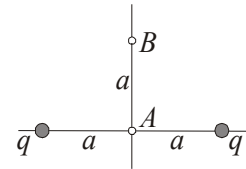


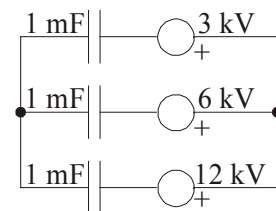
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 6. februarja 2004

1. Tanka vzporedna vodnika sta naelektrena z enakima linijskima nabojeja $q = 7 \text{ nC/m}$. Električni potencial v točki A je 350 V . Izračunajte električni potencial v točki B !



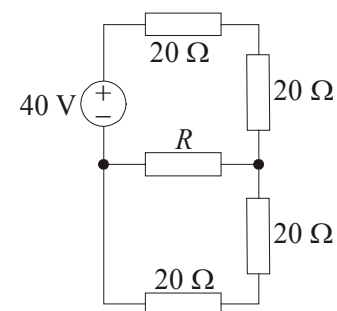
2. 100 m dolga vzporedna vodnika polmerov 1 mm in 5 mm ležita v medosni oddaljenosti 30 mm. Izračunajte kapacitivnost takšnega nesimetričnega dvovoda! (ekscentričnost je zanemarljiva)

3. Koliko električne energije je akumulirane v kondenzatorjih?



4. Koaksialni kabel dolžine 5 km je priključen na napetost 10 kV. Premer žile je 1,5 cm, notranji premer oklopa je 2,5 cm in specifična prevodnost izolanta je $2,2 \cdot 10^{-12} \text{ } \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Izračunajte izolacijski tok med žilo in oklopom, izgubno moč v izolantu, ter gostoto izgubne moči v izolantu ob žili!

5. Pri kateri vrednosti upornosti R bo moč sproščanja toplote v tem uporu 80 % maksimalne možne?



$$\epsilon_0 \approx 8.854 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm} \approx 10^{-9} / (36\pi) \text{ As/Vm}$$

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

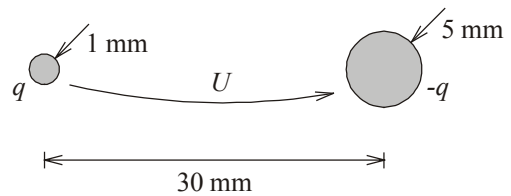
izpit, 6. februarja 2004

Rešitve

1. Napetost (razlika potencialov) med točkama A in B je zaradi levega naboja enaka $\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{2}a}{a}$ in zaradi desnega naboja ravno toliko. Po superpoziciji je celotna napetost
- $$V_A - V_B = 2 \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{\sqrt{2}a}{a} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2}. \text{ Iz te enačbe izračunamo potencial v točki } B:$$

$$V_B = V_A - \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2} = \left(350 - \frac{7 \cdot 10^{-9}}{\pi \cdot 10^{-9} / (36\pi)} \ln \sqrt{2} \right) \text{V} \approx \boxed{263 \text{V}}.$$

2. Pri določanju kapacitivnosti predpostavimo, da med vodnikoma priključimo baterijo napetosti U , ki levi vodnik naelektri z elektrino, katere vzdolžno gostoto označimo z q , desni vodnik pa z nasprotno elektrino ($-q$). Kapacitivnost je enaka razmerju elektrine in napetosti: $C = \frac{ql}{U} = \frac{q \cdot (100\text{m})}{U}$. Poiskati moramo



zvezo med napetostjo U in elektrino q . Potencial levega vodnika je $V_L = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{30}{1}$, desnega pa

$V_D = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{5}{30}$. Razlika potencialov oz. napetost med vodnikoma je

$U = V_L - V_D = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{30^2}{5 \cdot 1} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln 180$. Iz te enačbe določimo kapacitivnost:

$$C = \frac{q}{U} \cdot (100\text{m}) = \frac{2\pi\epsilon_0}{\ln 180} \cdot (100\text{m}) \approx \frac{2\pi \cdot (10^{-9} / (36\pi)) \text{As/Vm}}{\ln 180} \cdot (100\text{m}) \approx \boxed{1,07 \text{nF}}.$$

3. Vezje najprej analiziramo npr. po metodi spojiščnih potencialov. Levo spojišče izberimo za referenčno, potencial desnega pa označimo z V_D . Zakon o ohranitvi elektrine za desno spojišče (oz. desne tri plošče kondenzatorjev) je $(V_D - 3\text{kV}) \cdot (1\text{mF}) + (V_D - 6\text{kV}) \cdot (1\text{mF}) + (V_D - 12\text{kV}) \cdot (1\text{mF}) = 0$. Iz te enačbe izračunamo potencial desnega spojišča: $3V_D = 21\text{kV} \Rightarrow V_D = 7\text{kV}$. Energijo na posameznem kondenzatorju izračunamo iz njegove kapacitivnosti in napetosti po enačbi $W = \frac{1}{2}CU^2$. Celotna energija je seštevek energij na posameznih kondenzatorjih:

$$W_e = \frac{1}{2} \cdot (1\text{mF}) \cdot \left[(7\text{kV} - 3\text{kV})^2 + (7\text{kV} - 6\text{kV})^2 + (7\text{kV} - 12\text{kV})^2 \right] = \frac{(10^{-3} \text{F})}{2} \cdot (42 \cdot 10^6 \text{V}^2) = \boxed{21\text{kJ}}.$$

4. Prevodnost izolanta med žilo in oklopom določimo iz kapacitivnosti kabla, upoštevajoč dualnost elektrostatičnega in tokovnega polja: $C = \frac{2\pi\epsilon l}{\ln b/a} \Rightarrow G = \frac{2\pi\gamma l}{\ln b/a} =$

$$= \frac{2\pi \cdot (2,2 \cdot 10^{-12} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}) \cdot (5 \cdot 10^3 \text{m})}{\ln 1,25/0,75} \approx 135 \text{nS}. \text{ Izolacijski tok določimo po Ohmovem zakonu,}$$

$$\text{izgubno moč pa po Joulovm: } I = GU \approx (135 \text{nS}) \cdot (10\text{kV}) = \boxed{1,35 \text{mA}}, \quad P = UI \approx \boxed{13,5 \text{W}}.$$

Tokovna gostota ob žili je enaka razmerju izolacijskega toka in površine žile:

$$J(a) = \frac{I}{2\pi al} \approx \frac{1,35 \cdot 10^{-3} \text{ A}}{2\pi \cdot (0,75 \cdot 10^{-2} \text{ m}) \cdot (5 \cdot 10^3 \text{ m})} \approx 5,74 \mu\text{A/m}^2. \quad \text{Gostoto izgubne moči ob žili}$$

določimo po Joulovem zakonu v točki: $p(a) = \frac{J^2(a)}{\gamma} \approx \frac{(5,74 \cdot 10^{-6} \text{ A/m}^2)^2}{2,2 \cdot 10^{-12} \Omega^{-1} \cdot \text{m}^{-1}} \approx \boxed{15 \text{ W/m}^3}$.

5. Poiščimo Theveninov nadomestni vir za vezje, na katero je priključen upor upornosti R :

$$R_T = (20\Omega + 20\Omega) \parallel (20\Omega + 20\Omega) = 20\Omega, \quad U_T = \frac{40 \text{ V}}{4 \cdot 20\Omega} \cdot (2 \cdot 20\Omega) = 20 \text{ V}. \quad \text{Maksimalna moč v}$$

uporu upornosti R je $P_{\max.} = \frac{U_T^2}{4R_T} = 5 \text{ W}$. 80 % maksimalne moči je $P = 0,8P_{\max.} = 4 \text{ W}$. To moč

izrazimo z upornostjo R upora ter s tokom skozi ta upor:

$$P = 4 \text{ W} = R \cdot \left(\frac{U_T}{R_T + R} \right)^2 = R \cdot \left(\frac{20 \text{ V}}{20\Omega + R} \right)^2. \quad \text{Iz te enačbe izračunamo upornost } R:$$

$$(4 \text{ W}) \cdot (20\Omega + R)^2 = R \cdot (400 \text{ V}^2) \quad \Rightarrow \quad 400\Omega^2 + (40\Omega) \cdot R + R^2 = (100\Omega) \cdot R \quad \Rightarrow$$

$$R^2 - (60\Omega) \cdot R + 400\Omega^2 = 0 \quad \Rightarrow \quad R = \frac{60 \pm \sqrt{3600 - 1600}}{2} \Omega \approx \boxed{\begin{cases} 52,4\Omega \\ 7,6\Omega \end{cases}}$$