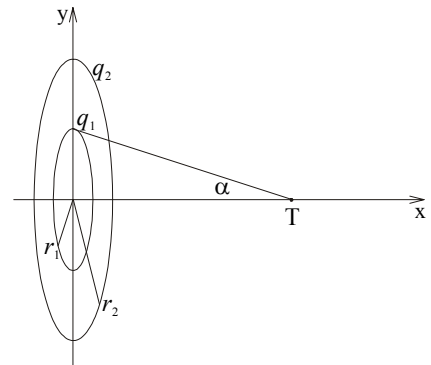


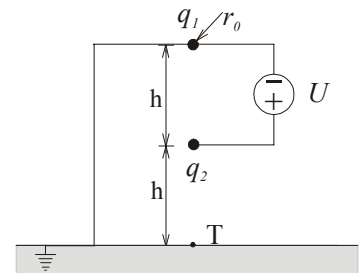
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

izpit, 11.09.2003

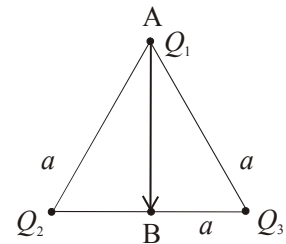
1. Krožni zanki na sliki sta naelektreni: notranja z elektrino $q_1=100 \text{ nAs/m}$, zunanja z elektrino q_2 . Kolikšna mora biti elektrina q_2 (množina in predznak), da bo vrednost električne poljske jakosti v točki T enaka nič, če je $\text{tg } \alpha=1/2$, $r_1=2 \text{ cm}$ in $r_2=4 \text{ cm}$?



2. Dve daljnovodni vrvi, od katerih je zgornja ozemljena, ležita vzporedno s prevodno ozemljeno podlago. Določite napetost med vrvmi, če je v točki T (pod vodnikoma tik nad podlago) normalna komponenta električne poljske jakosti enaka 500 V/m !

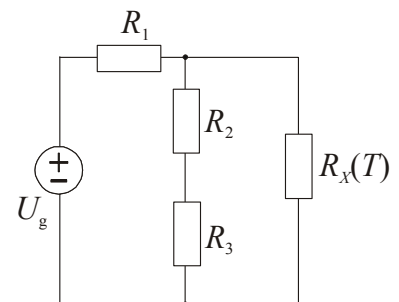


3. Koliko dela je potrebno vložiti oziroma se ga pridobi iz polja za premik točkaste elektrine Q_1 iz točke A v točko B? ($Q_2=Q_3=2 \text{ } \mu\text{C}$, $Q_1=-2Q_2=-4 \text{ } \mu\text{C}$, $a=1 \text{ cm}$)



4. Kondenzatorje s kapacitivnostmi 1, 2, 4, 8 in 16 nF vežemo zaporedno in priključimo na enosmerno napetost 310 V. Koliko odstotkov celotne akumulirane električne energije je v polju kondenzatorja s kapacitivnostjo 2 nF?

5. Pri kateri temperaturi se na temperaturno odvisnem upor R_x pojavi največja moč, če je njegova upornost pri sobni temperaturi $T_0 = 20^\circ\text{C}$ enaka $R_0 = 2,5 \text{ k}\Omega$, njegov temperaturni koeficient pa je $\alpha = 0,02/\text{K}$? ($R_1 = 4 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 2 \text{ k}\Omega$, $R_3 = 2 \text{ k}\Omega$)



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

izpit, 11.09.2003

Rešitve

1. Razdaljo med središčem zank ter točko T označimo z d in zapišemo izraz za polje, ki ga v točki T povzroča elektrina na manjši zanki: $\vec{E}_1 = \vec{1}_x \frac{q_1 r_1 d}{2\varepsilon_0 (r_1^2 + d^2)^{3/2}}$ ter analogno za večjo. Če naj bo vsota vektorjev električne poljske jakosti v točki T enaka nič, mora imeti vektor \vec{E}_2 (v točki T) smer $-\vec{1}_x$, torej je elektrina q_2 negativno predznačena: $\vec{E}_2 = -\vec{1}_x \frac{q_2 r_2 d}{2\varepsilon_0 (r_2^2 + d^2)^{3/2}}$. Velikosti vektorjev \vec{E}_1 in \vec{E}_2 izenačimo in iz enačbe izrazimo q_2 :

$$\frac{q_1 r_1 d}{2\varepsilon_0 (r_1^2 + d^2)^{3/2}} = -\frac{q_2 r_2 d}{2\varepsilon_0 (r_2^2 + d^2)^{3/2}} \Rightarrow q_2 = -0,5 q_1 \left(\frac{8}{5}\right)^{3/2} \cong -101,2 \text{ nAs/m}$$

2. Prevodno ozemljeno podlago nadomestimo z zrcalnima vodnikoma elektrin $-q_1$ in $-q_2$. Električna poljska jakost v točki T (kot tudi v praktično vseh ostalih točkah) je tako odvisna od velikosti štirih linijskih elektrin $q_1(0,2h)$, $q_2(0,h)$, $-q_2(0,-h)$, $-q_1(0,-2h)$. Električna poljska jakost (v navpični smeri) povezuje q_1 in q_2 kot:

$$E(T) = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 \cdot 2h} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0 \cdot h} + \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0 \cdot h} + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 \cdot 2h} = \frac{q_1 + 2q_2}{2\pi\varepsilon_0 h}$$

Drugo zvezo med q_1 in q_2 dobimo iz potenciala zgornjega vodnika, ki je enak $V_1=0$. Sledi:

$$V_1 = 0 = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{h} + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r_0} + \frac{-q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{3h} + \frac{-q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{4h} \Rightarrow q_2 = -q_1 \frac{\ln 4h/r_0}{\ln 3}$$

Iz obeh sledi:

$$q_1 = \frac{\pi\varepsilon_0 h E(T)}{\ln(4h/r_0) / \ln 3 - 1/2}, \quad q_2 = -q_1 \frac{\ln(4h/r_0)}{\ln 3}$$

in tako lahko izračunamo ustrezno napetost med vodnikoma:

$$V_2 = U = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{r_0} + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{h} + \frac{-q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{2h} + \frac{-q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{1}{3h}$$

$$U = \frac{q_2}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h}{r_0} + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0} \ln 3$$

3. Določimo (potencialno) energijo sistema elektrin pred premikom in po premiku ter izračunamo razliko (V_1 je potencial na mestu elektrine Q_1 , določata pa ga preostali elektrini Q_2 in Q_3 – in analogno za V_2 in V_3):

$$W_1 = \frac{1}{2}(Q_1 V_1 + Q_2 V_2 + Q_3 V_3)$$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_2}{a} + \frac{Q_3}{a} \right), \quad V_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{a} + \frac{Q_3}{a} \right), \quad V_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{Q_1}{a} + \frac{Q_2}{a} \right)$$

$$W_1 = \frac{1}{2} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} (Q_1(Q_2 + Q_3) + Q_2(Q_1 + Q_3) + Q_3(Q_1 + Q_2)) = \frac{-6Q_2^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

$$W_2 = -\frac{14Q_2^2}{8\pi\epsilon_0 a}$$

$$\Delta W = W_2 - W_1 = -\frac{Q_2^2}{\pi\epsilon_0 a} \cong -14,38 \text{ J}$$

Negativen rezultat pomeni, da pridobi elektrina Q_1 energijo (za premik) iz polja.

4. Celotna akumulirana energija znaša $W_{CEL} = \frac{1}{2} \frac{Q_{CEL}^2}{C_{NAD}}$, kjer je celotna elektrina oz. elektrina na

nadomestni kapacitivnosti enaka elektrinam na posameznih kondenzatorjih $Q_{CEL} = Q_i$, nadomestno kapacitivnost pa izračunamo:

$$\frac{1}{C_{nad}} = \frac{1}{1 \text{ nF}} + \frac{1}{2 \text{ nF}} + \frac{1}{4 \text{ nF}} + \frac{1}{8 \text{ nF}} + \frac{1}{16 \text{ nF}} = \frac{31}{16 \text{ nF}} \Rightarrow W_{CEL} = \frac{1}{2} \frac{Q_{CEL}^2}{\frac{16}{31} \text{ nF}}$$

Energija, akumulirana na kondenzatorju s kapacitivnostjo 2 nF, znaša:

$$W_2 = \frac{1}{2} \frac{Q_2^2}{C_2} = \frac{1}{2} \frac{Q_{CEL}^2}{2 \text{ nF}}$$

Odstotek energije na kondenzatorju kapacitivnosti 2 nF je tako enak:

$$\left(\frac{1}{2 \text{ nF}} : \frac{31}{16 \text{ nF}} \right) \cdot 100\% \cong 25,8\%$$

5. $R_{TH} = R_1 \parallel (R_2 + R_3) = 2 \text{ k}\Omega$

$$k\Omega = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)] = 2,5 \text{ k}\Omega [1 + 0,02(T - 20^\circ \text{C})] \Rightarrow T = 10^\circ \text{C}$$