

NAVADNE DIFERENCIALNE ENAČBE

Navedene strani so iz knjige *Octave z uvodom v numerične metode*.

EULERJEVA, MODIFICIRANA EULERJEVA IN HEUNOVA METODA

Osnovna diferencialna enačba prvega reda z začetnim pogojem se glasi:

$$y' = f(x, y), \quad y(x_0) = y_0.$$

Numerično rešitev iščemo na intervalu $[a, b]$, ki ga razdelimo na n enako dolgih podintervalov z delilnimi točkami ali vozlišči $a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b$. Iščemo približne vrednosti funkcije $y(x)$ v vozliščih, pri čemer je podana vrednost funkcije v levem krajišču intervala (začetni pogoj). (str. 216-226)

Eulerjeva metoda:

$$\begin{aligned} h &= \frac{x_n - x_0}{n}, \\ x_{i+1} &= x_i + h, \\ y_{i+1} &= y_i + h f(x_i, y_i). \end{aligned}$$

Modificirana Eulerjeva metoda:

$$\begin{aligned} h &= \frac{x_n - x_0}{n}, \\ x_{i+1} &= x_i + h, \\ x_{i+1/2} &= x_i + h/2, \\ y_{i+1/2} &= y_i + h/2 f(x_i, y_i), \\ y_{i+1} &= y_i + h f(x_{i+1/2}, y_{i+1/2}). \end{aligned}$$

Heunova metoda:

$$\begin{aligned} h &= \frac{x_n - x_0}{n}, \\ x_{i+1} &= x_i + h, \\ y_{i+1} &= y_i + \frac{h}{2} (f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1})). \end{aligned}$$

Implicitno enačbo rešimo tako, da poiščemo fiksno točko iteracije

$$y_{i+1}^{(k+1)} = y_i + \frac{h}{2} (f(x_i, y_i) + f(x_{i+1}, y_{i+1}^{(k)})),$$

kjer vzamemo, da je $y_{i+1}^{(0)} = y_i$. Iteracijo prekinemo, ko pade relativna napaka približka pod ϵ ,

$$\left| \frac{y_{i+1}^{(k+1)} - y_{i+1}^{(k)}}{y_{i+1}^{(k+1)}} \right| < \epsilon,$$

oziroma ko je preseženo maksimalno število iteracij.

Opomba: V knjigi *Octave z uvodom v numerične metode* je Heunova metoda imenovana Crank - Nicholsonova metoda.