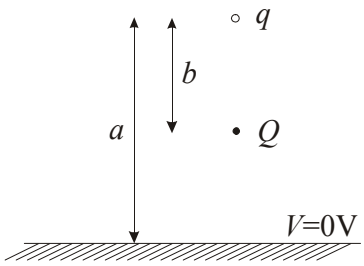
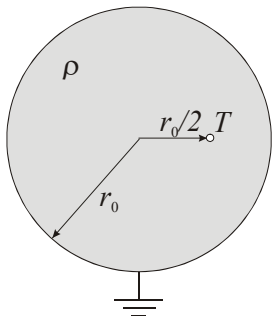
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
1. kolokvij, 15. december 2004

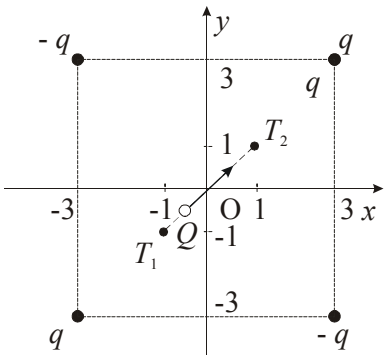
1. Na višini $a = 100\,\text{cm}$ nad ozemljeno prevodno ploščo leži tanek raven vodnik z nabojem $q = 3 \cdot 10^{-8}\,\text{C/m}$. Na oddaljenosti $b = 50\,\text{cm}$ pod njim se nahaja majhna kroglica z nabojem Q. Kolikšen je naboj kroglice, če je električna sila, ki deluje na njo, enaka nič?



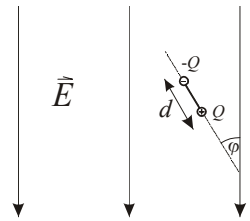
2. Ozemljena prevodna krogelna lupina ima radij $r_0 = 2\,\text{cm}$. Notranjost je napolnjena z naelektrenim praškom. Prostorninska gostota naboja v prašku je $\rho = -20 \cdot 10^{-6}\,\text{C/m}^3$. Izračunajte električni potencial v točki T, ki je za $r_0/2$ oddaljena od središča krogle?



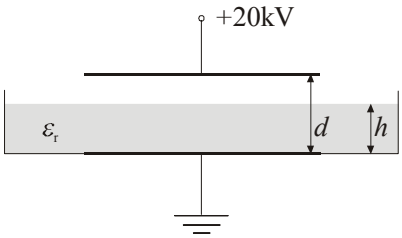
3. Para tankih vzporednih vodnikov sta naelektrena z nabojema $\pm q$. Koliko dela opravi električna sila pri premiku naboja $Q = 200\,\text{nC}$ iz točke $T_1 = (-1,\ -1)$ v točko $T_2 = (1,\ 1)$?



4. Električni dipol je v homogenem električnem polju. Os dipola oklepa s smerjo polja kot φ = 30°. Izračunajte absolutno vrednost navora na dipol. ($Q = 40\,\text{nC}$, $d = 10\,\text{cm}$, $E = 500\,\text{V/m}$)

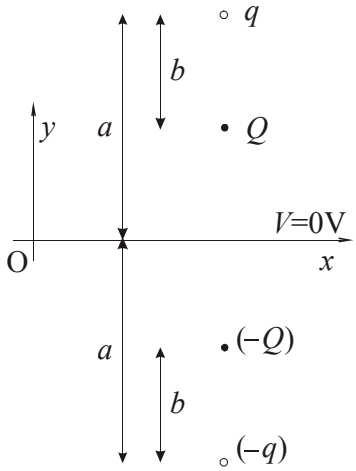


5. Med prevodni plošči je priključena napetost $U = 20\,\text{kV}$; razmak med njima je $d = 100\,\text{mm}$. Do katere višine h smemo v posodo naliti olje, ki ima relativno dielektričnost $\varepsilon_r = 6$, da električna poljska jakost nad gladino ne bo presegla 10 % vrednosti prebojne trdnosti zraka, ki je $E_p = 3\,\text{MV/m}$?



Rešitve so objavljene na: http://torina.fe.uni-lj.si/oe.

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
1. kolokvij, 15. december 2004, rešitve



1. Ker ležita naelektrena kroglica in linijski naboj nad prevodno ploščo, upoštevamo pri izračunu električne sile tudi zrcalna naboja ($-Q$ in $-q$), ki modelirata naboj na ozemljeni plošči.
Za vektor električne sile na kroglico velja enačba:

$$\vec{F} = Q\vec{E} = Q\left(-\vec{e}_y \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 b} - \vec{e}_y \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 (2a-b)} - \vec{e}_y \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 (2a-2b)^2}\right) = \vec{0}$$

Iz nje izrazimo in izračunamo (neničelno vrednost) za elektrino Q:

$$Q = 8q\left(-\frac{1}{b} - \frac{1}{(2a-b)}\right)(a-b)^2 = \boxed{-160\,\mathrm{nC}}.$$

2. Električno polje $\vec{E}$ krogelnega oblaka nabojev je radialno. Iskano komponento E_r določimo iz Gaussovega stavka: $\oint_A \vec{E}\cdot \mathrm{d}\vec{A} = \frac{1}{\varepsilon_0}\oint_V \rho \mathrm{d}v.$

Za ploskev A izberemo oblaku koncentrično sfero polmera $r < r_0$. Ker ima radialna komponenta polja na tej sferi konstantno vrednost, je levi integral enak produktu $4\pi r^2 E_r$. Integral na desni strani je zaradi konstantne gostote naboja enak produktu $4\pi r^3\rho/3$. Od tu sledi:

$$E_r 4\pi r^2 = \frac{4\pi r^3 \rho}{3\varepsilon_0} \rightarrow E_r = \frac{\rho}{3\varepsilon_0} r.$$

Ker je lupina ozemljena, je potencial točke T določen z integralom električne poljske jakosti od te točke do lupine:

$$V(T) = \int_{r_0/2}^{r_0} E_r \mathrm{d}r = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\int_{r_0/2}^{r_0} r\mathrm{d}r = \frac{\rho r_0^2}{8\varepsilon_0} \simeq \boxed{-113\,\mathrm{V}}.$$

3. Zaradi simetrije v sistemu vzporednih nabojev (simetrala sodih kvadrantov), ima električni potencial v simetričnih si točkah T_1 in T_2 povsem enako vrednost:

$$V(T_1) = V(T_2) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{\sqrt{4^2+2^2}}{2\sqrt{2}}\right) + \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\ln\left(\frac{\sqrt{4^2+2^2}}{4\sqrt{2}}\right) \rightarrow U_{1,2} = 0.$$

Delo električne sile pri premiku naboja med točkama T_1 in T_2 je enako $A_e = QU_{1,2} = \boxed{0\,\mathrm{J}}$.

4. Navor na dipol v električnem polju določa izraz: $\vec{M} = \vec{d}\times\vec{F} = Q\vec{d}\times\vec{E}$. Absolutna vrednost navora je enaka produktu absolutne vrednosti dipolskega momenta, absolutne vrednosti jakosti polja in sinusa kota med vektorjema: $M = QdE\sin\varphi = \boxed{1\,\mu\mathrm{Nm}}$.

5. Označimo navpično komponento električne poljske jakosti v zraku z E_1, v olju pa z E_2. Iz zveznosti normalne komponente vektorja gostote električnega pretoka sledi: $E_1 = \varepsilon_r E_2$. Zaradi nevarnosti preboja v zraku je vrednost poljske jakosti nad gladino olja omejena na vrednost $E_1 = E_p/10 = 300\,\mathrm{kV/m}$, v olju pa posledično na vrednost $E_2 = E_1/\varepsilon_r$. Ker je med ploščama električna napetost U, velja: $U = E_1(d-h) + E_2 h.$

Iz enačbe sledi dovoljena višina olja v posodi: $h = \frac{U - E_1 d}{(1/\varepsilon_r - 1)E_1} = \boxed{40\,\mathrm{mm}}$.