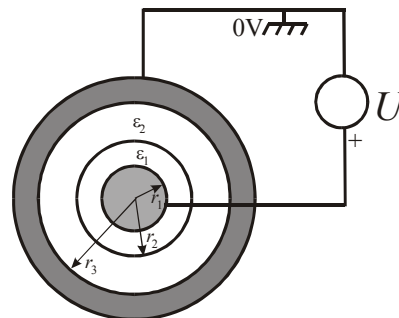


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

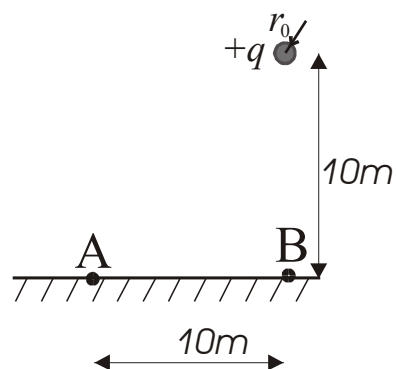
Izpit 11. 12. 2002

1. Določite potencial na meji dielektrikov dvoplastnega koaksialnega kabla z $\epsilon_{r1}=4$ in $\epsilon_{r2}=2$, če med žilo in oklop priključimo napetost $U=10$ kV! ($r_3=2r_2=4r_1=4$ cm)

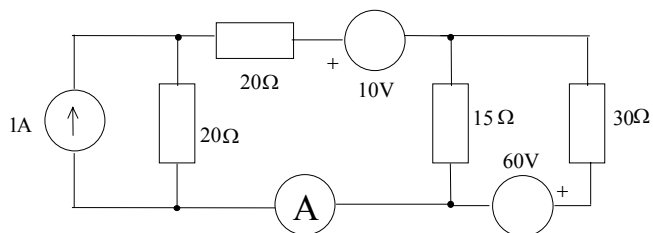


2. Na ploščni zračni kondenzator površine $A=10$ cm² in razmaka med ploščama $d=1$ cm priključimo napetost 12 V. Kolikšna je napetost na kondenzatorju, če vir odklopimo in v kondenzator vložimo dielektrični listič debeline $a=0.5$ cm z $\epsilon_r=3$?

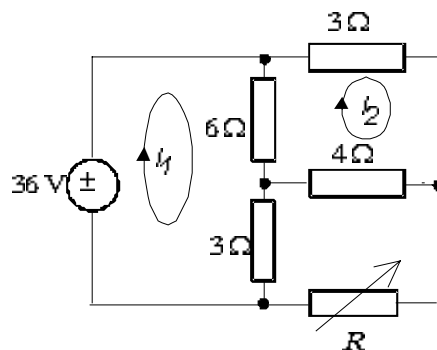
3. Naelektrena daljnovodna vrv polmera $r_0=1$ cm, postavljena na višino $h=10$ m nad točko B na ravni zemlji, povzroči tik nad točko A, ki je 10 m oddaljena od točke B, električno poljsko jakost $E=2 \cdot 10^3$ V/m. Kolikšna je napetost med vrvjo in točko A?



4. Z uporabo Theveninovega teorema izračunajte tok skozi ampermeter!



5. Določite največjo moč, ki se lahko troši na upor R !



REŠITVE IZPITA IZ OSNOV ELEKTROTEHNIKE I (UNI), 11.12.2002

1. S pomočjo Gaussovega zakona določimo električno poljsko jakost v obeh dielektrikih, z integracijo polja dobimo zvezo med nabojem in priključeno napetostjo ter iz definicije za potencial še potencial vmesne plasti:

$$\vec{E}_1 = \vec{1}_r \frac{q}{2\pi\epsilon_1 r}, \quad \vec{E}_2 = \vec{1}_r \frac{q}{2\pi\epsilon_2 r}$$

$$U = \int_{r_1}^{r_3} \vec{E} \cdot \vec{1}_r dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{r1}} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \int_{r_2}^{r_3} \frac{dr}{r} \right]$$

$$10 \text{ kV} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{r1}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2} \right] \Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$$

$$V_{r_2} = - \int_{r_3}^{r_2} \frac{q}{2\pi\epsilon_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2}$$

$$V_{r_2} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{1}{\epsilon_{r1}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2}} \cdot \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\epsilon_{r1}} + 1} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{2}{4} \cdot \frac{\ln 2}{\ln 2} + 1} = \underline{\underline{6.667 \text{ kV}}}$$

2. Po odklopu vira se na ploščah kondenzatorja nahaja elektrina $\pm Q$, ki se ohrani tudi potem, ko vložimo med plošči dielektrični listič. Tako lahko najprej izračunamo elektrino Q , nato pa spremenjeno napetost med ploščama zaradi spremenjene skupne kapacitivnosti po vložitvi lističa.

Pred vložitvijo vzorca:

$$Q_1 = C_1 U_1, \quad C_1 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$$

Po vložitvi vzorca:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{d-a}{\epsilon_0 A} + \frac{a}{\epsilon_r \epsilon_0 A} = \frac{1}{\epsilon_0 A} \left(5 \text{ mm} + \frac{5 \text{ mm}}{3} \right) = \frac{1}{\epsilon_0 A} \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{3}$$

$$Q_2 = Q_1 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_1}{C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_2} = \frac{\epsilon_0 A}{10^{-2} \text{ m}} \cdot \frac{1}{\epsilon_0 A} \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{3} \cdot 12 \text{ V} = \underline{\underline{8 \text{ V}}}$$

3. Iz znane električne poljske jakosti izračunamo ob upoštevanju zrcaljenja preko površine zemlje naboj na vrvi in nato še napetost med vrvjo in zemljo. Potencial na zemlji je enak nič, kar velja seveda tudi za potencial v točki A!

$$E_{+q} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 10\sqrt{2}\text{m}}, E_{+q,n} = E_{+q} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E = 2 \cdot E_{+q,n} = 2 \cdot \frac{q}{2\pi\epsilon_0 10\sqrt{2}\text{m}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 10\text{m}} \Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0} = E \cdot 10\text{m}$$

$$V_{+q} = -\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln r_0 - \frac{-q}{2\pi\epsilon_0} \ln 2h = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{r_0}$$

$$U = V_{+q} - 0 = E \cdot 10\text{m} \cdot \ln \frac{2h}{r_0} = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 10\text{m} \cdot \ln \frac{20}{10^{-2}} \approx \underline{\underline{152 \text{ kV}}}$$

4.

$$R_{\text{Th}} = (15 \parallel 30 + 40) \Omega = 50 \Omega$$

$$U_{\text{Th}} = (20 - 10 - \frac{60}{15 + 30} \cdot 15) \text{V} = -10 \text{ V}$$

$$I_{\text{A}} = \frac{10}{50} \text{ A} = \underline{\underline{0,2 \text{ A}}}$$

5. Določimo Theveninovo nadomestno upornost in napetost ter nato še maksimalno moč:

$$R_{\text{g}} = R_{\text{Th}} = (6 \parallel 3 + 4) \parallel 3 \Omega = 2 \Omega$$

$$I_1(6 + 3)\Omega - I_2 \cdot 6\Omega = 36 \text{ V}$$

$$I_2 \cdot (3 + 4 + 6)\Omega - I_1 \cdot 6\Omega = 0$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{8}{3} \text{ A}$$

$$U_{\text{Th}} = (36 - \frac{8}{3} \cdot 3) \text{ V} = 28 \text{ V}$$

$$P_{\text{max}} = \frac{\left(\frac{U_{\text{Th}}}{2}\right)^2}{R_{\text{g}}} = \frac{(28\text{V})^2}{4,2\Omega} = \underline{\underline{98 \text{ W}}}$$