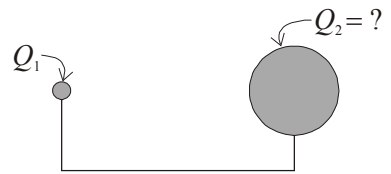
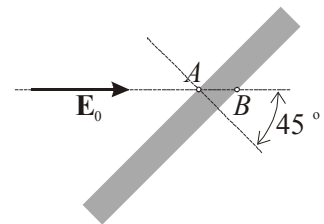


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 8. marec 2005

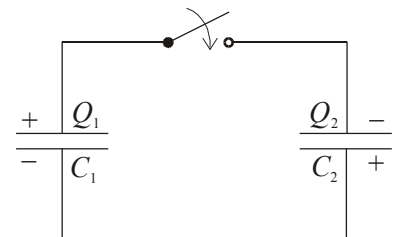
1. Dva dolga vzporedna vodnika polmerov 2 mm in 10 mm sta električno povezana; razdalja med njunima osema je 50 mm. Elektrina na površini tanjšega vodnika je $Q_1 = 240 \mu\text{C}$. Kolikšna je elektrina Q_2 na površini debelejšega vodnika, če pri izračunu privzamemo, da sta naboja enakomerno razporejena po površinah vodnikov?



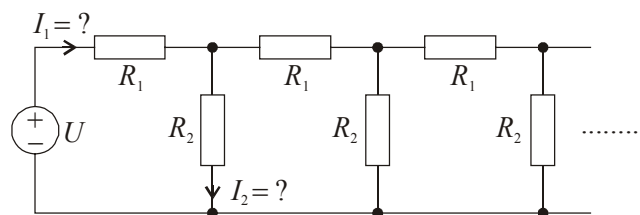
2. V zraku je homogeno električno polje jakosti $E_0 = 20 \text{ kV/m}$. V to polje damo dielektrični listič debeline 2 mm in relativne dielektričnosti 3 tako, da oklepa smer električnega polja E_0 z normalo lističa kót 45° . Izračunajte električno napetost med točkama A in B .



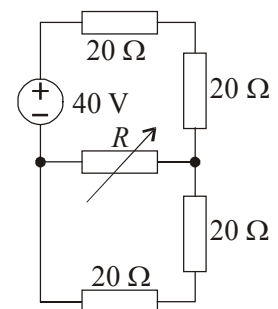
3. Kondenzatorja kapacitivnosti $C_1 = 10 \mu\text{F}$ in $C_2 = 30 \mu\text{F}$ sta naelektrena z nabojema $\pm Q_1 = \pm 20 \text{ mC}$ in $\pm Q_2 = \pm 30 \text{ mC}$. Izračunajte električno energijo v polju drugega kondenzatorja po sklenitvi stikala.



4. »Neskončna« veriga uporov upornosti $R_1 = 10 \Omega$ in $R_2 = 60 \Omega$ je priključena na vir napetosti $U = 90 \text{ V}$. Izračunajte električni tok I_1 skozi prvi in tok I_2 skozi drugi upor v verigi.



5. V vezje je vključeno breme spremenljive upornosti R . Izračunajte maksimalno moč, ki jo more vir posredovati temu bremenu.



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 8. marec 2005, rešitve

1. Potencial levega in desnega vodnika določata do konstante C natančno izraza

$$V_1 = \frac{Q_1/l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{2} + \frac{Q_2/l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{50} + C, \quad V_2 = \frac{Q_1/l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{50} + \frac{Q_2/l}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{10} + C.$$

Električno povezana vodnika imata enak potencial; ko izraza izenačimo, dobimo:

$$Q_1 \ln \frac{50}{2} = Q_2 \ln \frac{50}{10} \Rightarrow Q_2 = Q_1 \frac{\ln 25}{\ln 5} = 2Q_1 = \underline{\underline{480 \mu\text{C}}}.$$

2. Izračunamo tangencialno in normalno komponento polja E_1 v lističu, upoštevajoč mejna pogoja:

$$E_{1t} = E_{0t} = E_0 \sin 45^\circ = E_0 / \sqrt{2},$$

$$\epsilon_r \epsilon_0 E_{1n} = \epsilon_0 E_{0n} \Rightarrow E_{1n} = E_{0n} / \epsilon_r = (E_0 \cos 45^\circ) / 3 = E_0 / (3\sqrt{2}).$$

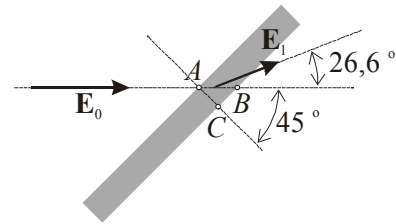
Od tu je $U_{AB} = U_{AC} + U_{CB} = E_{1n} \overline{AC} + E_{1t} \overline{CB} \cong \underline{\underline{37,7 \text{ V}}}$.

Izračunati moremo tudi kót α_1 , ki ga oklepa vektor E_1 z normalo, in njegovo absolutno vrednost:

$$\tan \alpha_1 = \epsilon_r \tan \alpha_0 = 3 \tan \alpha_0 = 3 \Rightarrow \alpha_1 \cong 71,6^\circ, \quad E_1 = \sqrt{E_{1t}^2 + E_{1n}^2} = \sqrt{5} E_0 / 3 \cong 14,9 \text{ kV/m}.$$

Vektor E_1 oklepa z zveznico točk A in B dolžine $2\sqrt{2}$ mm kót $\alpha_1 - 45 \cong 26,6^\circ$, zato je

$$U_{AB} = E_1 \overline{AB} \cos(\alpha_1 - 45^\circ) \cong \underline{\underline{37,7 \text{ V}}}.$$

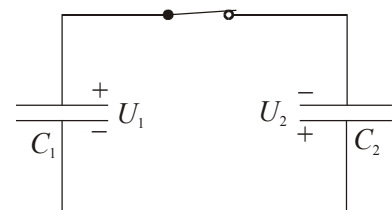


3. Novi napetosti na kondenzatorjih označimo z U_1 in U_2 . Zapišemo zanko enačbo in upoštevamo, da mora po zakonu o ohranitvi naboja ostati skupna množina naboja na zgornjih (oziroma spodnjih) ploščah obeh kondenzatorjev enaka:

$$U_1 + U_2 = 0 \quad \text{in} \quad C_1 U_1 - C_2 U_2 = Q_1 - Q_2.$$

Od tu sledi napetost drugega kondenzatorja in energija:

$$U_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{C_1 + C_2} = 250 \text{ V} \quad \text{in} \quad W_{e2} = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 \cong \underline{\underline{0,94 \text{ J}}}.$$

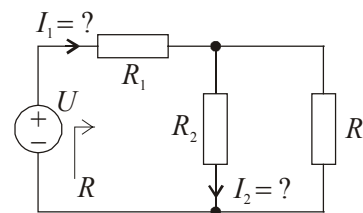


4. Naj je R nadomestna upornost neskončne verige. Če je tako, potem je upornost verige od prve celice dalje tudi enaka R , kar povzema tudi nadomestno vezje. Najprej izračunamo nadomestno upornost:

$$R = R_1 + \frac{R R_2}{R + R_2} \Rightarrow R^2 - R_1 R - R_1 R_2 = 0$$

$$R^2 - (10 \Omega) R - 600 \Omega^2 = (R - 30 \Omega)(R + 20 \Omega) = 0 \Rightarrow R = 30 \Omega.$$

Od tu sta toka: $I_1 = \frac{U}{R} = \underline{\underline{3 \text{ A}}}$ in $I_2 = \frac{U - R_1 I_1}{R_2} = \underline{\underline{1 \text{ A}}}$.



5. Med sponkama spremenljivega bremena moremo za preostali del linearnega vezja določiti vrednosti elementov Theveninovega nadomestnega vezja. Pri odstranjenem spremenljivem uporu je napetost med zadevnima sponkama enaka ravno polovici napetosti vira, torej $U_T = 20 \text{ V}$, nadomestna upornost med njima pri deaktiviranem viru pa je $R_T = 20 \Omega$. Maksimalna moč, ki jo more vezje posredovati spremenljivemu bremenu, se zgodi pri $R = 20 \Omega$, kar dá

$$P_{\text{max.}} = \frac{U_T^2}{4R_T} = \underline{\underline{5 \text{ W}}}.$$