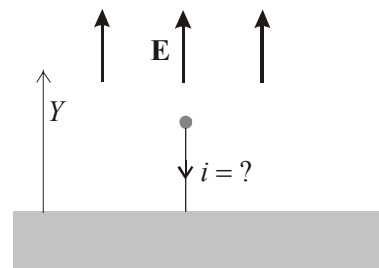


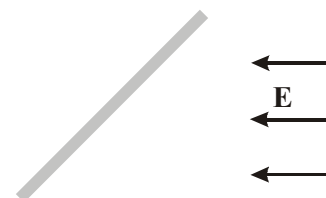
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit 7. junija 2004

1. Električna poljska jakost pod daljnovodom je nad tlemi podana z izrazom $E_y(t) = 1200 \cos(100\pi t / s)$ V/m. Na višini 1 m od tal je vzdolž trase razpeta ravna žica polmera 1 cm in dolžine 100 m, ki je ozemljena. Določite tok i skozi ozemljitveni vodnik.

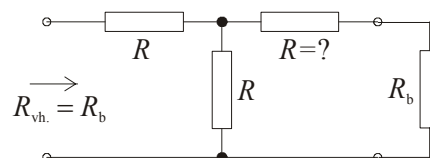


2. V koaksialnem kablu s polmeroma žil 1 cm in 3 cm je enovit izolant, ki ima prebojno trdnost 50 MV/m. Kolikšno najvišjo napetost smemo priključiti na kabel, če je zahtevan varnostni faktor 5?

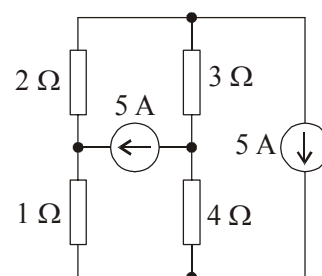
3. V homogeno električno polje jakosti 100 kV/m položimo dielektrični listič relativne dielektričnosti 5 pod kotom 45° glede na smer polja. Kolikšna je gostota električne energije v lističu?



4. Na izhod simetričnega četveropola T je prikjučeno breme z upornostjo $R_b = 100 \Omega$. Kolikšna mora biti upornost R uporov v četveropolu, da bo vhodna upornost v četveropol enaka R_b ?



5. Izračunajte moči v uporih danega vezja.



Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UND)

izpit 7. junija 2004

Rešitve

1. Tok i je enak $-dQ/dt$, če je Q elektrina na žici. To izrazimo z njeno vzdolžno gostoto q in dolžino žice l ($Q = ql$) ter jo določimo iz pogoja, da je potencial V žice enak nič, saj je ta ozemljena. Potencial žice izrazimo s superpozicijo prispevkov električne poljske jakosti daljnovoda, elektrine na žici in njej zrcalne elektrine na globini $h = 1$ m v zemlji:

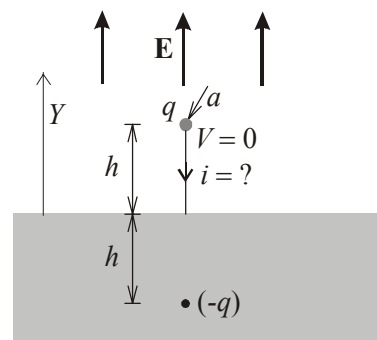
$$V = -E_y h + \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2h}{a} = 0, \text{ kjer smo z } a \text{ označili polmer žice.}$$

Iz te enačbe sledi: $q = \frac{2\pi\epsilon_0 h}{\ln(2h/a)} E_y$. Po množenju z dolžino l

dobimo elektrino Q na žici in po odvajanju še tok skozi ozemljitveni vodnik:

$$i = -\frac{d(QL)}{dt} = -\frac{2\pi\epsilon_0 h l}{\ln(2h/a)} \frac{dE_y}{dt} = \frac{2\pi \cdot (10^{-9}/36\pi) \cdot 1 \cdot 100}{\ln(2/0,01)} \cdot 100\pi \cdot 1200 \sin(100\pi t/s) \text{ A}$$

$$i \approx \boxed{395 \sin(100\pi t/s) \mu\text{A}}.$$



2. V koaksialnem kablu je električna poljska jakost največja ob žili. Iz varnostne zahteve, da je polje 5 krat manjše od prebojne trdnosti izolanta, določimo največjo dovoljeno vzdolžno

gostoto elektrine na žili: $E_{\max} = \frac{q_{\max}}{2\pi\epsilon_0 a} = E_{\text{preb.}}/5 \Rightarrow q_{\max} = 2\pi\epsilon_0 a E_{\text{preb.}}/5$, kjer smo z a

označili polmer žile. Če v izraz za napetost med žilo in plaščem vstavimo največjo dovoljeno gostoto elektrine, dobimo najvišjo napetost, ki jo smemo priključiti na kabel:

$U_{\max} = \frac{q_{\max}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{b}{a} = \frac{a E_{\text{preb.}}}{5} \ln \frac{b}{a}$, kjer smo z b označili polmer plašča. Po vstavitvi številskih

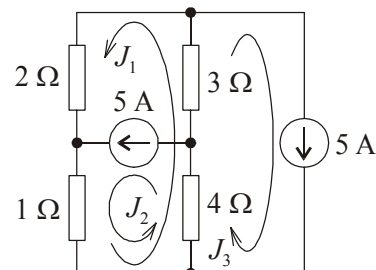
vrednosti sledi: $U_{\max} = \frac{0,01 \cdot 50 \cdot 10^6}{5} \ln \frac{3}{1} \approx \boxed{110 \text{ kV}}$.

3. Tangencialna in normalna komponenta (glede na mejo dielektrik-zrak) električne poljske jakosti v zraku sta: $E_{1t} = E_1 \sin 45^\circ = 100/\sqrt{2}$ kV/m in $E_{1n} = E_1 \cos 45^\circ = 100/\sqrt{2}$ kV/m. Z uporabo mejnih pogojev določimo ti komponenti še v dielektriku: $E_{2t} = E_{1t} = 100/\sqrt{2}$ kV/m in $\epsilon_r \epsilon_0 E_{2n} = \epsilon_0 E_{1n} \Rightarrow E_{2n} = E_{1n} / \epsilon_r = E_{1n} / 5 = 20/\sqrt{2}$ kV/m. S "pitagorsko" vsoto določimo jakost polja v dielektriku ter iz nje gostoto električne energije: $E_2 = \sqrt{E_{2t}^2 + E_{2n}^2}$,

$$w_2 = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 E_2^2 = \frac{5}{2} \epsilon_0 (E_{2t}^2 + E_{2n}^2) \approx \boxed{0,115 \text{ J/m}^3}.$$

4. Izrazimo vhodno upornost, za katero je zahtevano, da bo enaka upornosti R_b , upoštevajoč vezavo uporov v vezju: $R_{vh.} = R_b = R + (R \parallel (R + R_b)) = R + \frac{R(R + R_b)}{R + R + R_b}$. Iz enačbe izračunamo upornost R : $R_b(2R + R_b) = R(2R + R_b) + R(R + R_b) \Rightarrow R_b^2 = 3R^2 \Rightarrow R = R_b / \sqrt{3} \approx \boxed{57,7 \Omega}$.

5. Zaradi idealnih tokovnih virov se odločimo za metodo zančnih tokov. Zanke in njim pripadajoče zančne toke izberemo tako, kot je označeno na sliki. Zaradi idealnih virov v drugi in tretji zanki sta njuna zančna toka znana: $J_2 = 5 \text{ A}$ in $J_3 = 5 \text{ A}$. Prvi zančni tok določimo iz drugega Kirchhoffovega zakona za prvo zanko: $J_1 \cdot 2 \Omega + (J_1 + J_2) \cdot 1 \Omega + (J_1 + J_2 + J_3) \cdot 4 \Omega + (J_1 + J_3) \cdot 3 \Omega = 0 \Rightarrow 10J_1 + 5J_2 + 7J_3 = 0 \Rightarrow 10J_1 = -12 \cdot 5 \text{ A} \Rightarrow J_1 = -6 \text{ A}$. Moči v uporih izračunamo s



produktom kvadrata toka skozi upor in njegove upornosti: $P_{1\Omega} = (J_1 + J_2)^2 \cdot 1 \Omega = \boxed{1 \text{ W}}$,

$P_{2\Omega} = J_1^2 \cdot 2 \Omega = \boxed{72 \text{ W}}$, $P_{3\Omega} = (J_1 + J_3)^2 \cdot 3 \Omega = \boxed{3 \text{ W}}$ in

$P_{4\Omega} = (J_1 + J_2 + J_3)^2 \cdot 4 \Omega = \boxed{64 \text{ W}}$.