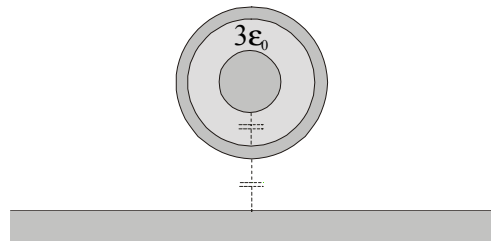


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 2. februarja 2001

1. Naelektren krogelni kondenzator ima polmer notranje krogle 3 cm, notranji polmer koncentrične krogelne lupine pa 6 cm. Poiščite polmer ekvipotencialne krogle, ki razpolovi potencialno razliko med kroglo in lupino!

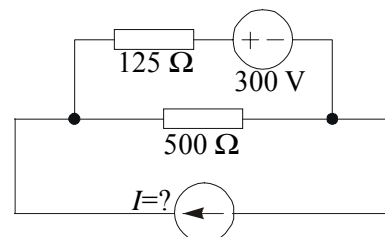
2. Koaksialni kabel dolžine 100 m, z radijem žile 0,75 mm in radijema oklopa 2,5 mm in 3 mm, ki ni ozemljen, ima izolator dielektričnosti $3\epsilon_0$. Kabel je položen vzporedno nad ozemljeno prevodno podlago tako, da je os kabla 5 mm nad podlago. Izračunajte nadomestno kapacitivnost med žilo in podlago!



3. Kondenzatorje s kapacitivnostmi 16, 8, 4, 2 in 1 nF vežemo zaporedno in priključimo na enosmerno napetost 310 V. Koliko odstotkov celotne akumulirane električne energije je v polju kondenzatorja kapacitivnosti 2nF?

4. Med ravnima ploščama, $x = 0$ in $x = d = 1$ cm, je prevodna snov s specifično prevodnostjo $\gamma(x) = \gamma_0 e^{-x/d}$, $\gamma_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ S/m. Desna plošča ($x = d$) je ozemljena, leva pa je na potencialu 20 V. Določite koordinato ekvipotencialke s potencialom 10 V!

5. Pri katerem toku I bosta moči na upornikih enaki!



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 2. februarja 2001, rešitve

1. Kondenzator naj je naelektren z naboje $\pm Q$; da ima kroglu naboj Q , lupina pa nasproten naboj. Električna poljska jakost ima v vmesnem delu radialno smer: $E_r = Q / 4\pi\epsilon_0 r^2$. Napetost med kroglo in ekvipotencialko iskanega radija r_x je enaka napetosti med to ekvipotencialko

in lupino:
$$\int_{3\text{ cm}}^{r_x} E_r dr = \int_{r_x}^{6\text{ cm}} E_r dr \Rightarrow \int_{3\text{ cm}}^{r_x} \frac{dr}{r^2} = \int_{r_x}^{6\text{ cm}} \frac{dr}{r^2} \Rightarrow \frac{1}{3\text{ cm}} - \frac{1}{r_x} = \frac{1}{r_x} - \frac{1}{6\text{ cm}} \Rightarrow r_x = 4\text{ cm}.$$

2. Iskana kapacitivnost je nadomestna kapacitivnost dveh zaporednih kondenzatorjev: kapacitivnosti žila-oklop (C_1) in kapacitivnosti oklop-podlaga (C_2). Sledi:

$$C_1 = \frac{2\pi(3\epsilon_0) \cdot 100\text{ m}}{\ln(2,5\text{ mm}/0,75\text{ mm})} \cong 13,84\text{ nF}. \text{ Drugo določimo kot kapacitivnost valja polmera } 3\text{ mm}$$

nad podlago; ekscentričnost je $e = 5\text{ mm} - \sqrt{5^2 - 3^2}\text{ mm} = 1\text{ mm}$, $s = 4\text{ mm}$. Sledi:

$$C_2 = \frac{2\pi\epsilon_0 \cdot 100\text{ m}}{\ln(6\text{ mm}/2\text{ mm})} \cong 5,06\text{ nF}. \text{ Nadomestna kapacitivnost } C = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \cong 3,71\text{ nF}.$$

3. Nadomestno kapacitivnost zaporedno vezanih kondenzatorjev dobimo iz enačbe

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{1\text{ nF}} + \frac{1}{2\text{ nF}} + \frac{1}{4\text{ nF}} + \frac{1}{8\text{ nF}} + \frac{1}{16\text{ nF}} = \frac{31}{16\text{ nF}}.$$

Ker pa so naboji na vseh zaporednih kondenzatorjih enaki, je odstotek energije na kondenzatorju kapacitivnosti 2 nF enak

$$\left(\frac{1}{2\text{ nF}} : \frac{31}{16\text{ nF}} \right) 100\% \cong 25,8\%.$$

4. Tokovna gostota J je med ploščama konstantna, saj moremo uporovno snov razumeti kot niz diferencialno debelih zaporednih plasti med 0 in d . Zaradi $\gamma(x)$ pa se poljska jakost vede po enačbi: $E(x) = J / \gamma(x) = J e^{x/d} / \gamma_0$. Naj ima iskana ekvipotencialka koordinato x_1 . Napetost

med 0 in x_1 mora biti enaka napetosti med x_1 in d . Sledi:
$$\int_0^{x_1} E(x) dx = \int_{x_1}^d E(x) dx \Rightarrow$$

$$\int_0^{x_1} e^{x/d} dx = \int_{x_1}^d e^{x/d} dx \Rightarrow e^{x_1/d} - 1 = e - e^{x_1/d} \Rightarrow e^{x_1/d} = (1 + e) / 2 \Rightarrow x_1 = d \ln \frac{1 + e}{2} \cong 6,2\text{ mm}.$$

5. Z U označimo napetost na sponkah vira; enakost moči na upornikih zagotavlja enačba

$$\frac{U^2}{500\ \Omega} = \frac{(U - 300\text{ V})^2}{125\ \Omega} \Rightarrow \pm U = 2(U - 300)\text{ V}. \text{ Enačba}$$

ima dve rešitvi: $U_1 = 600\text{ V}$ in $U_2 = 200\text{ V}$, s tem pa tudi

dve rešitvi za tok: $I_1 = \frac{600\text{ V} - 300\text{ V}}{125\ \Omega} + \frac{600\text{ V}}{500\ \Omega} = 3,6\text{ A}$ in

$$I_2 = \frac{200\text{ V} - 300\text{ V}}{125\ \Omega} + \frac{200\text{ V}}{500\ \Omega} = -0,4\text{ A}$$

