

## Izpit iz Numeričnih metod

17. januar 2008

1. Sestavite formulo za približno računanje integralov oblike

$$\int_0^1 f(x) dx \approx \omega_1 f(0) + \omega_2 f(\xi) + \omega_3 f(1)$$

Določite koeficiente,  $\omega_1$ ,  $\omega_2$ ,  $\omega_3$  in vozlišče  $\xi$ ,  $0 < \xi < 1$  tako, da bo formula točna za polinome  $p_0(x) = 1$ ,  $p_1(x) = x$ ,  $p_2(x) = x^2$  in  $p_3(x) = x^3$ . S pomočjo dobljene formule določi približno vrednost integrala

$$\int_0^1 \frac{\sin x}{\sqrt{x}} dx$$

Rešitev:

$$\omega_1 = \frac{1}{6} \quad \omega_2 = \frac{2}{3} \quad \omega_3 = \frac{1}{6} \quad \xi = \frac{1}{2}$$

0.592252   približna   0.620537   točna

2. Poišči  $X$ , tako da bo imela razlika  $AX - B$  minimalno evklidsko normo.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

Rešitev:

$$X = [7/3, -1]$$

3. Na intervalu  $[0, 2]$  ležita dva korena enačbe

$$\sqrt{x}e^{-x} - \frac{1}{4} = 0$$

Poišči oba korena. Določi, katerega od njiju lahko poiščemo s pomočjo naslednje iteracijske sheme

$$x_{n+1} = \sqrt{x_n}e^{-x_n} - \frac{1}{4} + x_n$$

pri izbiri primernega začetnega približka.

Rešitev

$$F(x) = \sqrt{x}e^{-x} - \frac{1}{4} + x$$

$$x_1 = 0.07221 \quad \text{odbojna} \quad F'(x_1) = 2.48105$$

$$x_2 = 1.63084 \quad \text{privlacna} \quad F'(x_2) = 0.82667$$