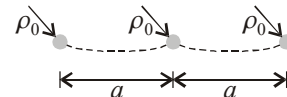
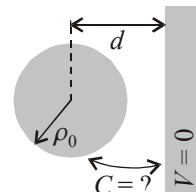


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 23. januar 2007

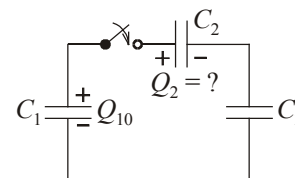
1. Tri vzporedne in tanke žice ($\rho_0 = 1 \text{ mm}$, $a = 15 \text{ cm}$) so električno povezane (imajo isti potencial) in naelektrene z nabojem $Q = 10 \text{ nC}$. Določite množino elektrine na srednji žici.



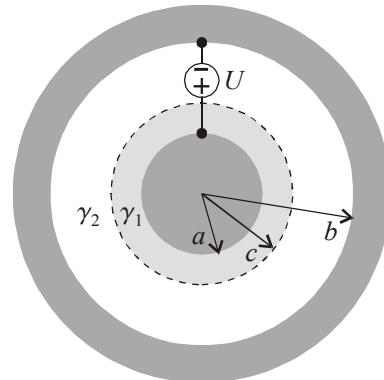
2. Vodnik dolžine $l = 10 \text{ m}$ in polmera $\rho_0 = 3 \text{ mm}$ leži ob kovinski steni, na oddaljenosti $d = 5 \text{ mm}$. Izračunajte kapacitivnost med vodnikom in steno.



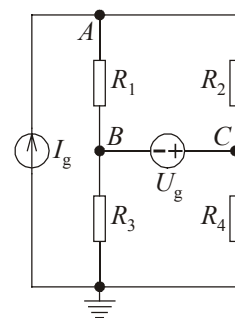
3. Pred vklopom stikala je kondenzator kapacitivnosti $C_1 = 3 \mu\text{F}$ naelektren, $Q_{10} = 120 \mu\text{C}$; kondenzatorja kapacitivnosti $C_2 = 3 \mu\text{F}$ in $C_3 = 1,5 \mu\text{F}$ sta takrat še prazna. Določite elektrino Q_2 po vklopu stikala.



4. Sferični kondenzator ima dvojno izolacijo in je priključen na vir napetosti $U = 1 \text{ kV}$; njegovo izolacijo določajo polmeri $a = 4 \text{ mm}$, $b = 10 \text{ mm}$ in $c = 6 \text{ mm}$ in specifični električni prevodnosti $\gamma_1 = 2 \cdot 10^{-10} \text{ S/m}$ in $\gamma_2 = 10^{-10} \text{ S/m}$. Kolikšna je joulska moč v vsej izolaciji kondenzatorja?



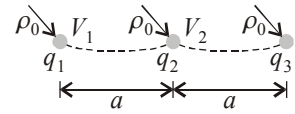
5. Določite potenciala spojišč A , B in C . Elemente vezja opredeljujejo vrednosti: $I_g = 2,5 \text{ A}$, $U_g = 5 \text{ V}$, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 1 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$ in $R_4 = 3 \Omega$.



$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$$

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 23. januar 2007, rešitve

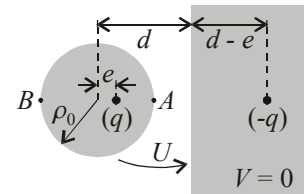
1. Zaradi simetrije sta elektrini na krajnjih žicah enaki, $Q_1 = Q_3$, zato je $Q_1 = (Q - Q_2)/2$. Razlika potencialov med levo in srednjo žico je zaradi električne povezanosti žic enaka nič:



$$V_1 - V_2 = \frac{1}{2\pi\epsilon_0 l} ((Q_1 \ln l/\rho_0 + Q_2 \ln l/a + Q_1 \ln l/(2a)) - (Q_1 \ln l/a + Q_2 \ln l/\rho_0 + Q_1 \ln l/a)) = 0 \Rightarrow$$

$$Q_1 \ln \frac{a}{2\rho_0} + Q_2 \ln \frac{\rho_0}{a} = \frac{Q - Q_2}{2} \ln \frac{a}{2\rho_0} + Q_2 \ln \frac{\rho_0}{a} = 0 \Rightarrow Q_2 = Q \frac{\ln a/(2\rho_0)}{\ln a/(2\rho_0) - 2 \ln \rho_0/a} \cong \underline{\underline{3,01 \text{ nC}}}$$

2. Če med vodnik in steno priključimo vir napetosti U , pridobita telesi naelektritvi $\pm ql$. Iskani kapacitivnosti C ustreza razmerje ql/U . Potencial splošne točke med vodnikom in steno določa med drugim tudi razmerje oddaljenosti le-te do pomožnih elektrin ($\pm q$). Ekscentrično lego e pomožne elektrine v vodniku izračunamo iz enakosti potencialov v poljubnih dveh točkah na njegovi površini, npr. v točkah A in B :



$$V(A) = V(B) \Rightarrow \frac{2d - e - \rho_0}{\rho_0 - e} = \frac{2d - e + \rho_0}{\rho_0 + e} \Rightarrow e = d - \sqrt{d^2 - \rho_0^2} = 1 \text{ mm}.$$

Ker ima stena potencial $V = 0$, je napetost U enaka potencialu vodnika, npr. v točki A :

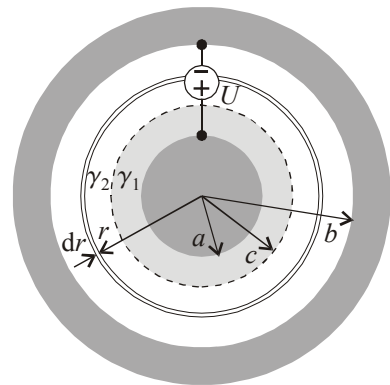
$$U = V(A) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d - e - \rho_0}{\rho_0 - e} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{6 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln 3 \Rightarrow C = \frac{ql}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln 3} \cong \underline{\underline{506 \text{ pF}}}$$

3. Nadomestna kapacitivnost vezja desnih dveh kondenzatorjev je $C_{23} = C_2 C_3 / (C_2 + C_3) = 1 \mu\text{F}$. Po vklopu stikala se elektrina Q_{10} razdeli med kondenzatorji tako, da je napetost na levem enaka vsoti napetosti na desnih dveh in da sta naelektritvi desnih dveh enaki: $Q_1/C_1 = Q_2/C_{23} = Q_3/C_{23}$ pri tem pa velja še zakon o ohranitvi naboja, $Q_{10} = Q_1 + Q_2$. Sledi: $Q_2 = \frac{Q_{10}}{1 + C_1/C_{23}} = \underline{\underline{30 \mu\text{C}}}$.

4. Jousko moč P v izolaciji določata napetost U kondenzatorja in izolacijska upornost R : $P = U^2 / R$. Upornost izrazimo z integralom diferencialnih upornosti $dR = dr / 4\pi\gamma r^2$ diferencialno tankih plasti:

$$R = \int_a^b \frac{dr}{\gamma 4\pi r^2} = \int_a^c \frac{dr}{\gamma_1 4\pi r^2} + \int_c^b \frac{dr}{\gamma_2 4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\gamma_1} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \frac{1}{4\pi\gamma_2} \left(\frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right).$$

Po vstavitvi podatkov dobimo: $R \cong 86,2 \text{ G}\Omega$ in $P \cong \underline{\underline{11,6 \mu\text{W}}}$.



5. Vezje analizirajmo npr. po metodi spojiščnih potencialov. Za spojišči A, B in C zapišimo enačbe I. Kirchhoffovega zakona

$$A: G_1(V_A - V_B) + G_2(V_A - V_C) = I_g,$$

$$B: G_1(V_B - V_A) + G_3 V_B + I_{BC} = 0,$$

$$C: G_2(V_C - V_A) + G_4 V_C - I_{BC} = 0,$$

Drugi dve združimo v eno in se izognemo neznaniki I_{BC} , toku skozi napetostni vir:

$$B \oplus C: -V_A(G_1 + G_2) + V_B(G_1 + G_3) + V_C(G_2 + G_4) = 0.$$

V prvi in zadnji upoštevajmo relacijo $V_C = V_B + U_g$ in dobimo:

$$(G_1 + G_2)V_A - (G_1 + G_2)V_B = I_g + G_2 U_g,$$

$$-V_A(G_1 + G_2) + V_B(G_1 + G_2 + G_3 + G_4) = -(G_2 + G_4)U_g.$$

Iz danih podatkov vezja sledi rešitev: $V_A = \underline{\underline{7 \text{ V}}}$, $V_B = \underline{\underline{1 \text{ V}}}$ in $V_C = \underline{\underline{6 \text{ V}}}$.

