

Izpit iz Numeričnih metod

22. junij 2006

1. Aproximiraj podatke P z linearno funkcijo

$$f(x) = ax + b$$

v smislu najmanjših kvadratov.

$$P = \begin{bmatrix} x & 1 & 2 & 3 \\ y & 1 & 3 & 4 \end{bmatrix}$$

Rešitev:

$$f(x) = 3/2x - 1/3$$

2. Naredi tri korake Jacobijeve iteracije za sistem $Ax = b$.
Ali Jacobijeva iteracija konvergira? Utemelji.
Izberi začetni približek $x_0 = [0, 0]$. Poišči točno rešitev.

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Rešitev: Jacobijeva iteracija $x = [0; 1/2] - [0, -1; -1/2, 0] * x$

$x_3 = [1/2, 3/4]$

$x = [1, 1]$

$S = [0, -1; -1/2, 0]$

$\text{eig}(S) = [-1/\sqrt{2}, 1/\sqrt{2}]$

$\max(\text{abs}(\text{eig}(S))) < 1,$

iteracija konvergira

3. Reši naslednji posplošeni integral s pomočjo Gaussove in Simpsonove kvadrature formule.

$$\int_{-1}^1 \frac{\sin x}{x} dx$$

Navodilo:

Gauss: $\int_{-1}^1 f(x) dx = wf(x_1) + wf(x_2), \quad x_i \in (-1, 1)$

Simpson: $\int_{-1}^1 f(x) dx = u_1f(-1) + u_2f(0) + u_3f(1)$

Določi uteži in vozlišči tako, da sta integrala točna za čim več potenčnih funkcij x^n , $n = 0, 1, 2, \dots$.

Rešitev

$$I_1 = 1.8907261113408347$$

$$I_2 = 1.89431398987193$$

$$I = 1.892166140734366$$