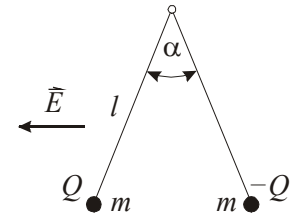


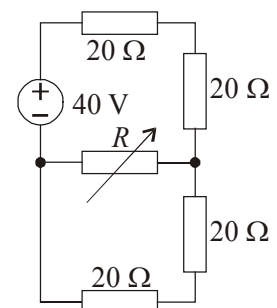
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 6. februar 2006

1. Ko smo naelektreni kroglici ($Q=10^{-7}$ C, $m=0,2$ g), ki visita na metrskih nitkah, vnesli v homogeno električno polje, sta nitki oklepali kót $\alpha = 30^\circ$. Kolikšno jakost E je imelo takrat električno polje?



2. Simetričen dvovod oblikujeta vzporedna vodnika premera 10 mm in medosne oddaljenosti 26 mm. Med njiju je priključen vir napetosti 6 kV. Določite iznos največje absolutne vrednosti vektorja električne poljske jakosti.
3. Kondenzatorje kapacitivnosti 1 μF , 2 μF , 4 μF , 8 μF in 16 μF vežemo zaporedno. Med konca verige priključimo vir napetosti 31 V. Kolikšne so električne energije v poljih posameznih kondenzatorjev?
4. Med ravnima ploščama ($x=0$ in $x=d=1$ cm) je prevodna snov s specifično prevodnostjo $\gamma(x) = \gamma_0 e^{-x/d}$, $\gamma_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ S/m. Desna plošča ($x=d$) je ozemljena, leva pa je na potencialu 20 V. Določite koordinato ekvipotencialke s potencialom 10 V!

5. V vezje je vključeno breme spremenljive upornosti R . Izračunajte maksimalno moč, ki jo more vir posredovati temu bremenu.



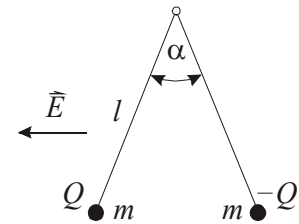
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 6. februar 2006, rešitve

1. Homogeno električno polje nasprotno naelektreni kroglici razmika, sami kot takšni pa se privlačita. Iz ravnovesja sil (vodoravne električne, navpične gravitacijske in sile v nitki) sledi, da morata biti prvi dve v razmerju, ki ga

določa enačba: $\tan(\alpha/2) = \frac{(QE - Q^2/4\pi\epsilon_0(2a)^2)}{mg}$; $a = l \sin(\alpha/2)$.

Iz nje izračunamo iskano električno poljsko jakost:

$$E = \frac{Q}{16\pi\epsilon_0 l^2 \sin^2(\alpha/2)} + \frac{mg \tan(\alpha/2)}{Q} = \underline{\underline{8,6 \text{ kV/m.}}}$$



2. Električno polje izven vodnikov dvovoda določata nadomestna prema naboja; ta sta iz geometrijskih osi izmaknjena za ekscentričnost $e = (d/2) - \sqrt{(d/2)^2 - r_0^2} = 13 - 12 = 1 \text{ mm}$. Absolutna vrednost električne poljske jakosti je največja v točkah ob vodnikih, ki sta oddaljeni za $d - 2r_0 = 16 \text{ mm}$.

Najprej moramo določiti naboja $\pm q$ na vodnikih; dobimo ju s pomočjo zapisa napetosti med valjema, morda kar med točkama, ob katerih je poljska jakost največja:

$$U = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d - r_0 - e}{r_0 - e} - \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{r_0 - e}{d - r_0 - e} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln \frac{d - r_0 - e}{r_0 - e} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \ln 5 \Rightarrow \frac{q}{\pi\epsilon_0} = U / \ln 5.$$

Iskana absolutna vrednost je v obeh točkah enaka:

$$|E_{\max.}| = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_0 - e} + \frac{1}{d - r_0 - e} \right) = \frac{U}{2 \ln 5} \left(\frac{1}{4 \text{ mm}} + \frac{1}{20 \text{ mm}} \right) \cong \underline{\underline{560 \text{ kV/m.}}}$$

3. Naboji na vseh kondenzatorjih so med seboj enaki; vsota napetosti verige je enaka napetosti vira:

$$\frac{Q}{1 \mu\text{F}} + \frac{Q}{2 \mu\text{F}} + \frac{Q}{4 \mu\text{F}} + \frac{Q}{8 \mu\text{F}} + \frac{Q}{16 \mu\text{F}} = 31 \text{ V} \text{ ali } Q = \frac{31 \cdot 16}{31} \mu\text{C} = 16 \mu\text{C}.$$

Energije v poljih posameznih kondenzatorjev določa enačba $W_i = \frac{Q^2}{2C_i}$:

$$W_1 = \underline{\underline{128 \mu\text{J}}}, \quad W_2 = \underline{\underline{64 \mu\text{J}}}, \quad W_4 = \underline{\underline{32 \mu\text{J}}}, \quad W_8 = \underline{\underline{16 \mu\text{J}}}, \quad \text{in } W_{16} = \underline{\underline{8 \mu\text{J}}}.$$

4. Tokovna gostota J je med ploščama konstantna; uporovno snov moremo namreč razumeti kot niz plasti debeline dx med 0 in d . Zaradi $\gamma(x)$ je $E(x) = J / \gamma(x) = J e^{x/d} / \gamma_0$. Iskana ekvipotencialka naj ima koordinato x_1 . Napetost med 0 in x_1 mora biti enaka napetosti med x_1 in d :

$$\int_0^{x_1} E(x) dx = \int_{x_1}^d E(x) dx \Rightarrow \int_0^{x_1} e^{x/d} dx = \int_{x_1}^d e^{x/d} dx \Rightarrow e^{x_1/d} - 1 = e - e^{x_1/d} \Rightarrow x_1 = d \ln \frac{1+e}{2} \cong \underline{\underline{6,2 \text{ mm}}}.$$

5. Za preostali del linearnega vezja med sponkama spremenljivega bremena določimo elementa Theveninovega nadomestnega vezja. Pri odstranjenem spremenljivem uporu je napetost med zadevnima sponkama enaka polovici napetosti vira, torej je $U_T = 20 \text{ V}$, nadomestna upornost med njima pri deaktiviranem viru pa je $R_T = 20 \Omega$. Maksimalna moč, ki jo more vezje posredovati spremenljivemu bremenu, se zgodi pri $R = 20 \Omega$, kar dá 5 W .