

Izpit iz Numeričnih metod

29. januar 2007

1. Ali lahko rešimo sistem $Ax = b$ z Jacobijevo iteracijo?

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & -3 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -1 \end{bmatrix}$$

Izračunaj prvi korak Jacobijeve in Gauss-Seidlove iteracije. Začetni približek je enak $x_0 = [0; 0; 0]$. Kolika je prva norma razlike posameznega približka in točne rešitve.

Rešitev:

$$x_0 = [1, 1, 1], \quad x_\infty = [1, -1, 1], \quad x_J = [3/4, -1, 1/3], \\ x_{GS} = [3/4, -5/4, 1].$$

2. Pokažite, da leži na intervalu $[0, 2]$ natanko en koren enačbe

$$x^2 e^{-x} - 1/3 = 0.$$

Poišči ta koren z Newtonovo metodo.

Rešitev: $x=0.910008$

3. Reši integral z Gaussovo kvadraturno formulo in primerjaj rezultat s točno rešitvijo.

$$\int_{-1}^1 \exp(x) \sin(x) dx$$

Navodilo Gauss: $\int_{-1}^1 f(x) dx \approx wf(-u) + wf(u)$

Rešitev:

Točna: $1/2 \text{Exp}[x] (\text{Sin}[x] - \text{Cos}[x]) = 0.663494$,

Gauss: $\text{Sin}[1/\text{Sqrt}[3]] \text{Sinh}[1/\text{Sqrt}[3]] * 2.0 = 0.665844$