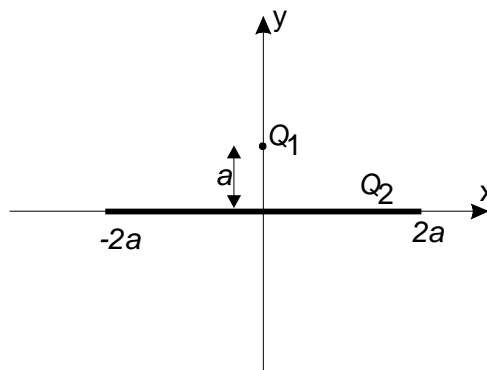


## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

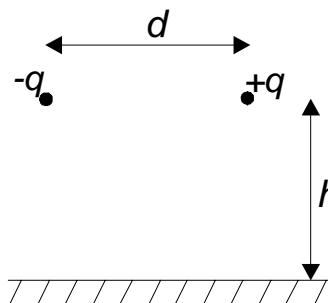
### 1. kolokvij, 22. 12. 1999

1. Izpeljite izraz za vektor električne sile na točkast naboj  $Q_1$ , ki se nahaja na oddaljenosti  $a$  od naeletrene žice dolžine  $4a$  z nabojem  $Q_2$ ! Pri računu predpostavite enakomerno porazdeljenost naboja vzdolž žice!



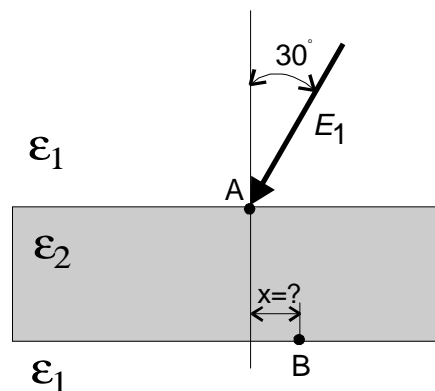
2. Določite razmerje med največjo poljsko jakostjo v koaksialnem kablu, ki ima polmer žile  $r_n = 1 \text{ mm}$ , in poljsko jakostjo v ploščnem kondenzatorju, če je v obeh električnih sistemih enovit dielektrik debeline  $d = 1 \text{ mm}$  in tudi enaka pritisnjena napetost!

3. Na višini  $h = 15 \text{ m}$  nad zemljo se nahaja dvovod z razmakom vodnikov  $d = 2 \text{ m}$ . Med vodnikoma je priključen napetostni vir, ki dvovod naelektri z nabojem gostote  $\pm q = \pm 100 \text{ nC/m}$ . Kolikšna je površinska gostota naboja na zemlji v točki, ki je navpično pod desnim vodnikom?



4. Določite vektor električnega pretoka znotraj idealiziranega ploščnega kondenzatorja z vmesnim izolantom debeline  $a = 2 \text{ mm}$ , če se dielektričnost izolacije spreminja po enačbi:  $\epsilon(x) = 5\epsilon_0(2 - x/a)$  in je leva plošča ( $x = 0$ ) na potencialu  $-10 \text{ V}$ , desna ( $x = a$ ) pa na potencialu  $+10 \text{ V}$ !

5. Določite razdaljo  $x$  od navpičnice, pri kateri je napetost med točkama  $A$  in  $B$  enaka nič, če smer polja  $\mathbf{E}_1$  (jakosti  $150 \text{ V/m}$ ) v prostoru z  $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$  oklepa kot  $30^\circ$  z navpičnico na mejo izolacijskega pasu debeline  $d = 1 \text{ mm}$  in dielektričnosti  $\epsilon_2 = 5\epsilon_0$ !



1. KOLOKVIJ IZ PREDMETA OSNOVE ELEKTROTEHNIKE 1, 22.12.1999

1. Zapišemo  $dE$  v točki  $(0, a)$  in  $dQ$  na naelektreni žici in integriramo le komponente v smeri osi  $y$ , ker se komponente v smeri  $x$  odštejejo:

$$dE = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}, \quad dQ = \frac{Q_2}{4a} \cdot dx$$

$$E(0, a) = \int_{-2a}^{2a} dE \cdot \cos(\alpha) = \int_{-2a}^{2a} \frac{\frac{Q_2}{4a} \cdot dx}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2} \cdot \frac{a}{r} = \frac{Q_2}{4 \cdot 4\pi\epsilon_0} \int_{-2a}^{2a} \frac{dx}{(a^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{Q_2}{4 \cdot \sqrt{5}\pi\epsilon_0 \cdot a^2}$$

$$\vec{F}(0, a) = Q_1 \cdot \vec{E}(0, a) = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4 \cdot \sqrt{5}\pi\epsilon_0 \cdot a^2} \cdot \vec{1}_y$$

2. Največje polje v koaksialnem kablu je pri najmanjšem radiju, polje v ploščnem kondenzatorju pa je konstantno. Naboj na plašču dobimo iz izraza za napetost:

$$E_{\max, k} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot r_n}$$

$$U = \int_{r_n}^{r_n+d} E \cdot dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(\frac{r_n+d}{r_n}\right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln\left(1 + \frac{d}{r_n}\right)$$

$$E_{\max, k} = \frac{U}{\ln\left(1 + \frac{d}{r_n}\right)} \cdot \frac{1}{r_n}$$

$$E_p = \frac{U}{d}$$

$$\frac{E_{\max, k}}{E_p} = \frac{d}{\ln\left(1 + \frac{d}{r_n}\right) \cdot r_n} = \frac{1}{\ln 2} \approx 1,44$$

3. Če vodnike oštevilčimo od 1 do 4 od desnega zgornjega do desnega spodnjega v nasprotni smeri urinega kazalca, lahko celotno polje pod desnim vodnikom zapišemo kot:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

$$\vec{E} = (2 \cdot E_2 \cdot \cos(\alpha) - 2 \cdot E_4) \cdot \vec{1}_y$$

$$\vec{E}_2 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot \sqrt{d^2 + h^2}}, \quad \vec{E}_4 = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot h}, \quad \cos(\alpha) = \frac{h}{\sqrt{d^2 + h^2}}$$

$$\vec{E} = 2 \cdot \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \cdot \left[ \frac{h}{d^2 + h^2} - \frac{1}{h} \right] \cdot \vec{1}_y$$

$$\sigma = D_n (\text{na zemlji}) = \epsilon_0 \cdot E_n = \frac{q}{\pi} \cdot \left[ \frac{h}{d^2 + h^2} - \frac{1}{h} \right]$$

$$\sigma = \frac{100 \cdot 10^{-9}}{\pi} \cdot \left[ \frac{15}{2^2 + 15^2} - \frac{1}{15} \right] \approx -37 \text{ pC/m}^2$$

4. Nastavimo enačbo za napetost med ploščama kondenzatorja in ker gostota pretoka znotraj izolanta ni odvisna od koordinat, velja

$$U = \int_0^a \vec{E} \cdot \vec{dl} = \int_0^a \frac{D}{\epsilon} \cdot dx = D \int_0^a \frac{dx}{5\epsilon_0(2-x/a)} = \frac{D}{5\epsilon_0} \int_0^a \frac{a \cdot dx}{(2a-x)}$$

$$U = \frac{Da}{5\epsilon_0} \cdot (-\ln(2a-x)) \Big|_0^a = \frac{Da}{5\epsilon_0} \cdot \ln \frac{2a}{a}$$

$$D = \frac{U \cdot 5\epsilon_0}{a \cdot \ln 2}$$

$$\vec{D} = -\vec{1}_x \cdot \frac{20 \cdot 5 \cdot 85 \cdot 10^{-12}}{2 \cdot 10^{-3} \cdot \ln 2} = -\vec{1}_x \cdot 638,4 \text{ nC/m}^2$$

5. Napetost med točkama A in B sestavimo iz napetosti v vertikalni in horizontalni smeri:

$$U_{AB} = \int_A^B \vec{E} \cdot \vec{dl} = [E_{n2} \cdot d - E_{t2} \cdot x] = 0$$

$$E_{n2} = \frac{E_{n1} \cdot \epsilon_1}{\epsilon_2} = \frac{E_1 \cdot \cos(\alpha_1) \cdot \epsilon_1}{\epsilon_2} \approx 52 \text{ V/m}$$

$$E_{t2} = E_{t1} = E_1 \cdot \sin(\alpha_1) = 75 \text{ V/m}$$

$$x = \frac{E_{n2} \cdot d}{E_{t2}} = 0,693 \text{ mm}$$