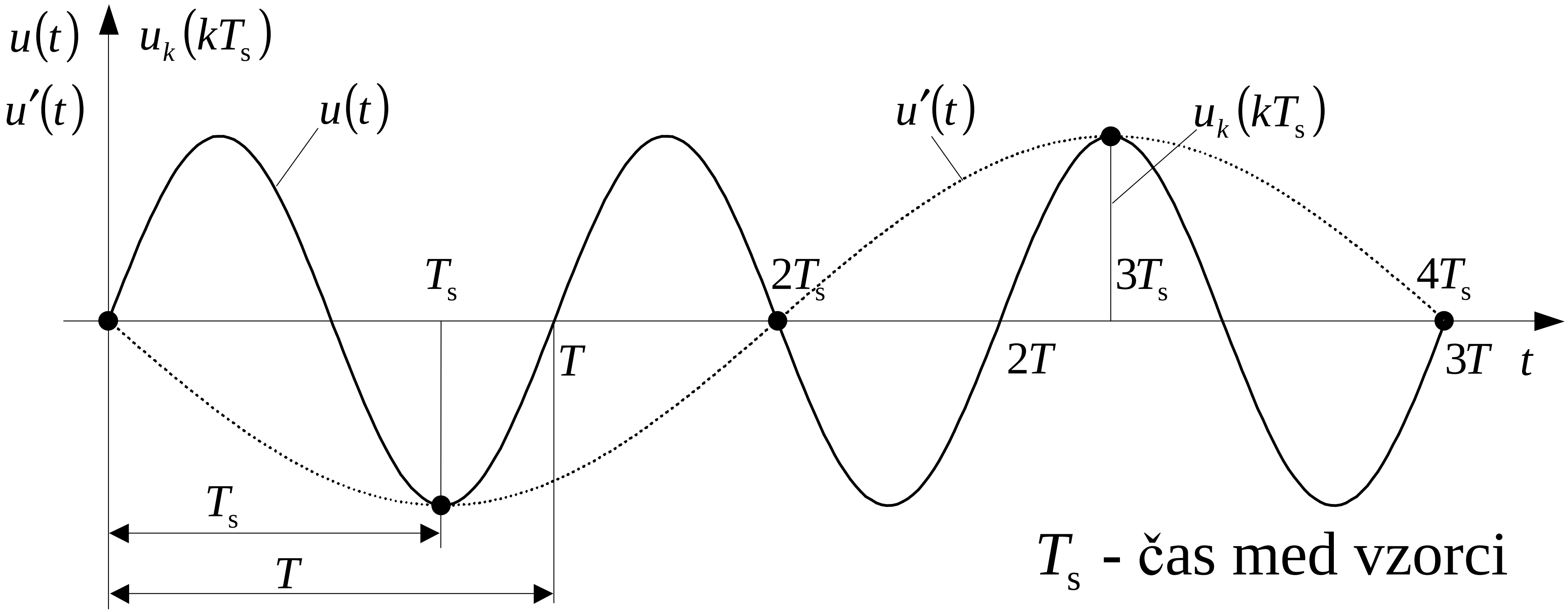
Digitalizacija predstavlja določanje vrednosti signala **v diskretnih časovnih točkah** s **končno ločljivostjo**. V grobem jo sestavljajo **tri operacije**:

a. **časovno vzorčenje** analognega signala,
   - vrednost signala znana le v določenih trenutkih (ponavadi **enakomerno razmaknjeni**),
b. **kvantizacija** analogne vrednosti posameznega vzorca,
   - celotno merilno območje razdelimo na končno število podobmočij – **kvant** (**korak**) kvantizacije;
c. **kodiranje** kvantiziranih analognih vrednosti.
   - različni številski sistemi (decimalna **koda**, BCDkoda

Pri digitalizaciji signala nastopi več pogreškov:

- **navideznost** zaradi prenizke frekvence vzorčenja,
    - pogrešek **prekrivanja,**
- **ločljivost** v odvisnosti od **časa merjenja**,
- problem **ne-koherentnega** vzorčenja,
    - **čas** merjenja **ni enak mnogokratniku** periode opazovanega signala,
- **kvantizacijska ločljivost**,
- itd.

Navideznost zaradi **prenizke frekvence vzorčenja**:



Slika 1.9 Pogrešek zaradi prenizke frekvence vzorčenja

Rekonstruirani signal $u'(t)$ ima drugo frekvenco kot merjeni:

- primer: $T = 333\mu s,\ f = 3\text{kHz};\qquad T_s = 250\mu s,\ f_s = 4\text{kHz}$

  $f' = 1\text{kHz}$

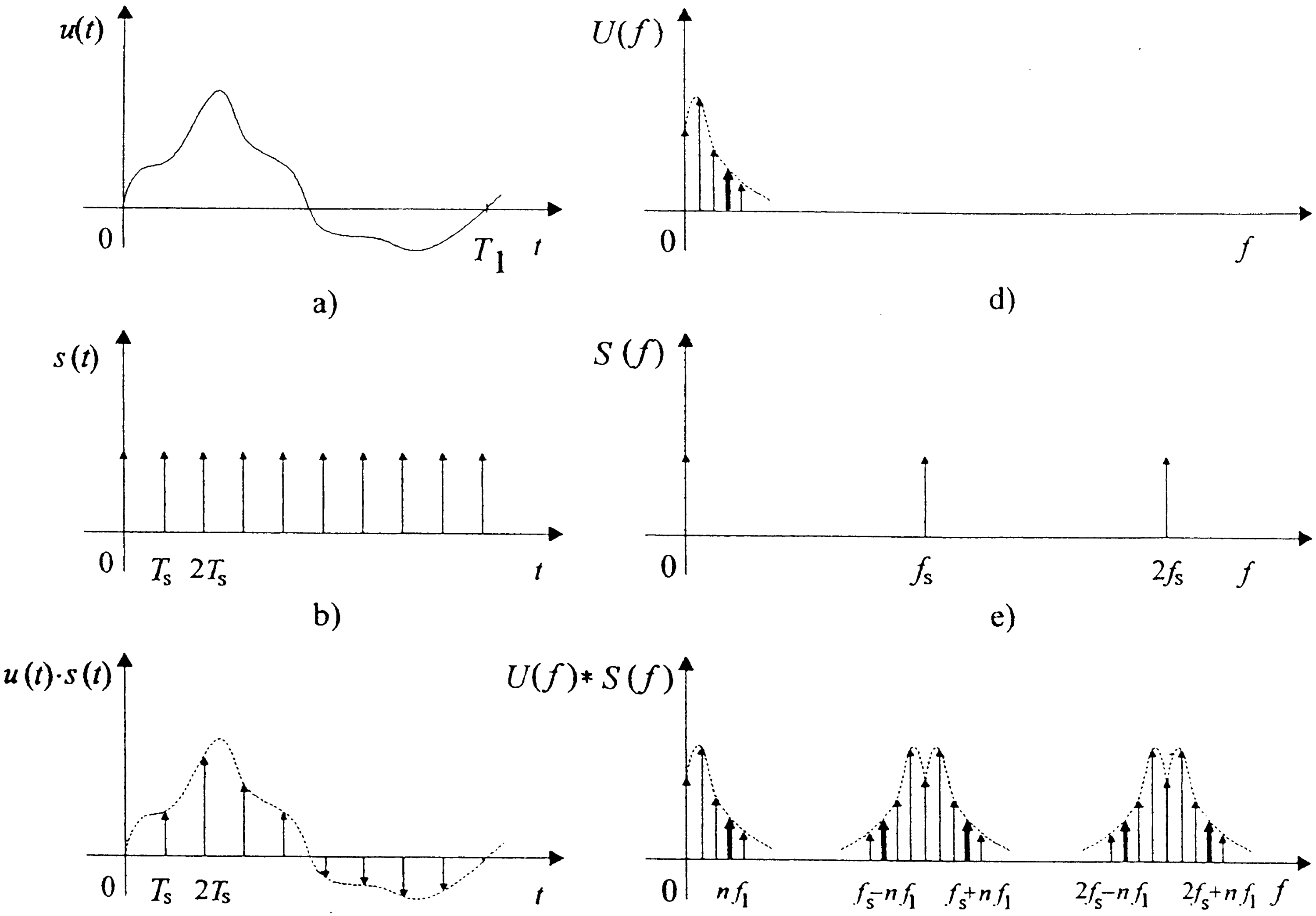
Shannonov teorem vzorčenja (Kotelnikov, Nyquist, ...)

Za pravilno rekonstrukcijo signala mora biti **frekvenca vzorčenja dvakrat večja od najvišje frekvence** merjenega signala:

$$f_{\mathrm{s}} > 2\, f_{\mathrm{max}}$$

Pogrešku se izognemo z uporabo **predvzorčevalnih filtrov** (filtri proti **navideznosti** – anti-aliasing filters), ki omejijo največjo frekvenco v signalu na polovico vzorčne frekvence – **Nayquist-ovo frekvenco**.

Vzorčenje je množenje merjenega signala $u(t)$ in vzorčevalne funkcije $s(t)$



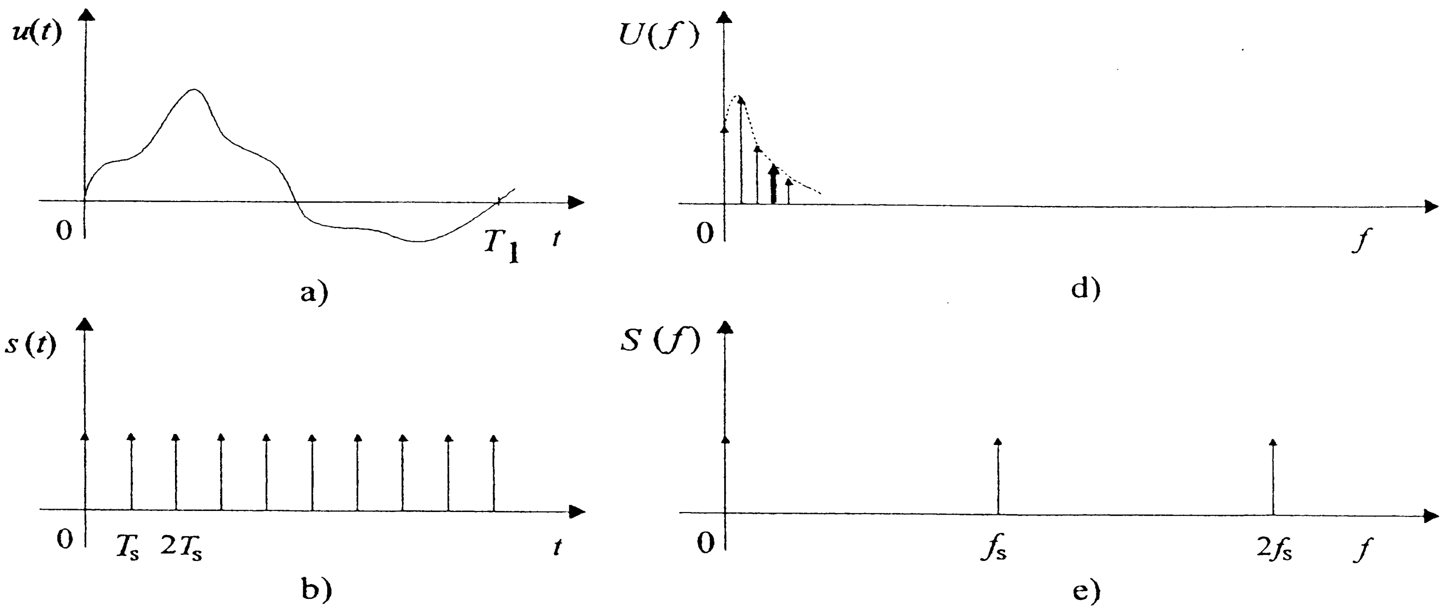
Slika 1.10 Prikaz vzorčenja v časovnem in frekvenčnem prostoru

Merjeni signal naj bo omejen ($f_{max} = Nf_1$):

$$u(t) = U_0 + \sum_{n=1}^{N} \hat{u}_n \sin n\omega_1 t \qquad \omega_1 = 2\pi/T_1$$

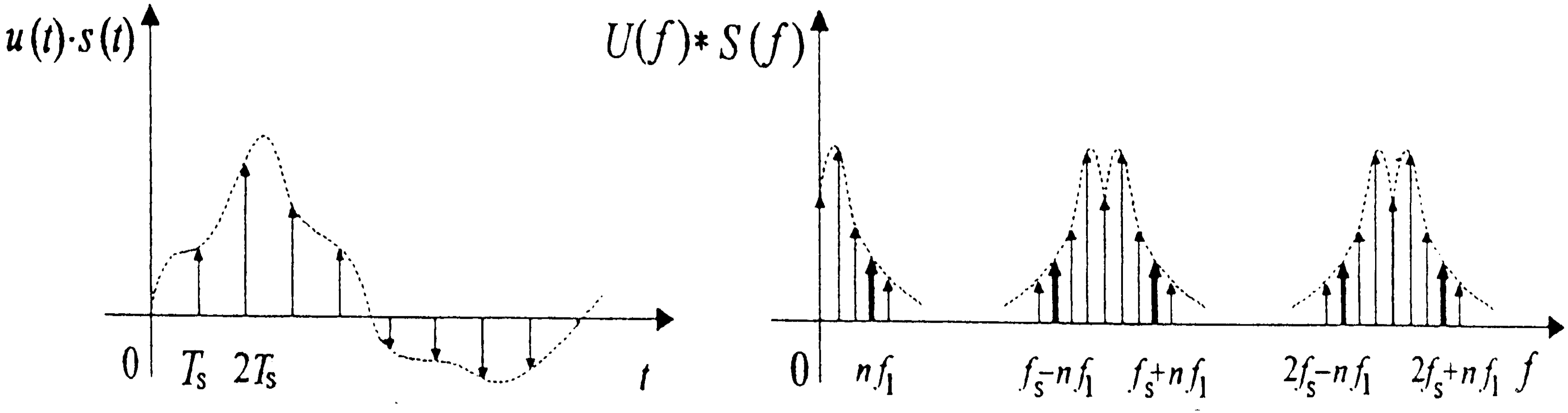
Vzorčevalna funkcija je periodična **Diracova** funkcija:

$$s(t) = \hat{s}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \cos k\omega_s t\right) \qquad \omega_s = 2\pi/T_s$$



V **časovnem prostoru** je vzorčenje enako **množenju** signalov $u(t)$ in $s(t)$,

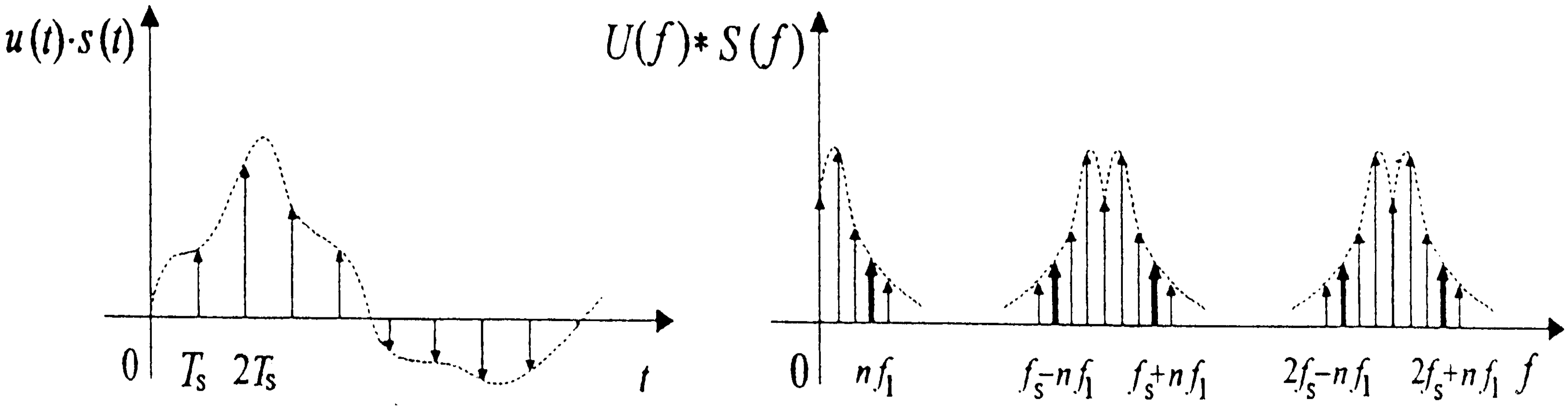
v **frekvenčnem prostoru** pa **konvoluciji (oplet) spektrov** obeh signalov.



Spekter **vzorčenega - moduliranega** signala je **širši** od merjenega signala, ker se periodično ponavlja **okoli mnogokratnikov** vzorčne frekvence f_s.

Komponente vzorčenega signala:

- primer: komponente **zaradi *n*-te harmonske** komponente nf_1 (debela črta na sliki).



$$[u(t)s(t)]_n = \hat{u}_n \cdot \sin n\omega_1 t \cdot \hat{s}\left(1 + 2\sum_{k=1}^{\infty} \cos k\omega_s t\right) =$$

$$= \hat{u}_n \hat{s} \cdot [\sin n\omega_1 t + 2\sin n\omega_1 t \cdot \cos \omega_s t + 2\sin n\omega_1 t \cdot \cos 2\omega_s t + \ldots]$$

$$= \hat{u}_n \hat{s} \cdot \left[\sin n\omega_1 t + 2\sin n\omega_1 t \cdot \cos \omega_s t + 2\sin n\omega_1 t \cdot \cos 2\omega_s t + \ldots\right]$$

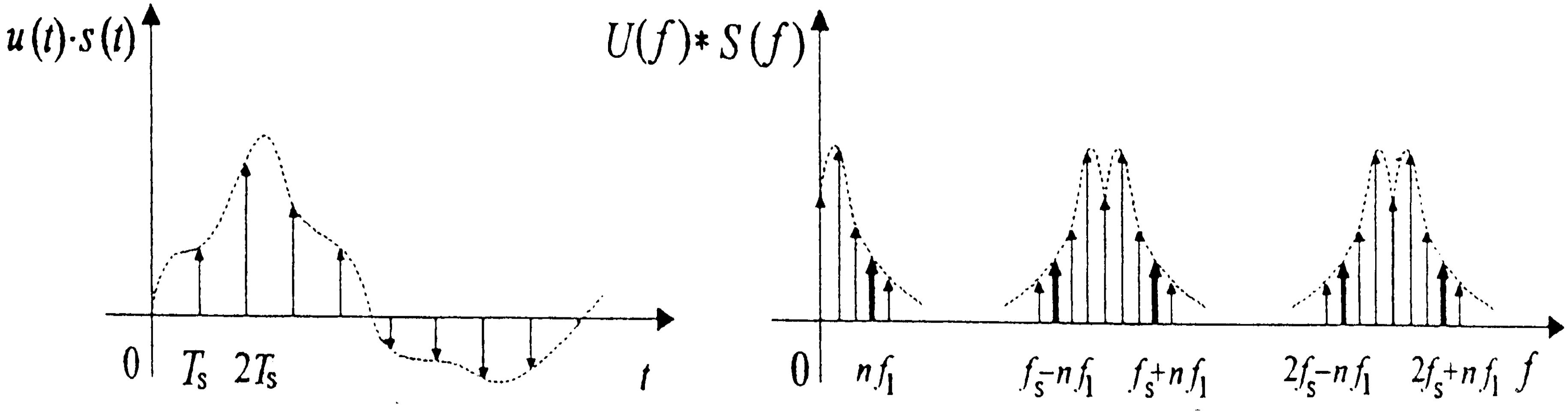
- Če upoštevamo $2\sin x \cos y = \sin(x-y) + \sin(x+y)$, dobimo:

$$[u(t)s(t)]_n =$$

$$= \hat{u}_n \hat{s} \cdot \left[\sin n\omega_1 t + \sin(n\omega_1 - \omega_s)t + \sin(n\omega_1 + \omega_s)t + \ldots\right.$$

$$\left. + \sin(n\omega_1 - 2\omega_s)t + \sin(n\omega_1 + 2\omega_s)t + \ldots\right]$$

- za spekter je odločilna le absolutna vrednost razlike frekvenc ($\sin(-x) = -\sin x$).



Ker sega **spekter** v neskončnost in **se ponavlja**, je za pravilno rekonstrukcijo uporaben le **začetni del** spektra do $f_s/2$.

- ta se **ne sme prekrivati** z ostalimi delnimi spektri,
- pogrešek prekrivanj (aliasing).

Primer: $f = 3\,\mathrm{kHz}, \quad f_s = 4\,\mathrm{kHz}$

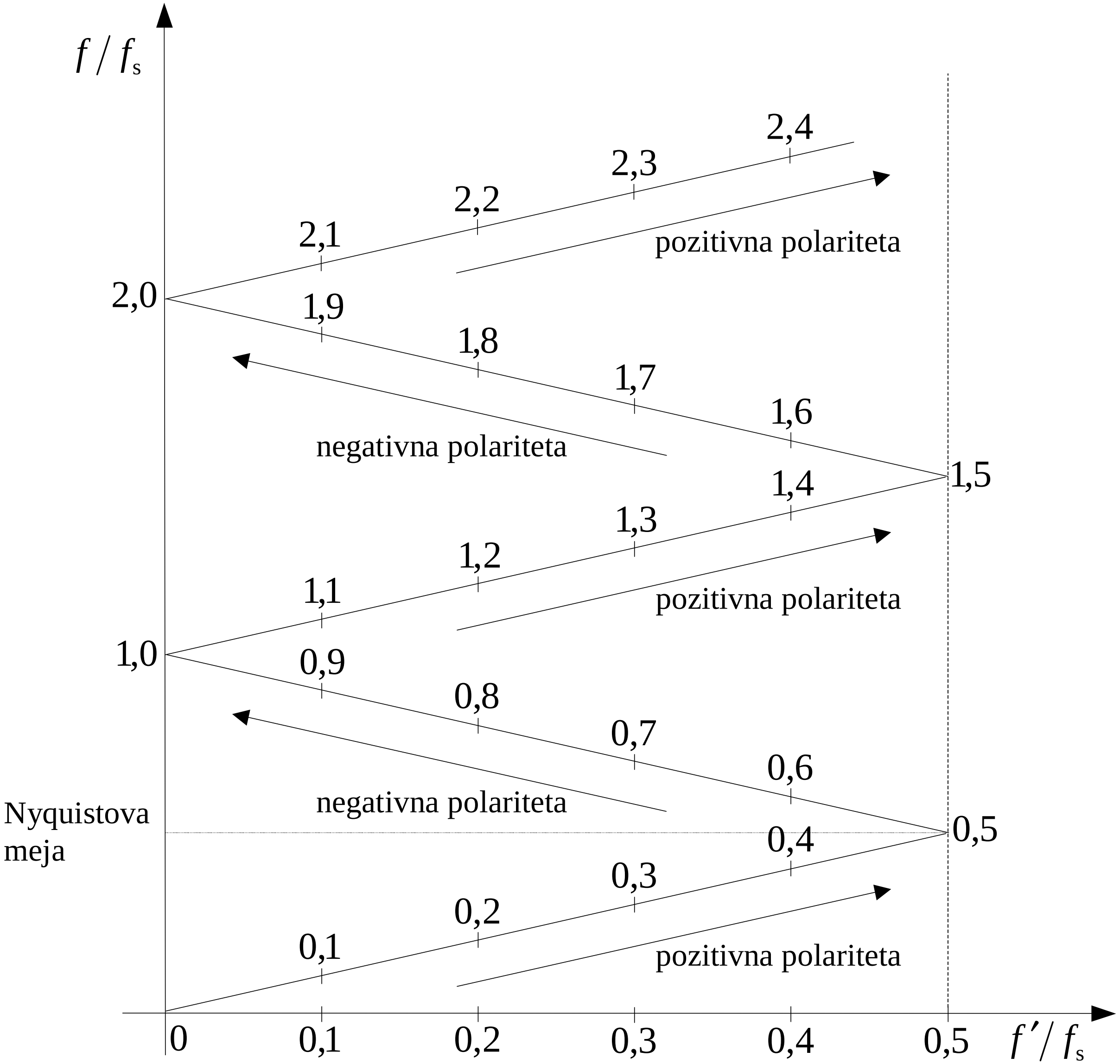
- spekter vzorčenega signala:

$$
\begin{array}{llll}
n\omega_1 & & \rightarrow & 3\,\mathrm{kHz} \\
n\omega_1 - \omega_s & \rightarrow & |3\,\mathrm{kHz} - 4\,\mathrm{kHz}| \rightarrow & 1\,\mathrm{kHz} \\
n\omega_1 + \omega_s & \rightarrow & 3\,\mathrm{kHz} + 4\,\mathrm{kHz} \rightarrow & 7\,\mathrm{kHz} \\
n\omega_1 - 2\omega_s & \rightarrow & |3\,\mathrm{kHz} - 2 \cdot 4\,\mathrm{kHz}| \rightarrow & 5\,\mathrm{kHz} \\
n\omega_1 + 2\omega_s & \rightarrow & 3\,\mathrm{kHz} + 8\,\mathrm{kHz} \rightarrow & 11\,\mathrm{kHz}\ \text{itn.}
\end{array}
$$

- do $f_s/2 = 2\,\mathrm{kHz}$ leži le $1\,\mathrm{kHz}$.

Splošno lahko zapišemo, da mora spekter rekonstruiranega signala ustrezati pogojema:

$$f' = |nf - kf_s| \quad ; \quad f' = f_s/2 \qquad k = 0, 1, 2, \ldots$$



$$f' = |nf - kf_s|;$$
$$f' = f_s/2$$

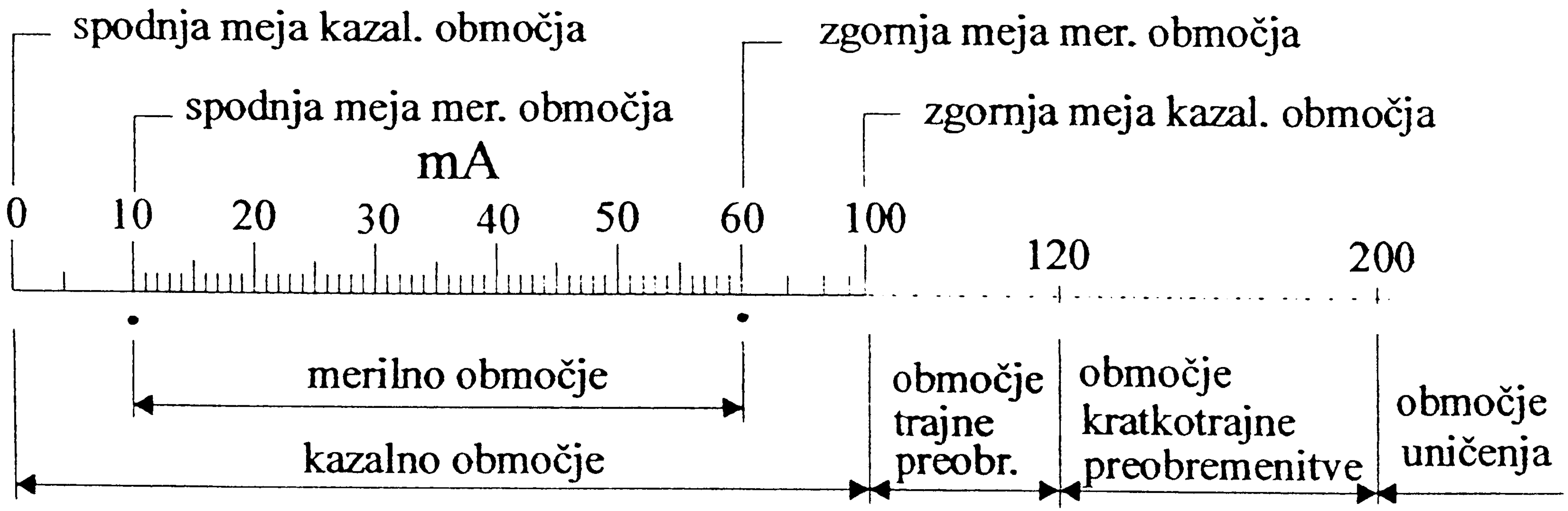
Slika 1.11 Spekter rekonstruiranega signala

1.2 Bistvene lastnosti merilnih naprav

Pri izboru merilne opreme potebujemo podatke o funkcionalnih lastnostih:

- **obratovalne** lastnosti
  - razlikujemo podatke, ki se nanašajo na **merjeno veličino** od podatkov za **vplivne v**eličine.
- **merilne** lastnosti:
  - **statične** lastnosti
    - **prehodni pojav** je že **izvenel**,
  - **dinamične** lastnosti,
    - vhodna veličina **se hipoma spremeni** (aperiodični potek),
    - vhodna veličina **se periodično spreminja**

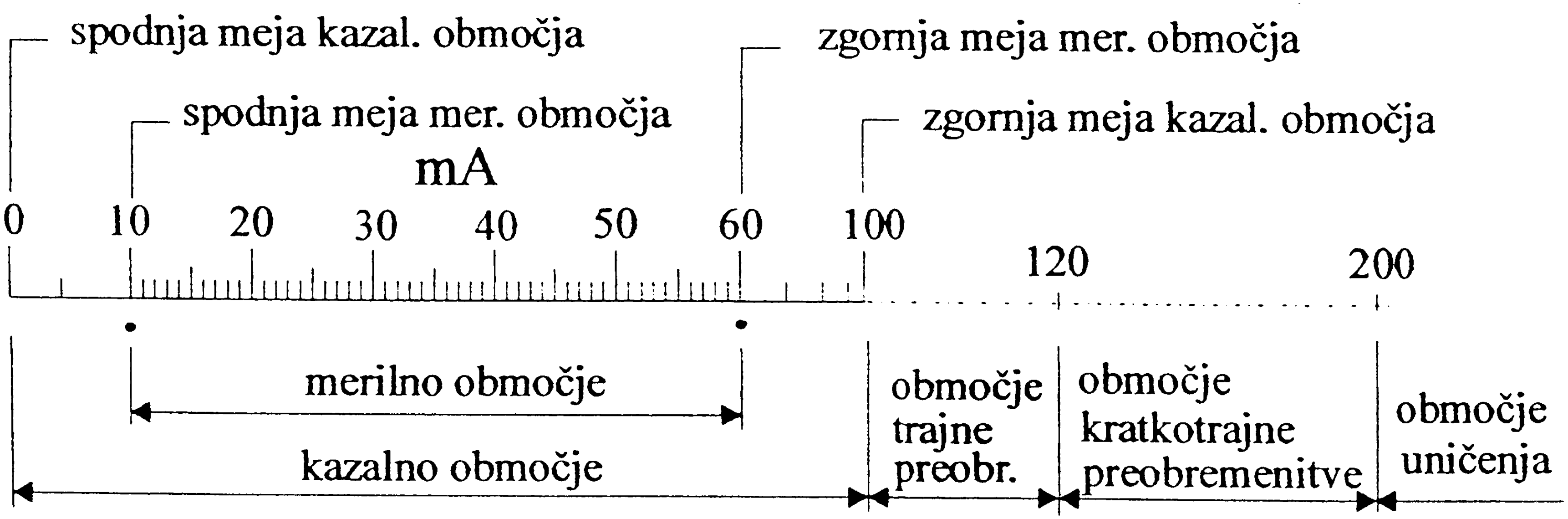
Obratovalne lastnosti glede na merjeno veličino



Slika 1.12 Območje in meje merjene veličine

Ločimo:

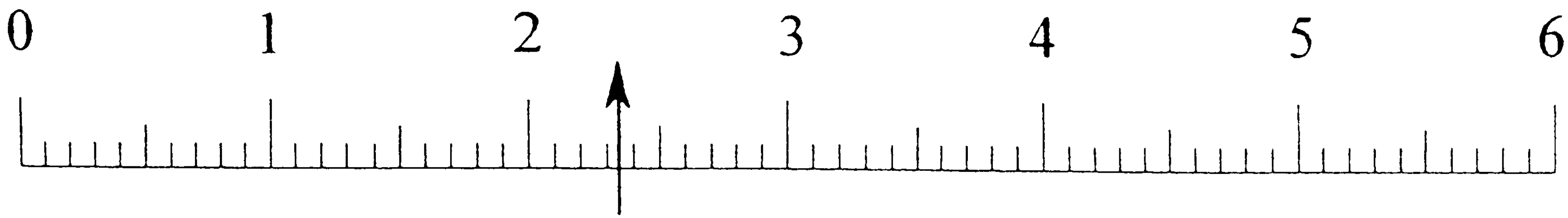
- **kazalno** območje - celotno območje skale instrumenta,
- **merilno** območje - kjer instrument meri z označeno točnostjo (npr. **razred točnosti**).



- območje **preobremenitev,**
  - instrument prenese brez poškodb.

Pri **analognih** instrumentih poznamo **črtno skalo**,

- zaporedje črtic na številčnici instrumenta,
- oštevilčenje.



Slika 1.13 Črtna skala instrumenta

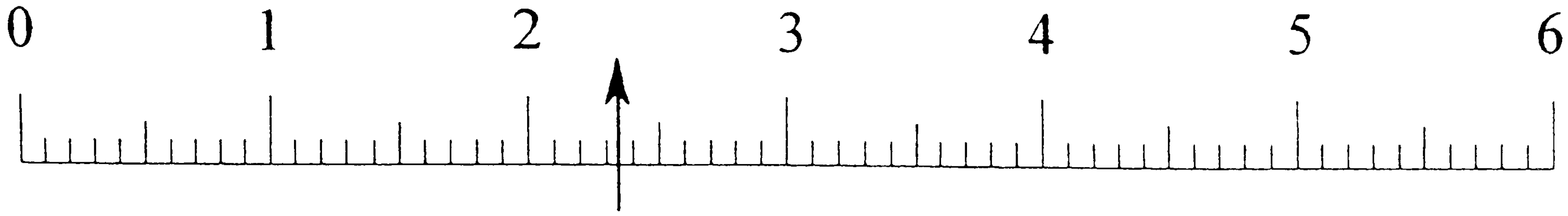
Če ima instrument več območij uporabljamo za določitev kazanja **konstanto instrumenta**.

Primer: $0\,\text{mA} \ldots 300\,\text{mA} \quad \Rightarrow \quad k_I = \dfrac{I_\text{D}}{y_\text{D}} = \dfrac{300\,\text{mA}}{6} = 50\,\text{mA}$

- odčitana vrednost (**neposredno kazanje**) $\quad y = 2{,}34 \quad \Rightarrow$
- izmerjena vrednost: $\quad I_\text{i} = k_I\, y = 50\,\text{mA} \cdot 2{,}34 = 117\,\text{mA}$

Včasih se uporablja **skalna vrednost**

- kolikšna vrednost pripada enemu razdelku skale.
    - Primer 60 razdelkov: $300\,\mathrm{mA}/60 = 5\,\mathrm{mA}$



Pri **digitalnih** instrumentih **digitalni prikazovalnik** kaže **številsko vrednost** in **enoto.**

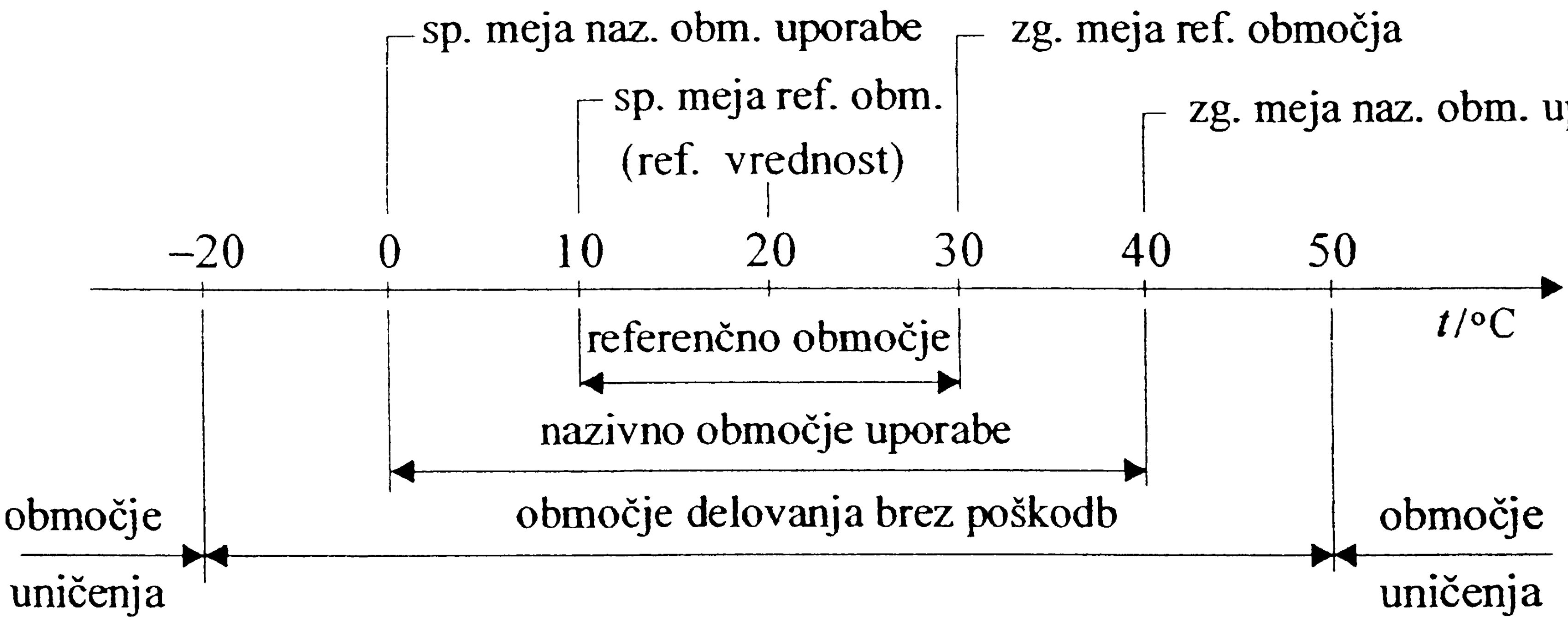
Glede na to, katere vrednosti zavzame najbolj pomemben digit (MSD - **most significant digit**), ločimo:

- N - mestne, primeri $N = 3$:
  - katerakoli cifra desetiškega sistema, največ 999
- $N\,{}^1\!/_2$ - mestne,
  - prva cifra je lahko le 0 ali 1, največ 1999
- $N\,{}^3\!/_4$ - mestne,
  - prva cifra je lahko 0, 1, 2 ali 3. največ 3999

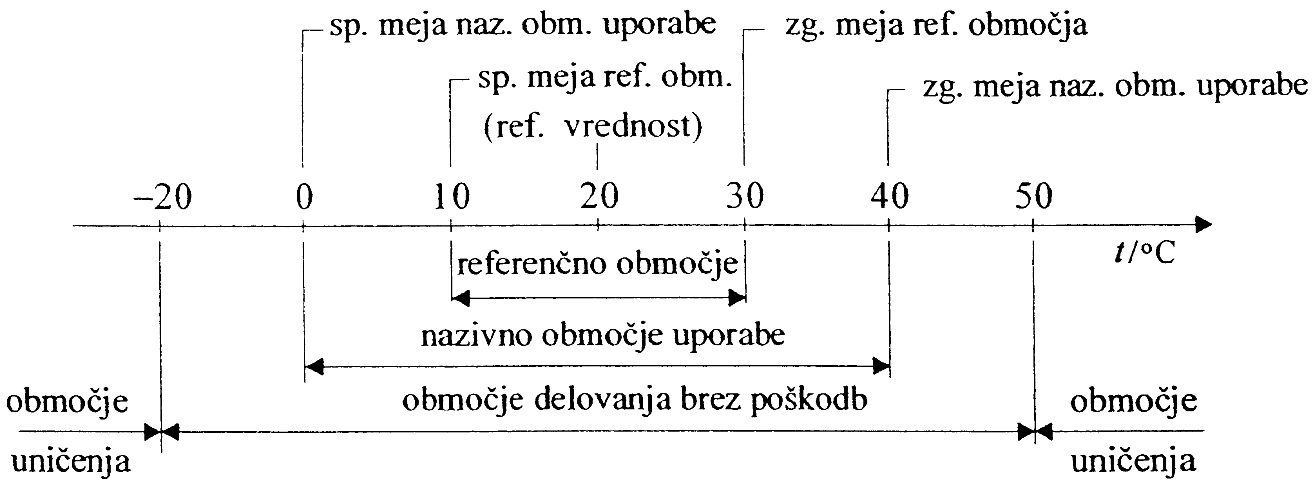
Pogosto se obratno vrednost največjega kazanja navaja kot ločljivost prikazovalnika: 10^{-3}, $5 \cdot 10^{-4}$, $2{,}5 \cdot 10^{-4}$,

Obratovalne lastnosti glede na vplivne veličine

Vplivna veličina je fizikalna veličina, ki jo merilni instrument ne meri, **vpliva** pa **na kazanje** (npr.: temperatura, frekvenca, položaj,…).



Slika 1.14 Območje in meje vplivne veličine



Referenčna vrednost (območje) vplivne veličine je vrednost vplivne vel., pri kateri instrument meri z označeno točnostjo.

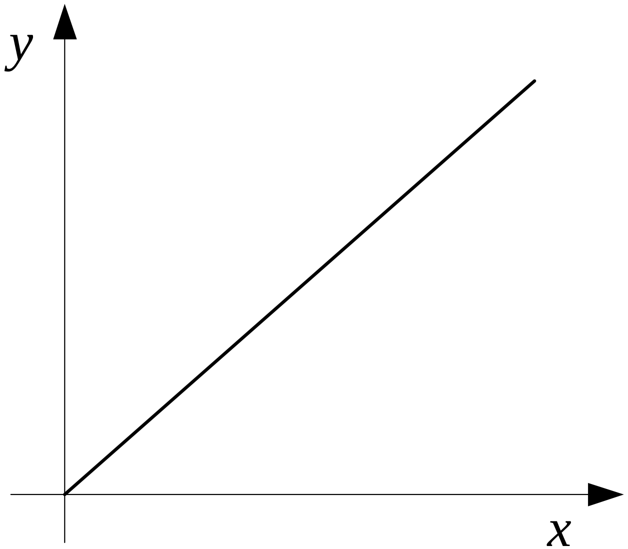
- merimo **pri referenčnih pogojih**,

V **nazivnem območje uporabe** se kazanje instrumenta spremeni v predpisanih mejah (npr.: odstopanje se poveča za dvakrat).

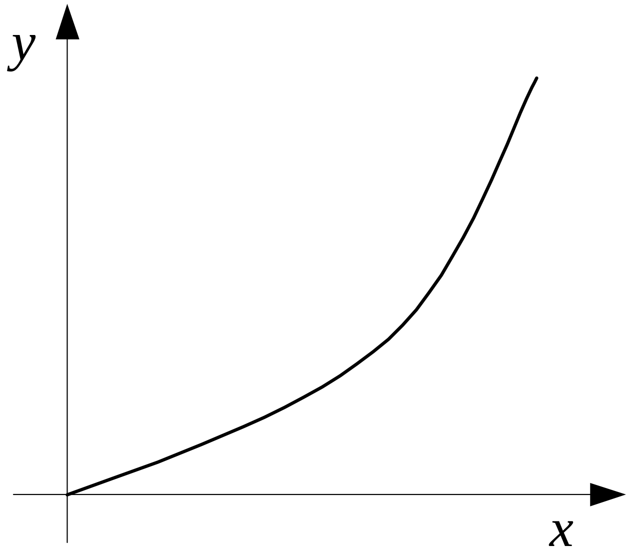
- razliko v kazanju imenujemo **sprememba kazanja** ali **variacija**.

Statične merilne lastnosti

Gre za odnos med **izhodno** y in **vhodno veličino** x, ko postaneta obe veličini **od časa neodvisni**.



a) linearna



b) nelinearna

Slika 1.15 Statični karakteristiki merilne naprave

Parameter povezave je **občutljivost**: $S = \dfrac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$

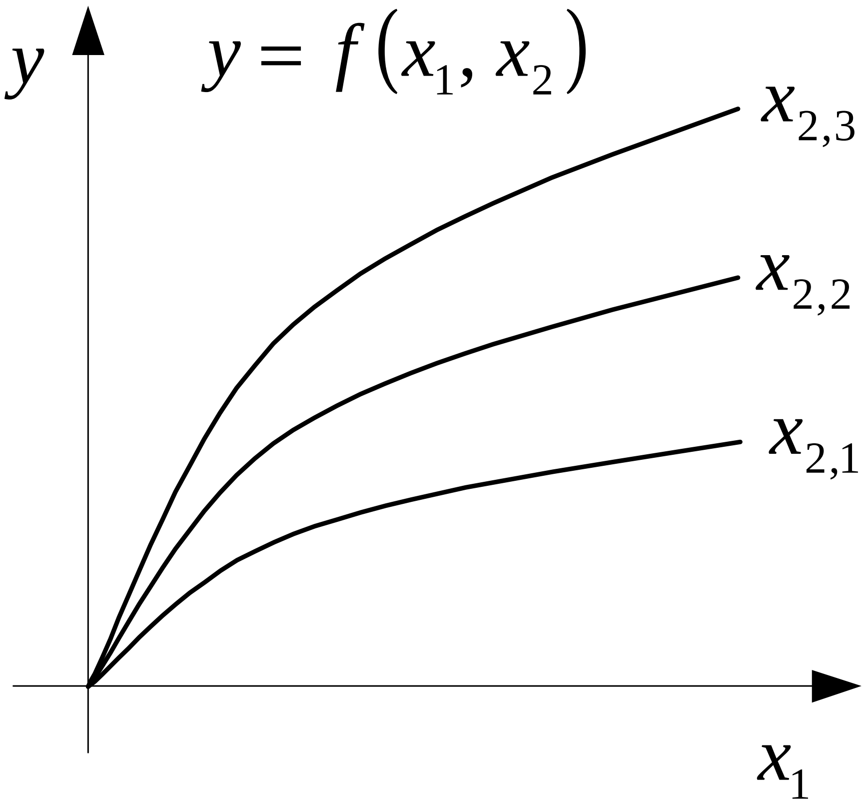
$S=\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x}$ - razmerje **spremembe** izhodne veličine in **spremembe** vhodne veličine.

- navajamo **v** ustreznih **enotah**
  - primer (občutljivi ampermeter):

$$S=\frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}I}=\frac{\Delta l}{\Delta I}=\frac{2\,\mathrm{mm}}{5\,\mathrm{nA}}=0{,}4\,\mathrm{mm}/\mathrm{nA}$$

Več vhodnih veličin:

- **polje karakteristik**:



Več **delnih** občutljivosti:

$$dy = \frac{\partial y}{\partial x_1} dx_1 + \frac{\partial y}{\partial x_2} dx_2 + \ldots$$

$$\Rightarrow \quad S_{x1} = \frac{\partial y}{\partial x_1},$$

$$\Rightarrow \quad S_{x2} = \frac{\partial y}{\partial x_2}, \ldots$$

Slika 1.16 Statična karakteristika merilne naprave z dvema vhodnima veličinama

Druge vrste občutljivosti:

- z **relativno spremembo** vhodne veličine (npr.: merilni mostiči in kompenzatorji):

$$S = \frac{\Delta I}{\Delta R / R} \qquad \text{in} \qquad S = \frac{\Delta I}{\Delta U / U}$$

ΔI - sprememba toka ničelnega indikatorja

Merilni prag:

- **najmanjša sprememba** vhodne veličine, pri kateri **dobimo učinek** na izhodu merilne naprave.

Ločljivost:

- vrednost vhodne veličine, ki jo še razločimo:
    - **ločljivost očesa** pri analognih instrumentih,
    - **zadnje decimalno mesto** pri digitalnih instrumentih.

$(\Delta y)_q$ - najmanjša spremeba izhodne veličine, ki jo razločimo

$(\Delta x)_q = (\Delta y)_q / S$ - pripadajoča spremeba vhodne veličine

Primer:

- če ne vemo ali kaže $23{,}3\,\mathrm{mA}$ ali $23{,}4\,\mathrm{mA}$, potem:

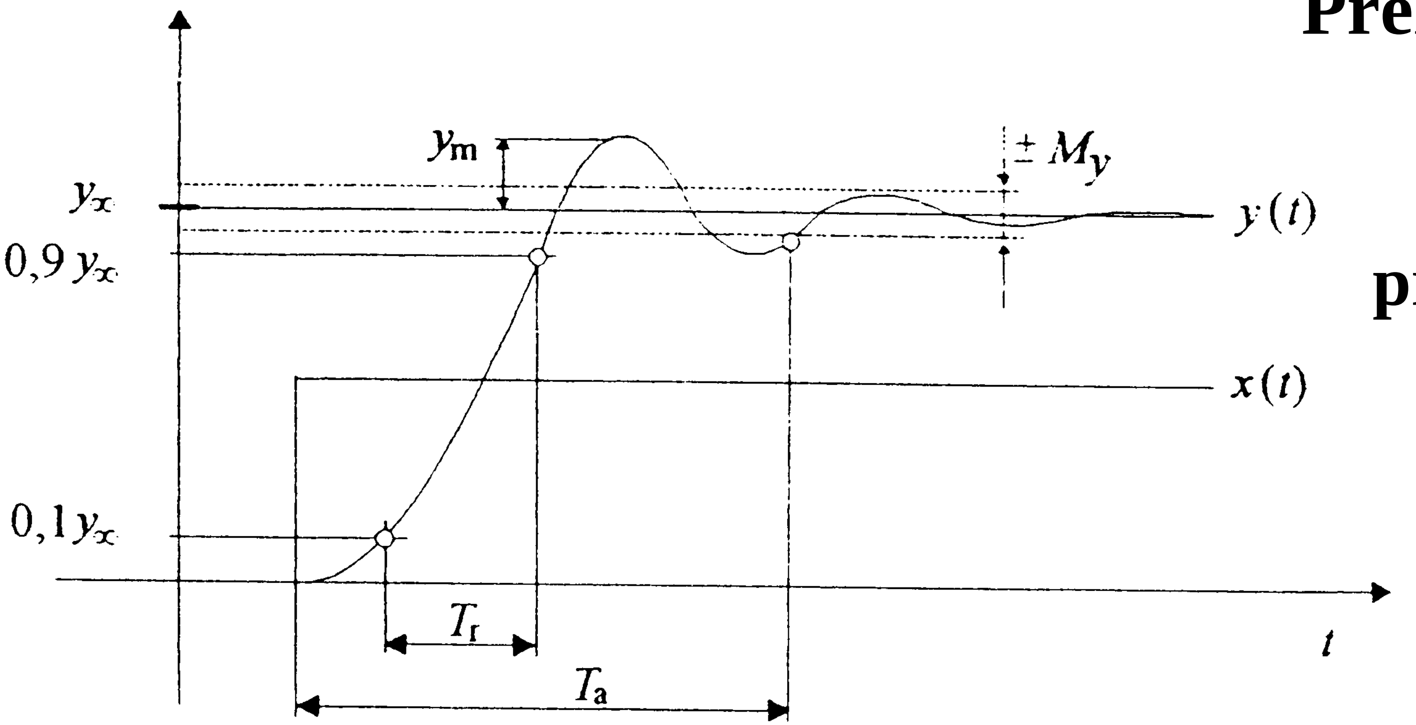
  sprememb od $23{,}25\,\mathrm{mA}$ do $23{,}45\,\mathrm{mA}$ ne ločimo

  in znaša ločljivost:

$$23{,}45\,\mathrm{mA} - 23{,}25\,\mathrm{mA} = 0{,}2\,\mathrm{mA}$$

Dinamične merilne lastnosti

Tipična karakteristika **pri hipni spremebi** vhodne veličine:



Prehodna funkcija:

$$h(t) = \frac{y(t)}{x(t)}$$

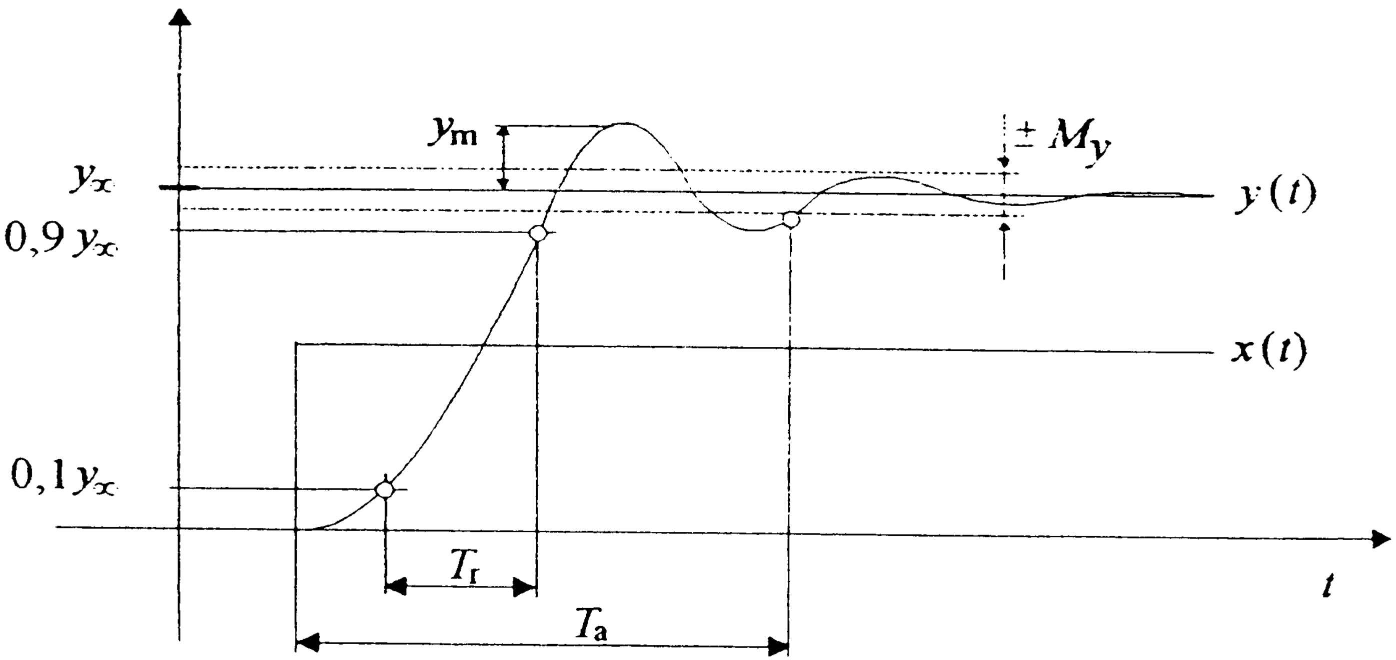
\-

prehodna občutljivost

$$S(t)$$

(vhodni signal je **stopnica!**)

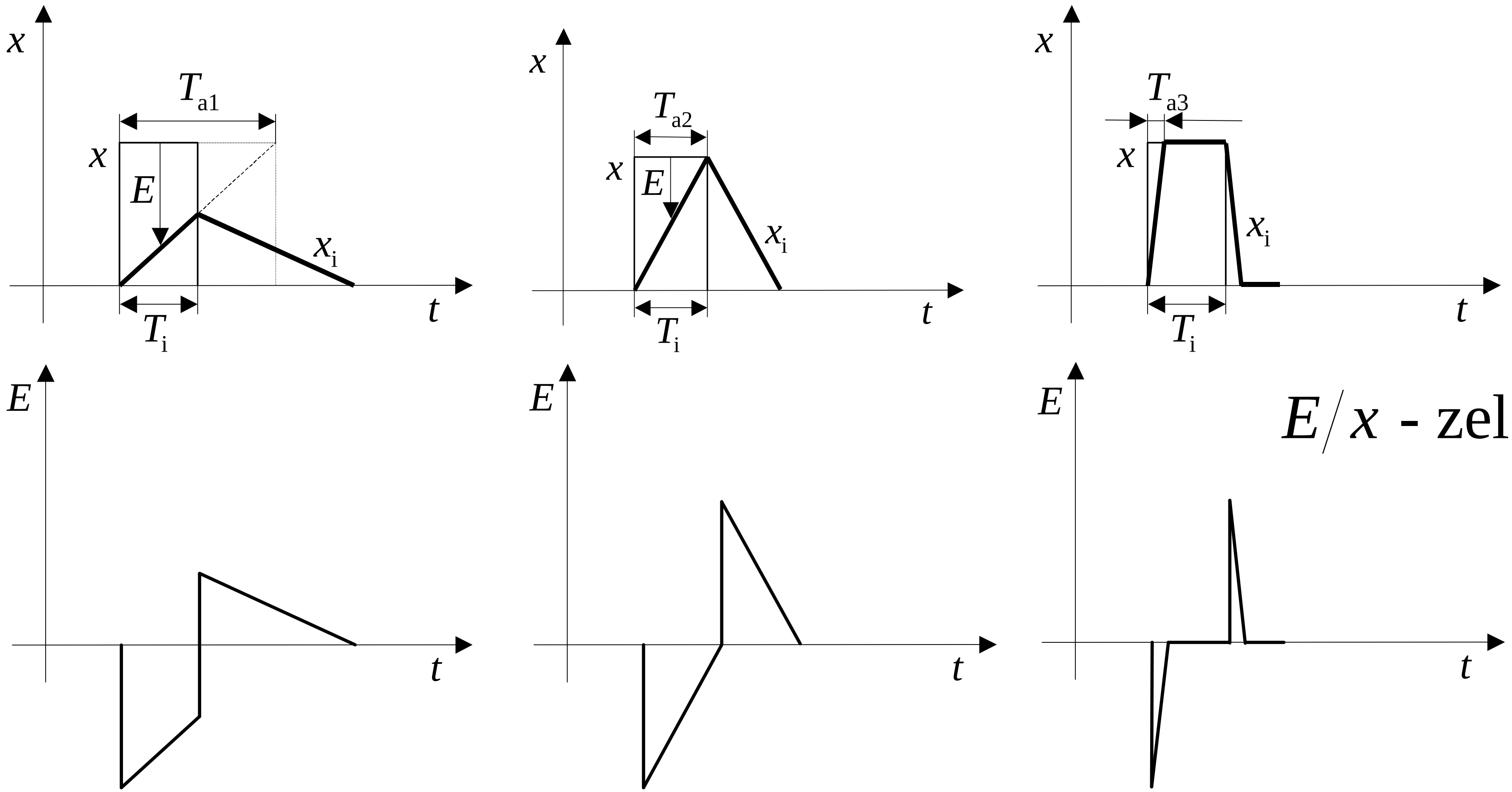
Slika 1.17 Odziv merilne naprave na hipno sprememb vhodne veličine



Karakteristični podatki za oceno odziva:

- **odzivni čas** T_a: od začetka do trenutka, ko ostane izhodna veličina **znotraj predpisanih mej** $\pm M_y$;
- **dvižni čas** T_r: ko **naraste** izhodna veličina od 10% do 90% končne vrednosti;
- **prenihanje** y_m: **največje odstopanje** od končne vrednosti.

Merjenje impulza in **dinamični merilni pogrešek**:



E/x - zelo velik

Slika 1.18 Merjenje impulza in dinamični merilni pogrešek pri različnih odzivnih časih mer. naprave: $T_{a1} = 2T_i$, $T_{a2} = T_i$, $T_{a3} = 0{,}2T_i$

Odzivanje merilne naprave na **sinusno obliko**.

- pri linearnih sistemih je izhod sinusne oblike (**amplituda** in **fazni kot** sta odvisna od frekvence).

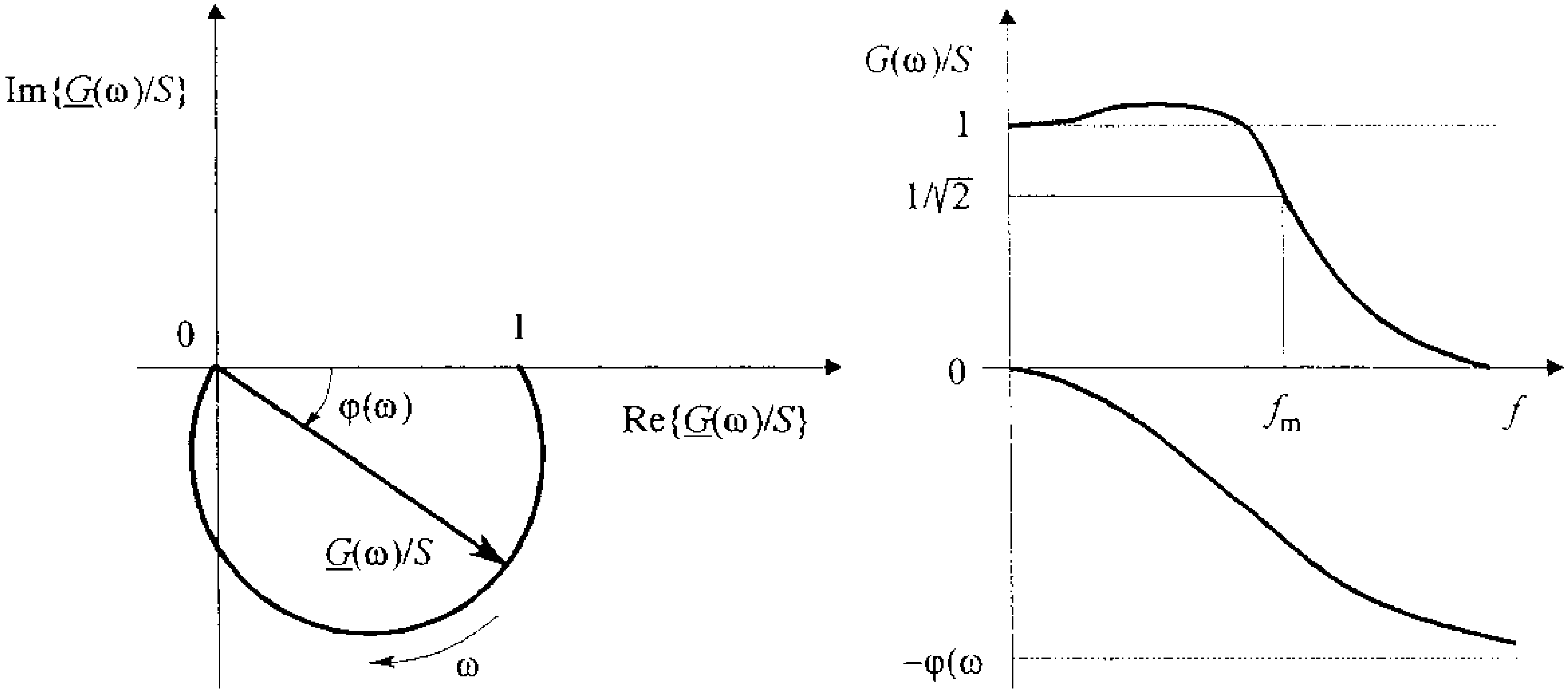
Frekvenčna karakteristika:

$$\underline{G}(\omega) = \frac{\underline{Y}(\omega)}{\underline{X}(\omega)} = \left|\underline{G}(\omega)\right| \mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)} = G(\omega)\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi(\omega)}$$

- razmerje izhodne veličine $\underline{Y}(\omega)$ in vhodne veličine $\underline{X}(\omega)$ ima **kompleksni značaj**.

Kompleksna občutljivost $\underline{S}(\omega)$

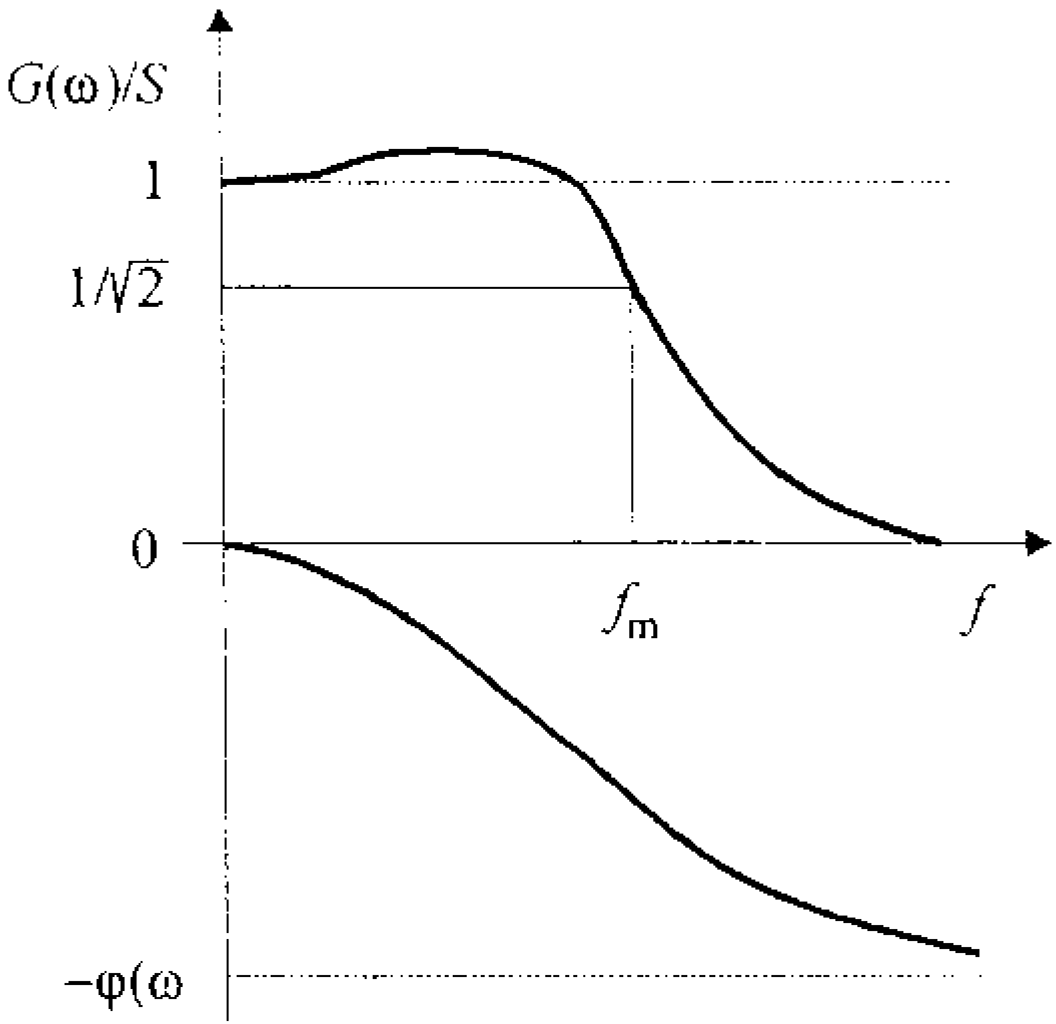
- Pogosto jo **normiramo** s statično občutljivostjo $S = \underline{G}(0)$ (pri $\omega = 0$ ima vrednost 1)



Slika 1.19 Frekvenčna, amplitudna in fazna karakteristika

Frekvenčno karakteristiko delimo v:

- **amplitudno** (amplitudni odziv),
- **fazno** (fazni odziv).



Karakteristični podatek:

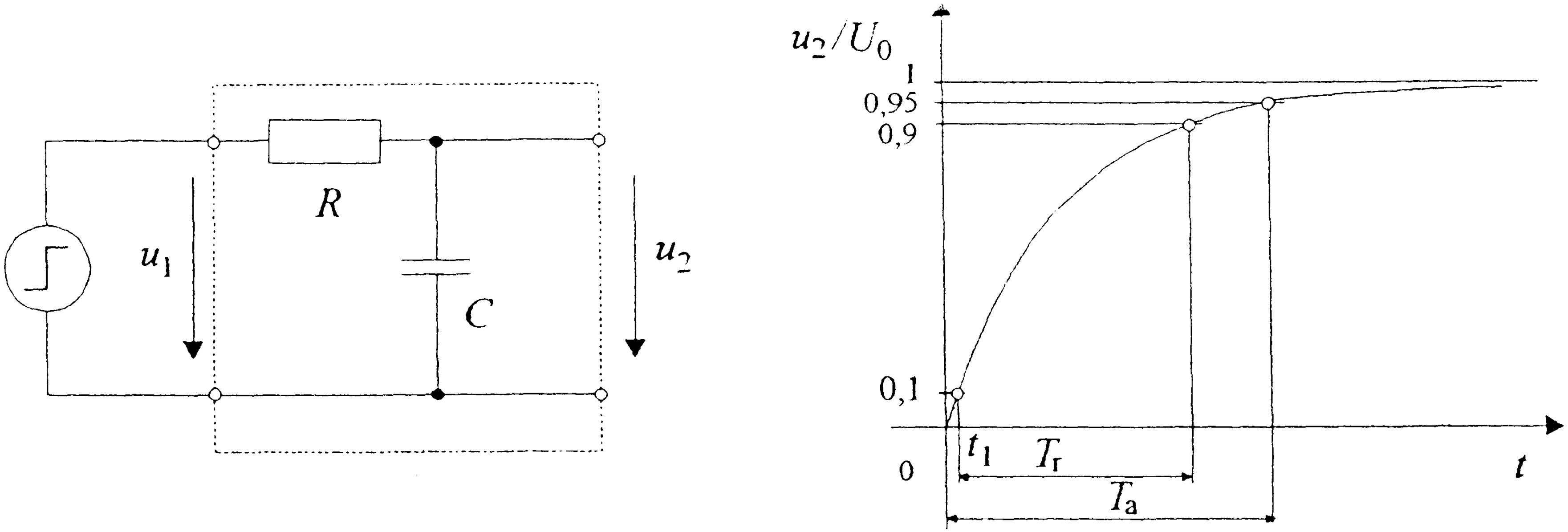
- **Frekvenčna meja**
  - kjer amplituda razmerja pade na $1/\sqrt{2}$ (za ca. 30%) proti dogovorjeni vrednosti
    - primer: proti statični občutljivost $G(0)=S$
  - ločimo **zgornjo** in **spodnjo** mejno frekvenco.

$$T_a \overset{?}{\Leftrightarrow} f_m$$

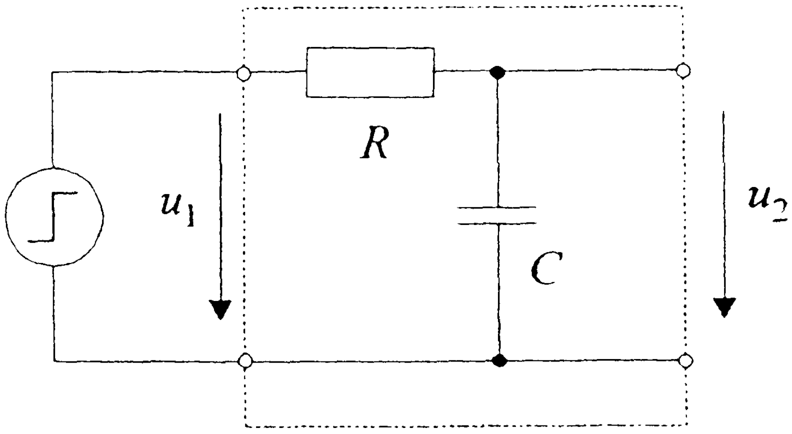
Med odzivnim časom ($M = \pm 5\%$) in zgornjo frekvenčno mejo ($1/\sqrt{2}$) obstaja povezava:

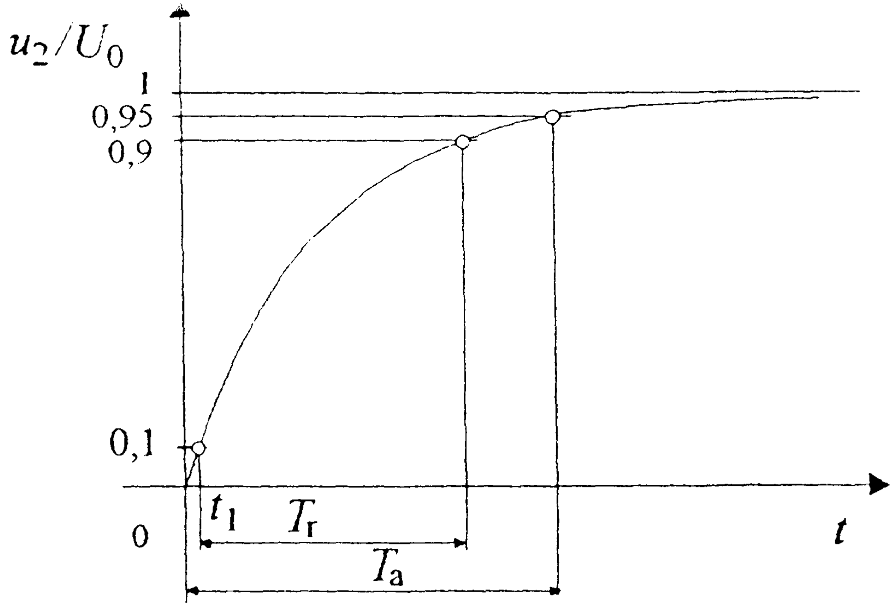
$$T_a \approx \frac{1}{2 f_m}$$

- Primer za **člen prvega reda**:



Slika 1.20 Poenostavljen model merilne naprave in odziv na stopnico





Časovni prostor:

- odziv na stopnico: $u_2 = U_0\left(1 - \mathrm{e}^{-t/\tau}\right), \qquad \tau = RC;$
- narast signala do 95%:

$$0{,}95U_0 = U_0\left(1 - \mathrm{e}^{-T_a/\tau}\right) \qquad \Rightarrow \qquad T_a = \tau \ln 20 \approx 3\tau$$

Frekvenčni prostor:

- odziv člena na **sinusno vzbujanje** (frekvenčna karakteristika):

$$\underline{U}_2 = \underline{U}_1 \frac{1/\mathrm{j}\omega C}{1/\mathrm{j}\omega C + R} \quad \Rightarrow \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{1+\mathrm{j}\omega\tau}$$

$$\text{oz.} \quad \frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi}}{\sqrt{1+\omega^2\tau^2}}, \quad \varphi = -\mathrm{arctg}\,\omega\tau$$

- razmerje pade na $1/\sqrt{2}$ $(2\pi f_\mathrm{m}\tau = 1)$:

$$\frac{|\underline{U}_2|}{|\underline{U}_1|} = \frac{1}{\sqrt{1+(2\pi f_\mathrm{m})^2\tau^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \Rightarrow \quad f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi\tau}$$

Povezava med f_m in T_a: $$f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi(T_\mathrm{a}/\ln 20)} = \frac{1}{2{,}097\,T_\mathrm{a}} \approx \frac{1}{2T_\mathrm{a}}$$

Povezava mejne frekvence f_m in **dvižnega časa** T_a:

- spodnji prag: $0{,}1U_0 = U_0\left(1-\mathrm{e}^{-t_1/\tau}\right)$,
- zgornji prag: $0{,}9U_0 = U_0\left(1-\mathrm{e}^{-(t_1+T_\mathrm{r})/\tau}\right)$

- povezava **dvižnega časa** in **časovne konstante**:

$$T_\mathrm{r} = \tau \ln 9 = 2{,}2\,\tau$$

- povezava mejne frekvence in dvižnega časa:

$$f_\mathrm{m} = \frac{1}{2\pi\left(T_\mathrm{r}/\ln 9\right)} = \frac{0{,}35}{T_\mathrm{r}}$$

Primer:

$$f_\mathrm{m} = 10\,\mathrm{MHz} \quad \Rightarrow \quad T_\mathrm{r} = \frac{0{,}35}{10\,\mathrm{MHz}} = 35\,\mathrm{ns}$$

Prevajalno funkcijo se pogosto podaja s frekvenco v razmerju proti mejini frekvenci:

$$\frac{\underline{U}_2}{\underline{U}_1} = \frac{1}{1 + \mathrm{j}\, f / f_\mathrm{m}} \qquad \Rightarrow \qquad \frac{\hat{u}_2}{\hat{u}_1} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_\mathrm{m})^2}}$$

- upoštevamo: $\omega\tau = 2\pi f \tau = 2\pi f_\mathrm{m} \tau \; f / f_\mathrm{m} = f / f_\mathrm{m}$

V verigo (**kaskado**) zaporedno vezana dva člena – frekvenčna odziva se množita:

$$\frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_\mathrm{m1})^2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_\mathrm{m2})^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + (f / f_\mathrm{ms})^2}}$$

- pri vzbujanju z $f = f_\mathrm{ms}$ velja:

$$\left[1 + (f_\mathrm{ms} / f_\mathrm{m1})^2\right]\left[1 + (f_\mathrm{ms} / f_\mathrm{m2})^2\right] = 2$$

$$\left[1+\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m1}}\right)^2\right]\left[1+\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m2}}\right)^2\right]=2$$

- po množenju dobimo:

$$\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m1}}\right)^2+\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m2}}\right)^2+\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m1}}\right)^2\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m2}}\right)^2=1$$

- ker je $f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m1}}<1$ in $f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m2}}<1$, zapišemo:

$$\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m1}}\right)^2+\left(f_{\mathrm{ms}}/f_{\mathrm{m2}}\right)^2\approx 1$$

in dobimo znani odnos: $$\frac{1}{f_{\mathrm{ms}}^2}=\frac{1}{f_{\mathrm{m1}}^2}+\frac{1}{f_{\mathrm{m2}}^2}$$

- izraženo **z dvižnim časom**:

$$\frac{1}{\left(0{,}35/T_{\mathrm{rs}}\right)^2}=\frac{1}{\left(0{,}35/T_{\mathrm{r1}}\right)^2}+\frac{1}{\left(0{,}35/T_{\mathrm{r2}}\right)^2}\quad\Rightarrow\quad T_{\mathrm{rs}}^2=T_{\mathrm{r1}}^2+T_{\mathrm{r2}}^2$$

$$T_{\mathrm{rs}}^2=T_{\mathrm{r1}}^2+T_{\mathrm{r2}}^2+\ldots+T_{\mathrm{r}n}^2$$