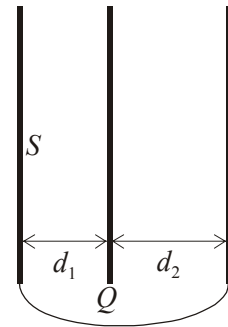
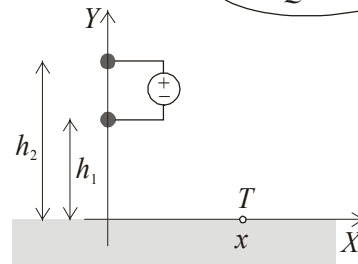


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
izpit, 11. september 2006

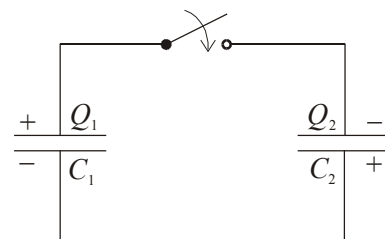
1. Dve enaki nenaektreni prevodni plošči s stransko površino S sta električno povezani z žico. Med njiju vstavimo tretjo, njima enako ploščo, ki je pa naektrena in ima naboj Q . Izrazite absolutno vrednost električne poljske jakosti v prostoru med srednjo in desno ploščo.



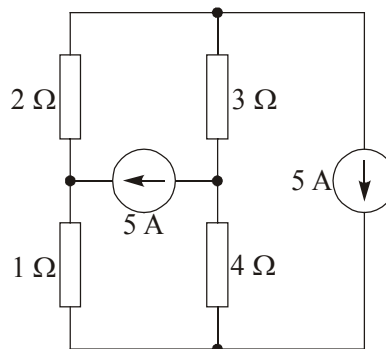
2. Nadzemni dvovod je priključen na napetostni vir. Določite koordinato x točke T , v kateri je ploskovna gostota σ enaka nič.



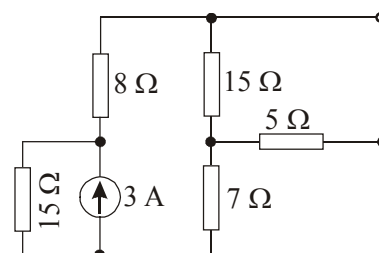
3. Kondenzatorja kapacitivnosti $C_1 = 10 \mu\text{F}$ in $C_2 = 30 \mu\text{F}$ sta naektrena z nabojema $\pm Q_1 = \pm 20 \text{ mC}$ in $\pm Q_2 = \pm 30 \text{ mC}$. Izračunajte električno energijo v polju drugega kondenzatorja po sklenitvi stikala.



4. Izračunajte moči na uporih enosmernega vezja!



5. Dvopolnemu vezju določite ekvivalentno Nortonovo nadomestno vezje.



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
rešitve, 11. september 2006

1. Električno povezani krajni plošči tvorita nevtralno telo $Q_L + Q_D = 0$. Ker sta potenciala stranskih plošč enaka, sta enaki tudi napetosti med srednjo in stranskima ploščama $U = -E_{x1}d_1 = E_{x2}d_2$, če je os x pravokotna na plošče in usmerjena od leve proti desni. Komponenti poljskih jakosti izrazimo z vsotama polj naelektrjenih plošč:

$$E_{x1} = -\frac{Q/S}{2\epsilon_0} - \frac{Q_D/S}{2\epsilon_0} + \frac{Q_L/S}{2\epsilon_0} = -\frac{Q + Q_D - Q_L}{2\epsilon_0 S} = -\frac{Q - 2Q_L}{2\epsilon_0 S},$$

$$E_{x2} = \frac{Q/S}{2\epsilon_0} + \frac{Q_L/S}{2\epsilon_0} - \frac{Q_D/S}{2\epsilon_0} = \frac{Q + Q_L - Q_D}{2\epsilon_0 S} = \frac{Q + 2Q_L}{2\epsilon_0 S}.$$

Ko ju vstavimo v prejšnjo enačbo, dobimo Q_L ,

$$\frac{Q - 2Q_L}{2\epsilon_0 S} d_1 = \frac{Q + 2Q_L}{2\epsilon_0 S} d_2 \Rightarrow (Q - 2Q_L)d_1 = (Q + 2Q_L)d_2 \Rightarrow Q_L = \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \frac{Q}{2},$$

in tudi absolutno vrednost poljske jakosti med srednjo in desno ploščo:

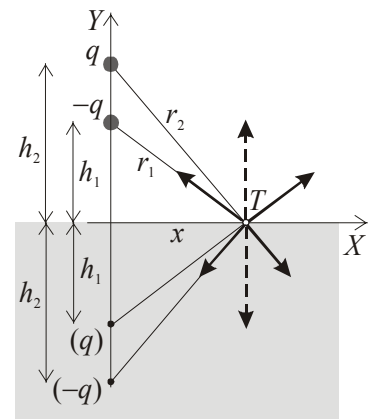
$$|\mathbf{E}_2| = |E_{x2}| = \frac{|Q + 2Q_L|}{2\epsilon_0 S} = \frac{1}{2\epsilon_0 S} \left| Q + Q \frac{d_1 - d_2}{d_1 + d_2} \right| = \frac{1}{\epsilon_0 S} \frac{d_1}{d_1 + d_2} |Q|.$$

2. Glede na priključitev vira imata vodnika nasprotna naboja q in $-q$. Upoštevati moramo še par zrcalnih nabojev ($\pm q$). Črtkana vektorja ustrežata poljskim jakostim zunanega in notranjega para nabojev. Seštevek vertikalnih projekcij dá

$$E_n(T) = E_y(T) = -2 \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r_2} \cdot \frac{h_2}{r_2} + 2 \frac{q}{2\pi\epsilon_0 r_1} \cdot \frac{h_1}{r_1} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \left(\frac{h_1}{x^2 + h_1^2} - \frac{h_2}{x^2 + h_2^2} \right).$$

Gostota naboja na zemlji bo v točki T enaka nič, če bo tam enaka nič tudi poljska jakost:

$$\frac{h_1}{x^2 + h_1^2} = \frac{h_2}{x^2 + h_2^2} \Rightarrow x = \underline{\underline{\sqrt{h_1 h_2}}}.$$

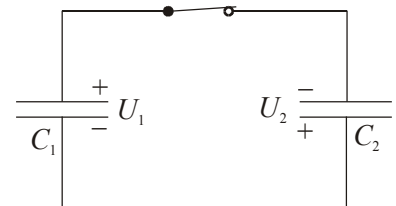


3. Novi napetosti na kondenzatorjih označimo z U_1 in U_2 . Zapišemo zanko enačbo in upoštevamo, da mora po zakonu o ohranitvi naboja ostati skupna množina naboja na zgornjih (oziroma spodnjih) ploščah obeh kondenzatorjev enaka:

$$U_1 + U_2 = 0 \text{ in } C_1 U_1 - C_2 U_2 = Q_1 - Q_2.$$

Od tu sledi napetost drugega kondenzatorja in energija:

$$U_2 = \frac{Q_2 - Q_1}{C_1 + C_2} = 250 \text{ V in } W_{e2} = \frac{1}{2} C_2 U_2^2 \cong \underline{\underline{0,94 \text{ J}}}.$$

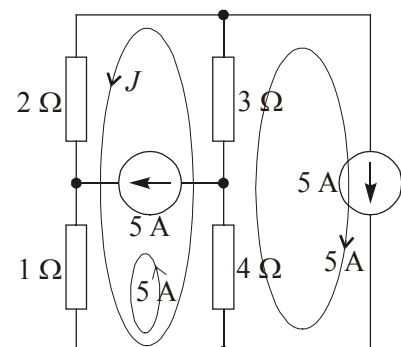


4. Izberemo si metodo zanknih tokov. Dva zanka izberemo skozi veje s tokovnimi viroma, tretjega (J) pa skozi veje z upori. Napetostna enačba zadnje zanke je

$$2J + 1(5 \text{ A} + J) + 4(5 \text{ A} + 5 \text{ A} + J) + 3(J + 5 \text{ A}) = 0 \Rightarrow$$

$$J = -6 \text{ A}.$$

Moči v uporih so tako:



$$P_{1\Omega} = 1(5-6)^2 \text{ W} = \underline{1 \text{ W}}, P_{2\Omega} = 2(6)^2 \text{ W} = \underline{72 \text{ W}},$$

$$P_{3\Omega} = 3(5-6)^2 \text{ W} = \underline{3 \text{ W}}, P_{4\Omega} = 4(5+5-6)^2 \text{ W} = \underline{64 \text{ W}}.$$

5. Nortonov vir je dvopol upora upornosti danega vezja pri neaktivnem tokovnem viru,

$$R_N = ((15 + 7 + 8) \Omega \parallel 15 \Omega) + 5 \Omega = \underline{15 \Omega},$$

in njemu vzporednega tokovnega vira, katerega jakost je enaka toku kratkega stika tega vezja. Realen tokovni vir pretvorimo v napetostnega in zapišemo zankni enačbi,

$$30 \Omega \cdot I + 15 \Omega \cdot (I - I_N) = 45 \text{ V} \Rightarrow 3I - I_N = 3 \text{ A},$$

$$15 \Omega \cdot (I_N - I) + 5 \Omega \cdot I_N = 0 \Rightarrow -3I + 4I_N = 0,$$

iz katerih sledi: $\underline{I_N = 1 \text{ A}}$.

