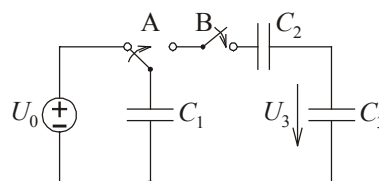


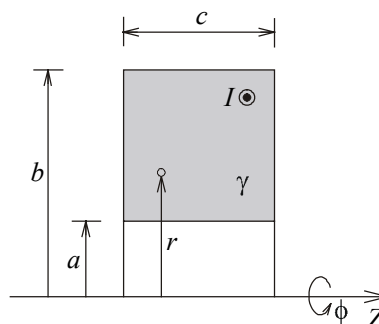
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 11. februar 2003

1. Dva točkasta naboja, $Q_1 = 6 \mu\text{C}$ in $Q_2 = -3 \mu\text{C}$, sta sama v prostoru in se nahajata v točkah, ki sta si oddaljeni 12 cm. Izračunajte potencial v točki v njuni bližnji okolici, v kateri je poljska jakost enaka nič!
2. V koaksialnem kablu s polmerom žile 3 mm in notranjim polmerom plašča 6 mm, ki je priključen na napetost 10 kV, želimo določiti radije ekvipotencialnih valjev, da bo med sosednjima ekvipotencialkama napetost 2 kV. Kolikšni so iskani radiji?

3. V kondenzatorskem vezju najprej preklopimo stikalo A iz levega v desni položaj in potem vklopimo še stikalo B. Določite napetost U_3 na tretjem kondenzatorju po preklopu obeh stikal! Vrednosti elementov vezja so: $C_1 = 1 \mu\text{F}$, $C_2 = C_3 = 2 \mu\text{F}$ in $U_0 = 4 \text{ V}$.



4. V kovinskem obroču (toroidu) pravokotnega preseka (polmerov a in b ter širine c) teče tok I . Določite radialno porazdelitev gostote jouske moči oz. funkcijo $p(r)$! Specifična prevodnost obroča je γ .



5. Ko na enosmerni vir priključimo upor 100Ω in merimo tok skozi upor, namerimo 15 miliamperov, ko pa na enosmerni vir priključimo upor 200Ω , namerimo skozi upor tok 8 miliamperov. Določite nadomestno vezje vira, ki bo vsebovalo neodvisen tokovni generator, če ima ampermeter notranjo upornost 1.6Ω !

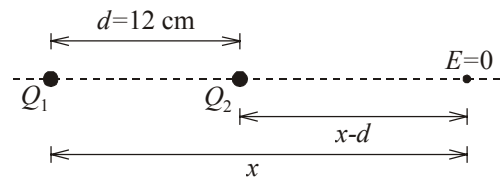
Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

izpit, 11. februar 2003

Rešitve

1. Najprej poiščimo lego točke, v kateri je električna poljska jakost enaka nič. Zaradi vektorskega seštevanja obeh polj je ta gotovo na premici, ki gre skozi oba točkasta naboja, in sicer na strani absolutno manjšega naboja. Razdaljo te točke do prvega naboja



označimo z x . Izraz za poljsko jakost v tej točki izenačimo z nič: $E = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 x^2} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 (x-d)^2} = 0$.

Iz te enačbe izračunamo lego x iskane točke: $\frac{Q_1}{x^2} = -\frac{Q_2}{(x-d)^2} \Rightarrow (x-d)^2 = -\frac{Q_2}{Q_1} x^2 \Rightarrow$

$(x-12 \text{ cm})^2 = 0.5x^2 \Rightarrow x_{1,2} = 12(2 \pm \sqrt{2}) \text{ cm}$ (ker mora biti $x > d$, je prava le rešitev s

pozitivnim predznakom). Potencial v tej točki je: $V = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 x} + \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 (x-d)} \cong \boxed{38.6 \text{ kV}}$.

2. Na oddaljenosti ρ od osi kabla je potencial podan z izrazom: $V(\rho) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{\rho}$, kjer je $b = 6 \text{ mm}$

notranji polmer plašča. vzdolžno gostoto elektrine q na plašču določimo iz izraza za napetost $U = 10 \text{ kV}$ med žilo in plaščem: $U = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0} = \frac{U}{\ln b/a}$, kjer je $a = 3 \text{ mm}$ polmer

žile. To upoštevamo v izrazu za potencial: $V(\rho) = U \frac{\ln b/\rho}{\ln b/a}$. Če je med sosednjima

ekvipotencialkama v koaksialnem kablu napetost $\Delta V = 2 \text{ kV}$, imajo te ekvipotencialke

potenciale: $V_i = i \cdot \Delta V$, $i = 1, 2, 3, 4$ (pri $i = 5$ smo že na žili: $5 \cdot \Delta V = 10 \text{ kV}$). Če z ρ_i označimo

radij i -te ekvipotencialke, potem za njen potencial lahko pišemo: $V_i = U \frac{\ln b/\rho_i}{\ln b/a}$. Iz te enačbe

izrazimo radije ρ_i , $i = 1, 2, 3, 4$: $\ln b/\rho_i = \frac{V_i}{U} \ln b/a = \ln(b/a)^{V_i/U} \Rightarrow b/\rho_i = (b/a)^{V_i/U} \Rightarrow$

$\rho_i = b(b/a)^{-V_i/U} \Rightarrow \rho_1 \cong \boxed{5.22 \text{ mm}}$, $\rho_2 \cong \boxed{4.55 \text{ mm}}$, $\rho_3 \cong \boxed{3.96 \text{ mm}}$ in $\rho_4 \cong \boxed{3.45 \text{ mm}}$.

3. Začetna napetost (pred preklopi) na prvem kondenzatorju je $U_0 = 4 \text{ V}$. Ker je nadomestna

kapacitivnost zaporedne vezave drugega in tretjega kondenzatorja enaka kapacitivnosti prvega

kondenzatorja, $C_{23} = \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = 1 \mu\text{F} = C_1$, preide polovica elektrine, ki je bila pred preklopi na

prvem kondenzatorju, na zaporedno vezavo drugega in tretjega. Zato je tudi napetost na tej

zaporedni vezavi enaka polovični vrednosti začetne napetosti prvega kondenzatorja: $U_{23} = U_0/2$. Drugi in tretji kondenzator imata enako kapacitivnost, zato je napetost na tretjem kondenzatorju

enaka polovični vrednosti napetosti na njuni zaporedni vezavi: $U_3 = U_{23}/2 = U_0/4 = \boxed{1 \text{ V}}$.

4. Poljsko jakost in tokovo gostoto lahko izrazimo s padcem napetosti U vzdolž toroida:

$$\vec{E} = \vec{e}_\phi E(r), \quad E(r) = \frac{U}{2\pi r}; \quad \vec{J} = \vec{e}_\phi J(r), \quad J(r) = \gamma E(r) = \frac{\gamma U}{2\pi} \cdot \frac{1}{r}.$$

Napetost U lahko določimo iz

$$\text{izraza za tok } I, \text{ ki ga dobimo z integracijo tokove gostote po preseku toroida:}$$

$$I = \int_a^b J(r) \cdot c \cdot dr = \frac{\gamma U c}{2\pi} \ln \frac{b}{a} \Rightarrow \frac{\gamma U}{2\pi} = \frac{I}{c \ln b/a}.$$

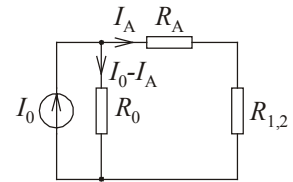
To upoštevamo v izrazu za tokovo gostoto:

$$J(r) = \frac{I}{c \ln b/a} \cdot \frac{1}{r}.$$

S tako določeno tokovo gostoto izračunamo prostorninsko gostoto moči:

$$p(r) = \vec{J} \cdot \vec{E} = \frac{J^2}{\gamma} = \frac{I^2}{\gamma c^2 \ln^2 b/a} \cdot \frac{1}{r^2}.$$

5. Na shemi je enosmerni vir prikazan z nadomestnim Nortonovim virom (I_0, R_0), ampermeter pa z uporom $R_A = 1.6 \Omega$. Upor, ki ga priključimo na vir, bo enkrat $R_1 = 100 \Omega$ in drugič $R_2 = 200 \Omega$. Za desno zanko vezja zapišemo II Kirchhoffov zakon: $(I_0 - I_{A1})R_0 = I_{A1}(R_A + R_1)$, kjer je $I_{A1} = 15 \text{ mA}$ tok, ki ga izmerimo z ampermetrom, ko na vir priključimo upor $R_1 = 100 \Omega$. Podobno enačbo lahko zapišemo za primer, ko na vir priključimo upor $R_2 = 200 \Omega$: $(I_0 - I_{A2})R_0 = I_{A2}(R_A + R_2)$, kjer je $I_{A2} = 8 \text{ mA}$. Dobili smo dve enačbi z



dvema neznankama (I_0 in R_0): $I_{A1} = I_0 \frac{R_0}{R_0 + R_A + R_1}, \quad I_{A2} = I_0 \frac{R_0}{R_0 + R_A + R_2} \Rightarrow$

$$\frac{I_{A1}}{I_{A2}} = \frac{15}{8} = \frac{R_0 + R_A + R_2}{R_0 + R_A + R_1} \Rightarrow (15 - 8)R_0 = 8(R_A + R_2) - 15(R_A + R_1) \Rightarrow R_0 \cong \boxed{12.7 \Omega};$$

$$I_{A1} = I_0 \frac{R_0}{R_0 + R_A + R_1} \Rightarrow I_0 = I_{A1} \frac{R_0 + R_A + R_1}{R_0} \cong \boxed{135 \text{ mA}}.$$