

Izpit iz Numeričnih metod

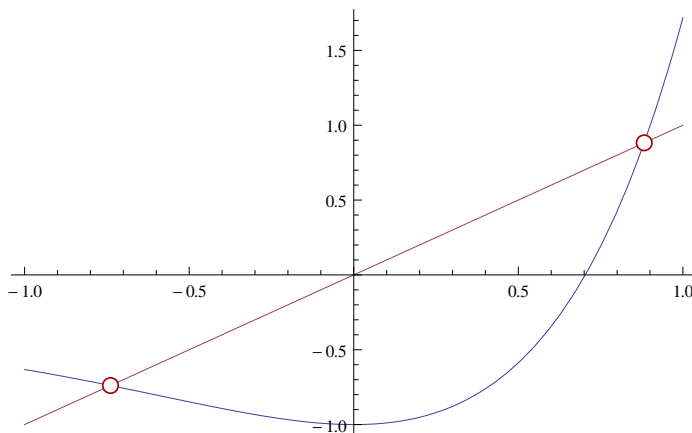
2. februar 2012

1. Enačba

$$x = f(x), \quad f(x) = x^2 e^x - 1$$

ima dve rešitvi. S pomočjo Newtonove metode ju določi na dve decimalni mesti natanačno. Ugotovi, katera je privlačna in katera je odbojna točka za iteracijo

$$x_{n+1} = f(x_n).$$



Rešitev:

$$x_1 = 0.882534, \quad x_2 = -0.739123, \quad f'(x_1) = 6.14874, \quad f'(x_2) = -0.445033$$

2. Določi enostavno kvadraturno formulo oblike

$$\int_a^{a+h} f(x) dx \approx w f(\xi).$$

Utež w in vrednost $\xi \in [a, a+h]$ določi tako, da bo formula točna za $p_0(x) = 1$ in $p_1(x) = x$. S pomočjo sestavljene formule izračunaj integral

$$\int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx.$$

Interval $[0, 1]$ razdeliš na $n = 4$ enake dele.

Rešitev:

$$I_h = 0.950743, \quad \int_0^1 \frac{\sin(x)}{x} dx = 0.946083$$

3. Določi katerega od linearnih sistemov enačb $A_i x = b$, $i = 1, 2$ lahko rešiš s pomočjo Jacobijeve iteracije. Vzemi začetni približek $x_0 = [0; 0]$ in zapiši tretjo iteracijo x_3 .

$$A_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad A_2 = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Rešitev: Prva Jacobijeva iteracijska matrika ima obe lastni vrednosti enaki 0, druga pa ima lastni vrednosti enaki $\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$. V prvem primeru je $x_0 = [0, 0]$, $x_1 = [-1, 2]$, ki pa je že točna rešitev.