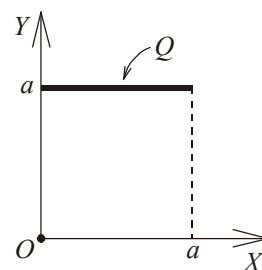


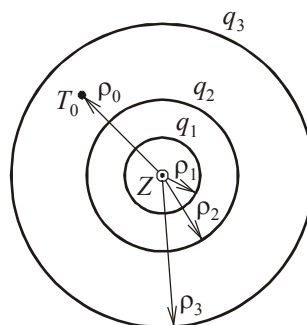
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
Prvi kolokvij, 17. decembra 2002

1. Električna množina Q je enakomerno porazdeljena vzdolž tanke niti dolžine a . Določite električni potencial V v izhodišču O koordinatnega sistema!

$$\left(\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}) + C \right)$$

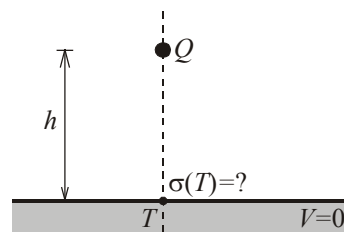


2. Tri koaksialne valjne lupine, polmerov $\rho_1 = 1\text{ mm}$, $\rho_2 = 2\text{ mm}$ in $\rho_3 = 4\text{ mm}$, so enakomerno naelektrene z vzdolžnimi gostotami elektronov $q_1 = 10^{-9}\text{ C/m}$ in $q_2 = q_3 = -q_1/2$. Določite vektor električne poljske jakosti \vec{E} v točki T_0 , ki je od osi Z oddaljena za $\rho_0 = 3\text{ mm}$!

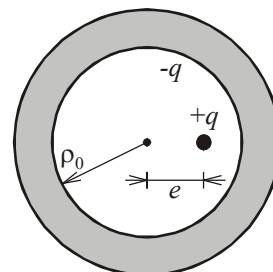


3. Porazdelitev potenciala je podana s funkcijo $V(r, \vartheta) = K \cos \vartheta / r^2$, kjer je konstanta $K = 1\text{ V} \cdot \text{m}^2$. Koliko dela opravijo električne sile, pri premiku točkaste elektrine množine $Q = 1\mu\text{C}$ od točke $T(r = 0.5\text{ m}, \vartheta = 60^\circ, \varphi = 45^\circ)$ do ekvipotencialke s potencialom -1 V !

4. Točkasta električna množina Q se nahaja na višini h nad zemljo. Kolikšna je ploskovna gostota σ elektrine na površini zemlje v točki T , ki leži navpično pod točkasto elektrino?



5. Ekscentrično znotraj dolge prevodne cevi je dolga tanka žica, ki je vzporedna z cevjo. Žica in cev sta naelektreni z elektrinama vzdolžne gostote $\pm q = 2 \cdot 10^{-9}\text{ C/m}$. Določite absolutno vrednost vektorja električne poljske jakosti E v osi valjne lupine! ($\rho_0 = 2\text{ mm}$ in $e = 1\text{ mm}$)



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

Prvi kolokvij, 17. decembra 2002

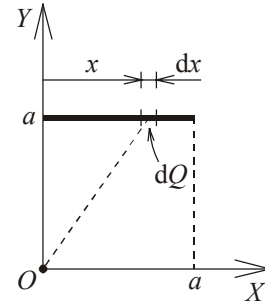
Rešitve

1. Naelektreno nit razdelimo na diferencialno kratke segmente dolžine dx , ki vsebujejo elektrino množino $dQ = Q \cdot dx/a$. Potencial segmenta, ki je za x oddaljen od levega roba niti, določimo po izrazu za potencial točkaste elektrine:

$$dV = \frac{dQ}{4\pi\epsilon_0\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

Celotni potencial v koordinatnem izhodišču določimo z integracijo potencialov diferencialnih segmentov niti:

$$V(O) = \int_{x=0}^{x=a} dV = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \int_0^a \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \ln \frac{a + \sqrt{a^2+a^2}}{\sqrt{a^2}} = \boxed{\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 a} \ln(1+\sqrt{2})}$$



2. Električno poljsko jakost določimo po superpoziciji prispevkov treh enakomerno naelektrenih valjnih lupin. Prva in druga lupina povzročata v točki T_0 , ki je zunaj teh lupin, tako polje, kot bi bili njuni elektrini strnjeni v osi lupin. Ker je točka T_0 znotraj tretje lupine, ta v njej ne povzroča električnega polja.

$$\vec{E}(T_0) = \vec{e}_\rho \frac{q_1 + q_2}{2\pi\epsilon_0\rho_0} \doteq \boxed{\vec{e}_\rho 3 \frac{\text{kV}}{\text{m}}}$$

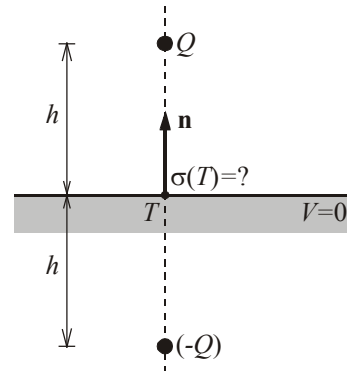
3. Delo A_e električnih sil pri premiku elektrine se opravi na račun zmanjšanja električne potencialne energije premikajoče elektrine:

$$A_e = W_{\text{ep, zač.}} - W_{\text{ep, konč.}} = Q(V_{\text{zač.}} - V_{\text{konč.}}) = Q(V(T) - (-1\text{V}))$$

$$A_e = Q(K \cos 60^\circ / (0.5\text{m})^2 - (-1\text{V})) = \boxed{3\mu\text{J}}$$

4. Ploskovna gostota elektrine na površini zemlje je sorazmerna normalni komponenti električne poljske jakosti tik nad površino: $\sigma(T) = \epsilon_0 E_n(T_+)$. Pri določanju poljske jakosti upoštevamo še zrcalno elektrino $(-Q)$, ki v točki T_+ povzroča enako polje kot originalna elektrina Q :

$$\vec{E}(T_+) = -2 \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 h^2} \vec{n}; \quad \sigma(T) = \boxed{-\frac{Q}{2\pi h^2}}$$



5. Elektrina $-q$ na cevi povzroča v notranjosti enako polje, kot zrcalna elektrina ($-q$). Poiščimo lego x zrcalne elektrine:

$$V(T_1) = V(T_2)$$

$$\frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{x + \rho_0 + e}{\rho_0 + e} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{x - (\rho_0 - e)}{\rho_0 - e}$$

$$x(\rho_0 - e) + \rho_0^2 - e^2 = x(\rho_0 + e) - \rho_0^2 + e^2$$

$$2ex = 2(\rho_0^2 - e^2) \Rightarrow x = \frac{\rho_0^2 - e^2}{e} = 3 \text{ mm.}$$

Električno poljsko jakost v osi cevi določimo kot vsoto prispevkov originalne elektrine $+q$ in zrcalne ($-q$):

$$E_{v \text{ osi}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{e} - \frac{1}{x+e} \right) \doteq \boxed{27 \frac{\text{kV}}{\text{m}}}$$

