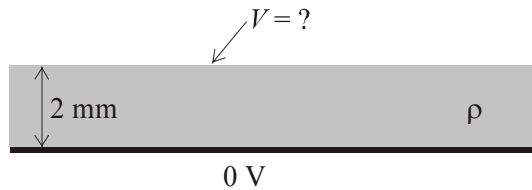


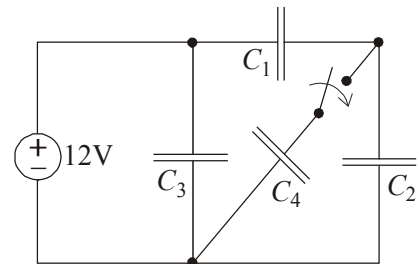
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 25. januar 2005

1. Na ozemljeno ploščo je 2 mm na debelo natresen naelektrjen prašek. Prostorninska gostota naboja v njem je $\rho = -2,4 \text{ mC/m}^3$. Izračunajte električni potencial tik nad praškom.

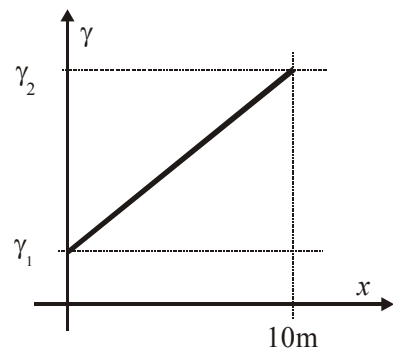


2. Prostozaračni dvovod dolžine 5 km oblikujeta ravna vzporedna vodnika premera 1 cm in medosne oddaljenosti 100 cm. Med vodnika dvovoda je priključen vir harmonične napetosti: $u(t) = U_m \sin(\omega t)$, amplitude $U_m = 20 \text{ kV}$ in krožne frekvence $\omega = 300 \text{ Hz}$. Določite časovno funkcijo polnilnega toka, ki elektri vodnika dvovoda.

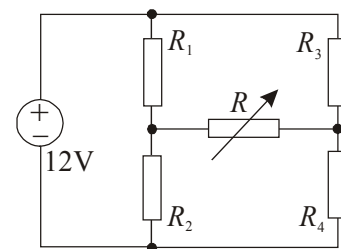
3. Za koliko se spremenita naboja na ploščah kondenzatorja kapacitivnosti C_2 , če v vezje vključimo kondenzator kapacitivnosti C_4 ?
 ($C_1 = 2 \mu\text{F}$, $C_2 = 6 \mu\text{F}$, $C_3 = 4 \mu\text{F}$, $C_4 = 2 \mu\text{F}$)



4. Uporovnemu materialu, ki ima obliko dolgega kvadra preseka $A = 2 \text{ cm}^2$, se specifična električna prevodnost spreminja vzdolž njegove dolžine $l = 10 \text{ m}$ linearno od vrednosti $\gamma_1 = 2 \text{ MS/m}$ do vrednosti $\gamma_2 = 8 \text{ MS/m}$. Izračunajte električno moč v materialu, ko je med koncema kvadra priključen vir napetosti $U = 1 \text{ V}$.

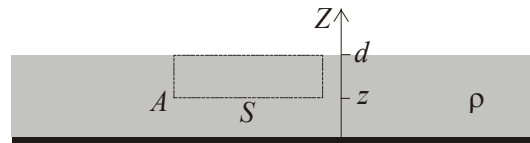


5. Izračunajte maksimalno električno moč, ki jo more vir posredovati bremenu nastavljive upornosti R .
 ($R_1 = 1 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 3 \text{ k}\Omega$, $R_4 = 4 \text{ k}\Omega$).



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 25. januar 2005, rešitve

1. Ker je plošča ozemljena, je (zaradi zrcaljenja) ploskovna gostota naboja na plošči enaka $-\rho d$; nad praškom je zato električna poljska jakost enaka nič. Izberemo si sklenjeno ploskev A v obliki kvadra z



osnovnico S in višino $(d - z)$ ter zapišemo Gaussov zakon:

$$\oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = -E_z S = \rho(d - z)S / \epsilon_0 \Rightarrow E_z = \rho(z - d) / \epsilon_0. \text{ Potencial tik nad »gladino« praška je:}$$

$$V(d) = \int_d^0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = \int_d^0 E_z dz = \frac{1}{\epsilon_0} \int_d^0 \rho(z - d) dz = \frac{\rho d^2}{2\epsilon_0} \cong \underline{\underline{-543 \text{ V}}}.$$

2. Ekscentričnost je zanemarljiva, saj je $d = 100 \text{ cm} \gg 2r = 1 \text{ cm}$. Kapacitivnost prostozračnega dvovoda je takrat določena z enačbo: $C \cong \pi \epsilon_0 l / \ln(d/r) \cong 26,2 \text{ nF}$. Polnilni tok kondenzatorja oziroma dvovoda določa enačba $i = C du / dt$, ki izhaja iz kontinuitetne enačbe:

$$i = C \frac{du}{dt} = CU_m \frac{d(\sin(\omega t))}{dt} = \omega CU_m \cos(\omega t) \cong \underline{\underline{157 \cdot \cos(300t/s^{-1}) \text{ mA}}}.$$

3. Pred vklopom stikala velja: $U = U_1 + U_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q_2 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow Q_2 = 18 \mu\text{C}$.

Po vklopu stikala je naboj Q_2 zaradi $C_2 = 3C_4$ enak $\frac{3}{4}(Q_2 + Q_4)$, zato velja:

$$U = U_1 + U_{24} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2 + Q_4}{C_2 + C_4} = (Q_2 + Q_4) \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_4} \right) = \frac{4}{3} Q_2 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_4} \right) \Rightarrow Q_2 = 14,4 \mu\text{C}.$$

Razlika je torej 3,6 μC .

4. Ker se specifična električna prevodnost uporovnega materiala spreminja vzdolž toka skozi kvader, izrazimo njegovo upornost z integralom diferencialnih upornosti $dR = dx / A\gamma$. Specifična prevodnost je linearna funkcija vzdolžne koordinate x : $\gamma = kx + n$, kjer sta $k = (\gamma_2 - \gamma_1) / l = 0,6 \text{ MS/m}^2$ in $n = \gamma_1 = 2 \text{ MS/m}$. Integracija diferencialnih upornosti dá:

$$R = \int_0^l \frac{dx}{A\gamma} = \frac{1}{A} \int_0^l \frac{dx}{kx + n} = \frac{1}{Ak} \ln \left(\frac{kl + n}{n} \right) = \frac{l \ln(\gamma_2 / \gamma_1)}{A(\gamma_2 - \gamma_1)} \cong 11,6 \text{ m}\Omega. \text{ Električna moč je: } P = \frac{U^2}{R} \cong \underline{\underline{86,6 \text{ W}}}.$$

5. Med sponkama odklopljenega nastavljivega upora izračunamo Theveninovo upornost in napetost:

$$R_{\text{Th}} = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4 = 2,38 \text{ k}\Omega \text{ in } U_{\text{Th}} = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 - \frac{U}{R_3 + R_4} R_4 = 1,14 \text{ V}. \text{ Na uporu nastavljive}$$

upornosti je moč maksimalna, ko je $R = R_{\text{Th}}$, in sicer: $P_{\text{max}} = \frac{U_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}} = \underline{\underline{137 \mu\text{W}}}$.