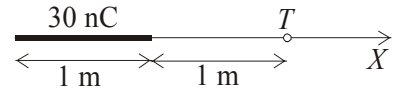


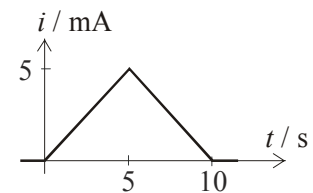
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 13. marec 2006

1. Ravna tanka žica dolžine $l = 1 \text{ m}$ je naelektrena z nabojem $Q = 30 \text{ nC}$. Privzemite enakomerno porazdelitev naboja in izračunajte potencial v točki T .

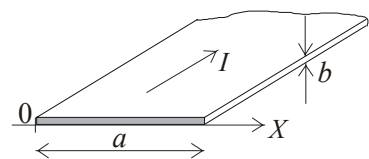


2. Daljnovodni vrvi polmera 1 cm in dolžine 10 km, ki sta obešeni ena nad drugo na višinah 5 m in 10 m nad zemljo, oblikujeta dvovod. Izračunajte kapacitivnost dvovoda.

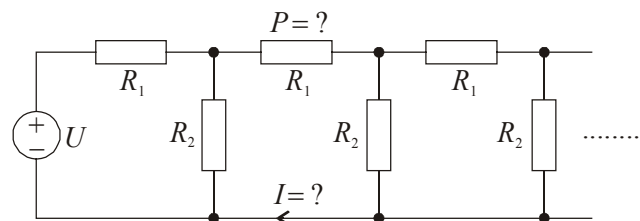
3. Polnilni tok kondenzatorja kapacitivnosti $C = 2 \text{ mF}$ podaja časovni diagram. Kondenzator je ob času 0 s prazen. Izračunajte njegovo napetost ob času 5 s in energijo v njem ob času 10 s.



4. Tračni vodnik vodi tok I . Določite porazdelitev njegove gostote $J(x)$, če je specifična električna prevodnost v traku nehomogena in podana z izrazom $\gamma(x) = A \sin(\pi x / a)$.



5. »Neskončna« veriga uporov upornosti $R_1 = 10 \Omega$ in $R_2 = 60 \Omega$ je priključena na vir napetosti $U = 90 \text{ V}$. Izračunajte iskan tok I in iskano moč P .



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 13. marec 2006; rešitve

1. Diferencial naboja dQ na oddaljenosti x od levega konca žice – ki je pri enakomerni porazdelitvi enak $(Q/l)dx$ –, določa v točki T diferencial potenciala, $dV(T)$, ves naboj (Q) pa potencial $V(T)$:

$$dV(T) = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0(2m-x)} \Rightarrow V(T) = \int dV(T) = \frac{Q/l}{4\pi\epsilon_0} \int_0^m \frac{dx}{(2m-x)} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 l} \ln 2 \cong \underline{\underline{187 \text{ V}}}.$$

2. Dvodvod naj je naelektrjen z nabojema $\pm Q$; da ima zgornja vrh naboj Q , spodnja pa $-Q$. Upoštevati moramo še oba zrcalna naboja, medosne razdalje in radij vrvi. Potenciala zgornje in spodnje vrvi sta:

$$V_z = \frac{Q/10 \text{ km}}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{20 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}}{0,01 \text{ m} \cdot 15 \text{ m}} = 18Q \cdot 10^5 \text{ F}^{-1} \cdot \ln \frac{2000}{3},$$

$$V_s = \frac{Q/10 \text{ km}}{2\pi\epsilon_0} \cdot \ln \frac{0,01 \text{ m} \cdot 15 \text{ m}}{10 \text{ m} \cdot 5 \text{ m}} = 18Q \cdot 10^5 \text{ F}^{-1} \cdot \ln \frac{3}{1000}.$$

Iz razlike potencialov sledita napetost in kapacitivnost:

$$U = V_z - V_s = 18Q \cdot 10^5 \text{ F}^{-1} \cdot \ln \frac{2 \cdot 10^6}{9} \Rightarrow C = \frac{Q}{U} = \frac{10^{-5}}{18 \cdot \ln(2 \cdot 10^6 / 9)} \text{ F} \cong \underline{\underline{45,1 \text{ nF}}}.$$

3. Kondenzatorjevo napetost določa integral toka do tistega časa:

$$Q(5 \text{ s}) = \int_0^{5 \text{ s}} i dt = \int_0^{5 \text{ s}} \left(\frac{5 \text{ mA}}{5 \text{ s}} t \right) dt = (1 \text{ mA/s}) \int_0^{5 \text{ s}} t dt = 12,5 \text{ mC} \Rightarrow u(5 \text{ s}) = \frac{Q(5 \text{ s})}{C} = \underline{\underline{6,25 \text{ V}}}.$$

Energijo določa integral toka do konca trikotnega impulza:

$$Q(10 \text{ s}) = \int_0^{10 \text{ s}} i dt = 2 \int_0^{5 \text{ s}} \left(\frac{5 \text{ mA}}{5 \text{ s}} t \right) dt = (2 \text{ mA/s}) \int_0^{5 \text{ s}} t dt = 25 \text{ mC} \Rightarrow W_e(10 \text{ s}) = \frac{(Q(10 \text{ s}))^2}{2C} \cong \underline{\underline{0,156 \text{ J}}}.$$

4. Vodnik moremo razumeti kot niz vzporednih niti diferencialnega prereza, v katerih je vzdolžna komponenta E vektorja poljske jakosti enaka. Vzdolžna komponenta gostote toka v traku je $J(x) = \chi(x)E$, tok I pa je enak njenemu integralu po prerezu traku:

$$I = b \int_0^a J(x) dx = bE \int_0^a A \sin(\pi x/a) dx = 2AabE/\pi.$$

Od tu sledita jakost E in gostota J :

$$E = \frac{\pi I}{2Aab} \Rightarrow J(x) = \frac{\pi I}{2ab} \sin(\pi x/a).$$

5. Če je R nadomestna upornost neskončne verige, potem je tolikšna tudi nadomestna upornost neskončne verige od prve celice dalje; to vodi v narisano modelno vezje. Najprej izračunamo upornost R :

$$R = R_1 + \frac{RR_2}{R+R_2} \Rightarrow R^2 - R_1R - R_1R_2 = 0$$

$$R^2 - (10 \Omega)R - 600 \Omega^2 = (R - 30 \Omega)(R + 20 \Omega) = 0 \Rightarrow R = 30 \Omega.$$

$$\text{Od tu sledi: } I_1 = \frac{U}{R} = 3 \text{ A}, I = \frac{U - R_1 I_1}{R} = \underline{\underline{2 \text{ A}}}.$$

Ker pa je I tudi tok skozi upor, za katerega iščemo moč P , je

$$P = R_1 I^2 = \underline{\underline{40 \text{ W}}}.$$

