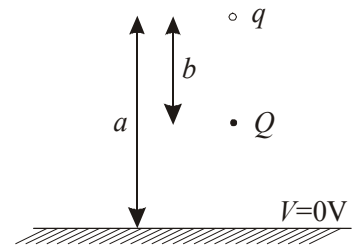
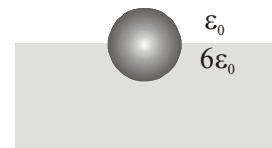


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 8. september 2005

1. Na višini $a = 100 \text{ cm}$ nad ozemljeno prevodno ploščo leži tanek raven vodnik z nabojem $q = 3 \cdot 10^{-8} \text{ C/m}$. Na oddaljenosti $b = 50 \text{ cm}$ pod njim se nahaja kroglica z nabojem $Q \neq 0$. Kolikšen je naboj kroglice, če je električna sila, ki deluje nanjo, enaka nič?

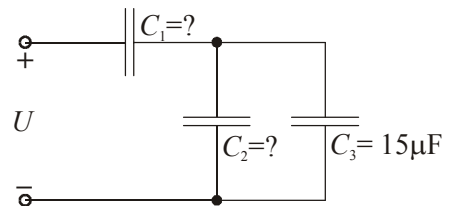


2. V veliki kadi je olje, ki ima relativno dielektričnost 6. Na gladino olja položimo naelektreno prevodno votlo kroglo zunanjšega premera 2 cm; ta se zaradi lastne teže potopi v olje do polovice. Kolikšna je absolutna vrednost poljske jakosti ob krogli, ko je ta naelektrena z nabojem 21 nC?

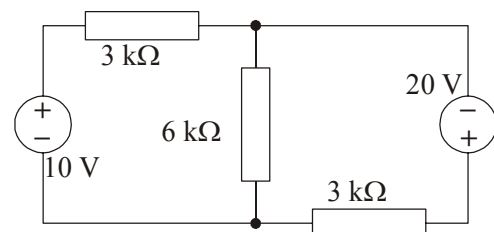


3. V zraku nad izolantom relativne dielektričnosti 5 je homogeno električno polje jakosti 3,5 kV/m. Silnice polja oklepajo z normalo izolantove površine kot 25° . Izračunajte gostoto električne energije v izolantu.

4. Kondenzatorsko vezje je priključeno na napetost U . Določite vrednosti kapacitivnosti C_1 in C_2 , da bodo energije v kondenzatorjih v razmerju: $W_{e1} : W_{e2} : W_{e3} = 1 : 2 : 3$.



5. Določite moči, s katerima obratujeta napetostna vira.



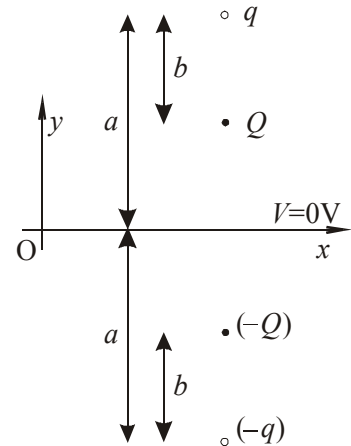
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 8. september 2005, rešitve

1. Glede na to, da sta kroglica in vodnik nad prevodno ploščo, moramo upoštevati tudi zrcalna naboja ($-Q$ in $-q$); ta dva modelirata naboj na ozemljeni plošči. Če naj za električno silo, delujočo na kroglico, velja:

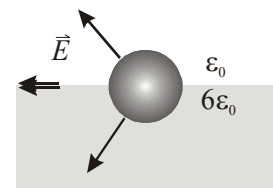
$$\vec{F} = Q\vec{E} = Q\left(-\vec{e}_y \frac{q}{2\pi\epsilon_0 b} - \vec{e}_y \frac{q}{2\pi\epsilon_0(2a-b)} - \vec{e}_y \frac{Q}{4\pi\epsilon_0(2a-2b)^2}\right) = \vec{0},$$

mora biti

$$Q = 8q\left(-\frac{1}{b} - \frac{1}{(2a-b)}\right)(a-b)^2 = \boxed{-160\text{ nC}}.$$



2. Ker se meja dielektrikov razprostira vstran od centra kroglice, ima vektor poljske jakosti \vec{E} v njiju radialno smer. Da bo tangencialna komponenta poljske jakosti na meji dielektrikov zvezna, morata biti radialni odvisnosti poljskih jakosti v njiju enaki. Iščemo torej vrednost radialne oziroma normalne komponente poljske jakosti E_n ob krogli polmera $a = 1$ cm. Uporabimo mejni pogoj, ki velja za normalno komponento poljske jakosti ob površini prevodnika ($\sigma = \epsilon E_n$), in izrazimo naboj Q na krogli: $Q = 2\pi a^2(\epsilon_0 E_n) + 2\pi a^2(6\epsilon_0 E_n) = 14\pi \epsilon_0 E_n a^2$. Od tu je:



$$E_n = \frac{Q}{14\pi\epsilon_0 a^2} = \boxed{540\text{ kV/m}}.$$

3. Električno poljsko jakost v zraku razstavimo na tangencialno in normalno komponento:

$$E_1 = 3,5 \cdot 10^3\text{ V/m}, \varphi_1 = 25^\circ, \epsilon_{r1} = 1, \epsilon_{r2} = 5 \Rightarrow E_{1t} = E_1 \sin \varphi_1 = 1,48\text{ kV/m}, E_{1n} = E_1 \cos \varphi_1 = 3,17\text{ kV/m}.$$

Uveljavljamo mejna pogoja,

$$E_{2t} = E_{1t} = 1,48\text{ kV/m}, D_{2n} = D_{1n} \Rightarrow E_{2n} = \epsilon_{r1} E_{1n} / \epsilon_{r2} = 0,63\text{ kV/m},$$

in dobimo:

$$E_2 = \sqrt{E_{2t}^2 + E_{2n}^2} = 1,61\text{ kV/m}, w_{e2} = \epsilon_0 \epsilon_{r2} E_2^2 / 2 = \boxed{5,74 \cdot 10^{-5}\text{ J/m}^3}.$$

4. Če naj je pri $U_2 = U_3$ razmerje $W_{e2} : W_{e3} = 2 : 3$, potem mora biti $C_2 / C_3 = 2 / 3$; $C_2 = 10\ \mu\text{F}$, kar pomeni, da je $C_{23} = 25\ \mu\text{F}$. Ker ima prvi kondenzator naboj tolikšen, kot ga imata druga dva skupaj, bo energija v prvem ena petina energije v ostalih dveh, ko bo $C_1 = (2 + 3)C_{23} = \boxed{125\ \mu\text{F}}$.

5. Vežje rešimo z metodo spojiščnih potencialov:

$$\frac{V}{3\text{ k}\Omega} - \frac{10\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} + \frac{V}{6\text{ k}\Omega} + \frac{V}{3\text{ k}\Omega} + \frac{20\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} = 0 \Rightarrow V = -4\text{ V}.$$

Nato določimo toka skozi generatorja:

$$I_1 = \frac{10\text{ V} - V}{3\text{ k}\Omega} = \frac{10\text{ V} + 4\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} = \frac{14}{3}\text{ mA},$$

$$I_2 = \frac{V + 20\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} = \frac{-4\text{ V} + 20\text{ V}}{3\text{ k}\Omega} = \frac{16}{3}\text{ mA}.$$

Moči virov sta:

$$P_1 = 10\text{ V} \cdot \frac{14}{3}\text{ mA} = \boxed{\frac{140}{3}\text{ mW}}, P_2 = 20\text{ V} \cdot \frac{16}{3}\text{ mA} = \boxed{\frac{320}{3}\text{ mW}}.$$

