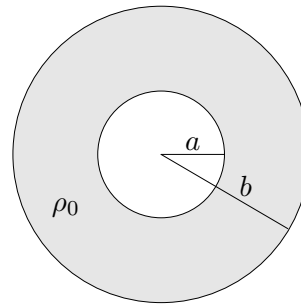


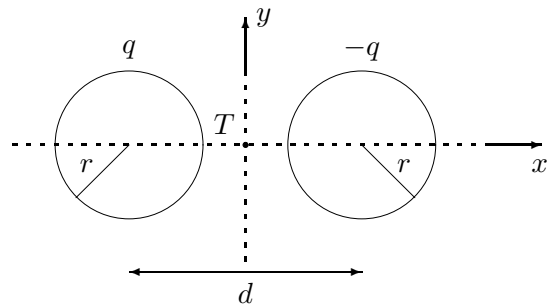
1. kolokvij iz OE I

17.12.2003

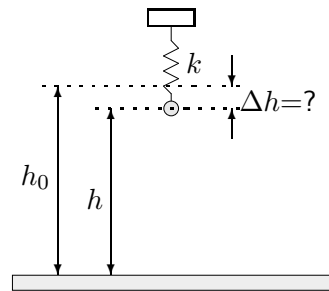
1. Med koncentričnima krogelnima lupinama polmerov $a = 10$ cm in $b = 20$ cm je oblak prostih nabojev konstantne gostote $\rho_0 = 10^{-5}$ As/m³. Določite napetost med lupinama!



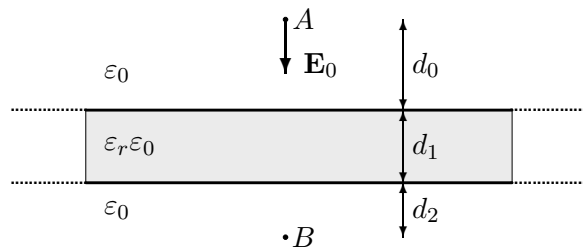
2. Dva dolga valja polmerov $r = 0.6$ m na medosni razdalji $d = 2$ m sta naelektrena z nabojem $q = \pm 10^{-8}$ As/m. Določite vektor električne poljske jakosti v točki $T(0, 0)$!



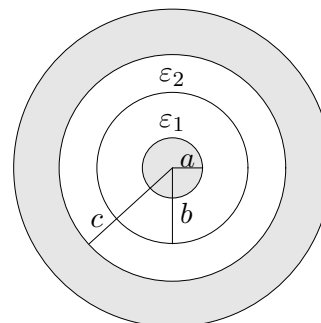
3. Nad ozemljeno prevodno ravnino je na višini $h_0 = 2$ m obešen tanek vodnik. Na nosilec je pripet enakomerno z vzmetmi razteznostnega koeficienta $k = 10$ N/m na vsak meter dolžine, za katere velja linearni (Hookov) zakon raztezanja. Določite povos vodnika, ko je na njem $q = 10^{-6}$ As/m naboja!



4. Napetost med točkama A in B je 300 V. Določite navpično komponento električne poljske jakosti v praznem prostoru, če je relativna dielektričnost vmesne plasti $\epsilon_r = 8$!
Podatki: $d_0 = d_2 = 2$ cm, $d_1 = 16$ cm.



5. Dvoplastni koaksialni kabel z dielektrikoma $\epsilon_1 = 4\epsilon_0$ in $\epsilon_2 = 12\epsilon_0$ ima take dimenzije, da velja $b/a = c/b = e = 2.718...$ Določite kapacitivnost kabla na enoto dolžine!



$\epsilon_0 \approx 10^{-9}/(36\pi)$ As/Vm.

Rezultati za 1. kolokvij iz OE I

17.12.2003

1. Napetost med lupinama izračunamo preko električne poljske jakosti $U_{ab} = \int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{x}$. Električno poljsko jakost v odvisnosti od r dobimo z Gaußovim stavkom $\oint_A \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = Q_{znotrajA}/\epsilon_0$, torej

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{4\pi}{3} \rho_0 (r^3 - a^3) / \epsilon_0 \Rightarrow E_r = \frac{\rho_0}{3\epsilon_0} \left[r - \frac{a^3}{r^2} \right].$$

Sledi

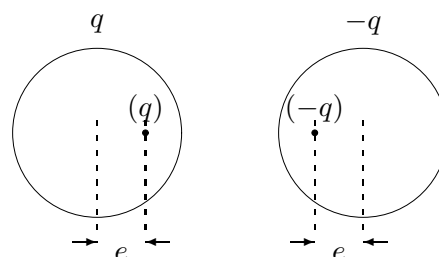
$$U_{ab} = \frac{\rho_0 a^2}{3\epsilon_0} \cdot \left[\frac{1}{2} \left(\frac{b^2}{a^2} - 1 \right) + \frac{a}{b} - 1 \right] \approx \underline{\underline{3770 \text{ V}}}.$$

2. Sistem obeh valjev poenostavimo z nadomestnima premima nabojema. V sistemu ne moremo zanemariti ekscentričnosti $e = \frac{d}{2} - \sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 - r^2}$. Celotni $\mathbf{E}(T)$ je sestavljen iz obeh prispevkov kot

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \frac{q}{2\pi\epsilon_0 \left(\frac{d}{2} - e\right)} - \mathbf{e}_x \frac{-q}{2\pi\epsilon_0 \left(\frac{d}{2} - e\right)}.$$

Sledi

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_x \frac{q}{\pi\epsilon_0 \sqrt{\frac{d^2}{4} - r^2}} \approx \underline{\underline{\mathbf{e}_x 450 \text{ V/m}}}.$$



3. Ker vodnik miruje, je vsota sil, ki nanj delujejo, enaka nič. Prepoznamo lahko električno silo \mathbf{f}_e , ki vodnik vleče k prevodni podlagi, in silo vzmeti \mathbf{f}_k , ki ga vleče k nosilcu, t.j. stran od podlage, obe na enoto dolžine. Za silo velja $\mathbf{f}_e = -\mathbf{f}_k$. Če prevodno ravnino nadomestimo z zrcalnim vodnikom, lahko električno silo na vodnik zapišemo kot $|\mathbf{f}_e| = \frac{q^2}{2\pi\epsilon_0 2h}$. Sila vzmeti je sorazmerna raztežku $\Delta h = h_0 - h$ in znaša $|\mathbf{f}_k| = k(h_0 - h)$. Potem, ko sili izenačimo, dobimo izraz

$$h^2 - h_0 h + \frac{q^2}{4\pi\epsilon_0 k} = 0$$

iz česar sledi $h \approx 1.99955 \text{ m}$ in $\underline{\underline{\Delta h \approx 0.45 \text{ mm}}}$. Druga rešitev kvadratne enačbe ni smiselna, je pa prav tako ravnovesno stanje.

4. Ker je polje v vsakem od prostorov homogeno, lahko napetost med točkama A in B zapišemo kot vsoto treh prispevkov $U_{AB} = E_{0y}d_0 + E_{1y}d_1 + E_{2y}d_2$. Mejni pogoj na mejah med plastmi predpisuje $\epsilon_r E_{1y} = E_{0y} = E_{2y}$. Sledi

$$E_{0y} = \frac{U_{AB}}{d_0 + \frac{d_1}{\epsilon_r} + d_2} = \underline{\underline{5 \text{ kV/m}}}.$$

5. Kapacitivnost c_l na enoto dolžine izračunamo iz napetosti med žilo in plaščem, ker $c_l = q/U$. Električna poljska jakost v dielektrikih je enaka $E_r = q/(2\pi\epsilon r)$, zato

$$U = \int_a^b \frac{q}{2\pi\epsilon_1 r} dr + \int_b^c \frac{q}{2\pi\epsilon_2 r} dr = \frac{q}{2\pi\epsilon_1} \ln \frac{b}{a} + \frac{q}{2\pi\epsilon_2} \ln \frac{c}{b}.$$

Vstavimo U v c in dobimo

$$c_l = \frac{q}{U} = \frac{2\pi}{\frac{1}{\epsilon_1} \ln \frac{b}{a} + \frac{1}{\epsilon_2} \ln \frac{c}{b}} = \frac{2\pi\epsilon_0}{\frac{1}{4} \ln e + \frac{1}{12} \ln e} = 6\pi\epsilon_0 \approx \underline{\underline{1.67 \cdot 10^{-10} \text{ F/m}}}.$$