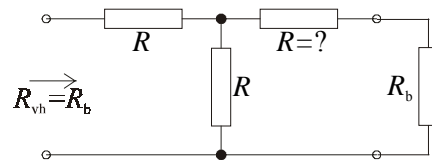


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 13. septembra 2000

1. V oglišča pravilnega šestkotnika s stranico $a = 10 \text{ cm}$ so razmeščene majhne kroglice z enakimi naboji $Q = 2 \mu\text{C}$. S kolikšnim nabojem naelektreno kroglico moramo postaviti v težišče šestkotnika, da bodo Coulombeve sile na vse naboje enake nič?
2. Dve daljnovodni vrvi premera 3 cm in dolžine 10 km sta obešeni ena nad drugo na višinah 5 oziroma 10 m nad zemljo in galvanško povezani ter priključeni na napetost 100 kV do zemlje. Koliko električnega naboja je na zgornji in koliko na spodnji vrvi?
3. V homogeno električno polje jakosti 1 MV/m položimo dielektrični listič relativne dielektričnosti 5 pod kotom 45° glede na smer polja. Kolikšna je gostota električne energije v lističu?
4. Aktivnemu dvopolnemu vezju smo izmerili napetost odprtih sponk $U_o = 12,5 \text{ V}$. Ko smo ga obremenili z upornikom upornosti $R_b = 30 \Omega$, smo izmerili bremenski tok $I_b = 350 \text{ mA}$. Določite največjo moč, ki jo more to aktivno dvopolno vezje posredovati ustreznemu bremenu!
5. Na izhod simetričnega T-četveropola priključimo breme z upornostjo $R_b = 100 \Omega$. Kolikšna mora biti upornost R uporov v četveropolu, da bo vhodna upornost v četveropol enaka R_b ?



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 13. septembra 2000
REŠITVE

1. V težišče postavimo kroglico z iskanim nabojem Q_0 . Coulombova sila nanj je nič, saj je električno polje šestih nabojev, ležečih v ogliščih pravilnega šestkotnika, v težišču enako nič. Da bodo tudi sile na ogliščne naboje enake nič, je zaradi simetrije dovolj, če zahtevamo ničnost sile na enega od šestih nabojev. To z drugimi besedami pomeni, da mora rezultančna poljska jakost petih ogliščnih in težiščnega naboja biti na mestu šestega ogliščnega naboja enaka nič; pišemo:

$$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0(2a)^2} + 2\frac{Q}{4\pi\epsilon_0(\sqrt{3}a)^2} \frac{\sqrt{3}}{2} + 2\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a^2} \frac{1}{2} + \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 a^2} = 0 \Rightarrow \left(\frac{1}{4} + \frac{\sqrt{3}}{3} + 1\right)Q + Q_0 = 0 \Rightarrow$$
$$Q_0 = -\left(1,25 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right)Q = -3,65 \mu\text{C}.$$

2. Naboj na zgornji vrvi bodi Q_1 , na spodnji pa Q_2 . Pri zapisu potencialov vrvi upoštevamo še prispevek zrcalnih nabojev; pišemo:

$$\frac{Q_1/10^4 \text{ m}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{10+10}{0,015} + \frac{Q_2/10^4 \text{ m}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{10+5}{10-5} = V_1 = 10^5 \text{ V in}$$

$$\frac{Q_1/10^4 \text{ m}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{10+5}{10-5} + \frac{Q_2/10^4 \text{ m}}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{5+5}{0,015} = V_2 = 10^5 \text{ V. Če za dielektričnost vzamemo}$$

približek, je konstanta $2\pi\epsilon_0 = (10^{-9}/18) \text{ A} \cdot \text{s} \cdot \text{V}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$. Po vstavitvi in delnem izračunu dobimo sistem dveh enačb: $129,52 \cdot Q_1 + 19,77 \cdot Q_2 = 1 \text{ C}$, $19,77 \cdot Q_1 + 117,04 \cdot Q_2 = 1 \text{ C}$. Rešitev je $Q_1 = 6,59 \text{ mC}$ in $Q_2 = 7,43 \text{ mC}$.

3. Zunanje polje razstavimo na normalno in tangencialno komponento; zaradi 45° -skega kota sta: $E_{0n} = E_{0t} = 500\sqrt{2} \text{ kV/m}$. Upoštevamo mejna pogoja in dobimo komponenti polja v lističu: $E_{1n} = 100\sqrt{2} \text{ kV/m}$, $E_{1t} = 500\sqrt{2} \text{ kV/m}$. Gostota energije v lističu je $w_{el} = 5\epsilon_0(E_{1n}^2 + E_{1t}^2)/2 = (5 \cdot 8,85 \cdot 10^{-12} \cdot 52 \cdot 10^{10}/2) \text{ Jm}^{-3} = 11,5 \text{ Jm}^{-3}$.

4. Pri bremenskem toku $I_b = 350 \text{ mA}$ je na bremenu napetost $U_b = 30 \Omega \cdot 0,35 \text{ A} = 10,5 \text{ V}$. Če bi aktivnemu dvopolnemu vezju priredili Theveninovo nadomestno vezje, bi bila pripadajoča notranja upornost $R_{\text{not.}} = R_{\text{Th.}} = (12,5 - 10,5) \text{ V}/(350 \text{ mA}) = 5,714 \Omega$. Od tu je

$$P_{\text{max.}} = U_o^2 / 4R_{\text{not.}} = 6,836 \text{ W}.$$

5. Za vhodno upornost pišemo:

$$R_{\text{vh.}} = \frac{(R + R_b)R}{(R + R_b) + R} + R = R_b \Rightarrow R^2 + R_b R + 2R^2 + R_b R = 2R_b R + R_b^2 \Rightarrow$$

$$R = R_b / \sqrt{3} = 57,74 \Omega.$$