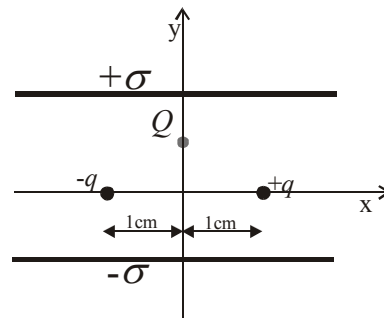


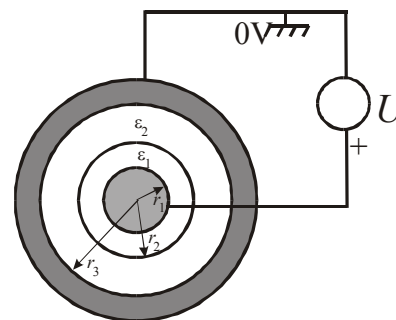
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

Prvi kolokvij, 11. 12. 2002

1. Med neprevodnima ravnima ploščama z enakomerno porazdeljeno elektrino $\sigma = \pm 10^{-8} \text{ C/m}^2$ se v točki $(0, 1 \text{ cm}, 0)$ nahaja kapljica z elektrino $Q = 2 \cdot 10^{-9} \text{ C}$. Poleg tega sta vzporedno z osjo x z med ploščama še nitki (premi elektrini) z elektrinama $q = \pm 5 \cdot 10^{-9} \text{ As/m}$. Določite (skupno) silo na kapljico! (zanemarimo silo težnosti!)



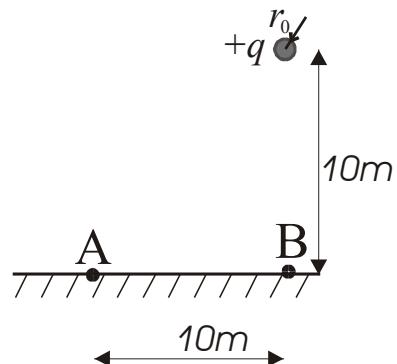
2. Določite potencial na meji dielektrikov dvoplastnega koaksialnega kabla z $\epsilon_{r1} = 4$ in $\epsilon_{r2} = 2$, če med žilo in oklop priključimo napetost $U = 10 \text{ kV}$! ($r_3 = 2r_2 = 4r_1 = 4 \text{ cm}$)



3. Ravnina $y=0$ predstavlja mejo dveh dielektrikov. V prostoru $y>0$ je vektor električne poljske jakosti enak $\vec{E}_1 = (2, 1, 5) \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}}$ in gostota energije $w_1 = 345 \cdot 10^{-6} \frac{\text{J}}{\text{m}^3}$. V prostoru $y<0$ je $\epsilon_r = 1.5$. Koliko je električna poljska jakost v prostoru $y<0$?

4. Na ploščni zračni kondenzator površine $A = 10 \text{ cm}^2$ in razmaka med ploščama $d = 1 \text{ cm}$ priključimo napetost 12 V . Kolikšna je napetost na kondenzatorju, če vir odklopimo in v kondenzator vložimo dielektrični listič debeline $a = 0.5 \text{ cm}$ z $\epsilon_r = 3$?

5. Naelektrena daljnovidna vrh polmera $r_0 = 1 \text{ cm}$, postavljena na višino $h = 10 \text{ m}$ nad točko B na ravni zemlji, povzroči tik nad točko A, ki je 10 m oddaljena od točke B, električno poljsko jakost $E = 2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$. Kolikšna je napetost med vrhovo in točko A?



REŠITVE PRVEGA KOLOKVIJA IZ OE I (UNI), 11. 12. 2002

1. Določimo skupno električno poljsko jakostna mestu elektrine Q in izračunamo silo

$$\vec{F} = Q\vec{E} :$$

$$\vec{E}_\sigma = -\vec{1}_y \frac{\sigma}{\epsilon_0}, \vec{E}_q = 2 \cdot \left(-\vec{1}_x \frac{q}{2\pi\epsilon_0\sqrt{2} \cdot 10^{-2} \text{ m}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = -\vec{1}_x \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot 10^{-2} \text{ m}}$$

$$\vec{E} = -\vec{1}_y \frac{\sigma}{\epsilon_0} - \vec{1}_x \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \cdot 10^{-2} \text{ m}} \doteq (-\vec{1}_y \cdot 1130 - \vec{1}_x \cdot 8990) \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$E \doteq 9060 \frac{\text{V}}{\text{m}}, \underline{\underline{F \doteq 18.1 \mu\text{N}}}$$

2. S pomočjo Gaussovega zakona določimo električno poljsko jakost v obeh dielektrikih, z integracijo polja dobimo zvezo med nabojem in priključeno napetostjo ter iz definicije za potencial še potencial vmesne plasti:

$$\vec{E}_1 = \vec{1}_r \frac{q}{2\pi\epsilon_1 r}, \vec{E}_2 = \vec{1}_r \frac{q}{2\pi\epsilon_2 r}$$

$$U = \int_{r_1}^{r_3} \vec{E} \cdot \vec{1}_r dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{r1}} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{r} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \int_{r_2}^{r_3} \frac{dr}{r} \right]$$

$$10 \text{ kV} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{\epsilon_{r1}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2} \right] \Rightarrow \frac{q}{2\pi\epsilon_0}$$

$$V_{r_2} = - \int_{r_3}^{r_2} \frac{q}{2\pi\epsilon_2} \frac{dr}{r} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2}$$

$$V_{r_2} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{1}{\epsilon_{r1}} \ln \frac{r_2}{r_1} + \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2}} \cdot \frac{1}{\epsilon_{r2}} \ln \frac{r_3}{r_2} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{\epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1}} \cdot \frac{\ln \frac{r_2}{r_1}}{\ln \frac{r_3}{r_2}} + 1} = \frac{10 \text{ kV}}{\frac{2}{4} \cdot \frac{\ln 2}{\ln 2} + 1} = \underline{\underline{6.667 \text{ kV}}}$$

3. Iz gostote energije in električne poljske jakosti v prvem prostoru ($y > 0$) izračunamo relativno dielektričnost prvega prostora, potem pa z upoštevanjem mejnih pogojev vse tri komponente polja v drugem prostoru ($y < 0$):

$$\vec{E}_1 = (2, 1, 5) 10^3 \text{ V/m} \Rightarrow |\vec{E}_1|^2 = (2^2 + 1^2 + 5^2) 10^6 \text{ V/m} = 30 \cdot 10^6 \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2}$$

$$w_1 = \frac{1}{2} \epsilon_1 E_1^2 \Rightarrow \epsilon_{r1} = \frac{2w_1}{\epsilon_0 E_1^2} = \frac{2 \cdot 345 \cdot 10^{-6} \text{ J/m}^3}{8.854 \cdot 10^{-12} \frac{\text{A} \cdot \text{s}}{\text{V} \cdot \text{m}} 30 \cdot 10^6 \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2}} = 2.6$$

$$E_{2z} = E_{1z} = 5 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$E_{2x} = E_{1x} = 2 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$\epsilon_2 E_{2y} = \epsilon_1 E_{1y} \Rightarrow E_{2y} = 1.73 \cdot 10^3 \text{ V/m}$$

$$\underline{\underline{\vec{E}_2 = (2, 1.73, 5) \cdot 10^3 \text{ V/m}}}$$

4. Po odklopu vira se na ploščah kondenzatorja nahaja elektrina $\pm Q$, ki se ohrani tudi potem, ko vložimo med plošči dielektrični listič. Tako lahko najprej izračunamo elektrino Q , nato pa spremenjeno napetost med ploščama zaradi spremenjene skupne kapacitivnosti po vložitvi lističa.

Pred vložitvijo vzorca:

$$Q_1 = C_1 U_1, C_1 = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

Po vložitvi vzorca:

$$\frac{1}{C_2} = \frac{d-a}{\varepsilon_0 A} + \frac{a}{\varepsilon_r \varepsilon_0 A} = \frac{1}{\varepsilon_0 A} \left(5\text{mm} + \frac{5\text{mm}}{3} \right) = \frac{1}{\varepsilon_0 A} \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{m}}{3}$$

$$Q_2 = Q_1 = C_2 U_2 \Rightarrow U_2 = \frac{Q_1}{C_2} = \frac{C_1 U_1}{C_2} = \frac{\varepsilon_0 A}{10^{-2} \text{m}} \cdot \frac{1}{\varepsilon_0 A} \frac{20 \cdot 10^{-3} \text{m}}{3} \cdot 12 \text{V} = \underline{\underline{8 \text{V}}}$$

5. Iz znane električne poljske jakosti izračunamo - ob upoštevanju zrcaljenja - naboj na vrvi in nato še napetost med vrvi in zemljo. Potencial na zemlji je enak nič, kar velja seveda tudi za potencial v točki A!

$$E_{+q} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 10\sqrt{2}\text{m}}, E_{+q,n} = E_{+q} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E = 2 \cdot E_{+q,n} = 2 \cdot \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 10\sqrt{2}\text{m}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 10\text{m}} \Rightarrow \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} = E \cdot 10\text{m}$$

$$V_{+q} = -\frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln r_0 - \frac{-q}{2\pi\varepsilon_0} \ln 2h = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \ln \frac{2h}{r_0}$$

$$U = V_{+q} - 0 = E \cdot 10\text{m} \cdot \ln \frac{2h}{r_0} = 2 \cdot 10^3 \frac{\text{V}}{\text{m}} \cdot 10\text{m} \cdot \ln \frac{20}{10^{-2}} \approx \underline{\underline{152 \text{ kV}}}$$