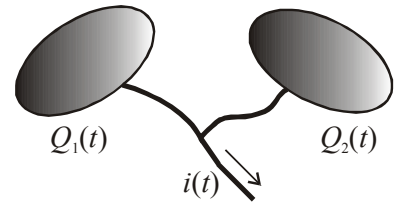
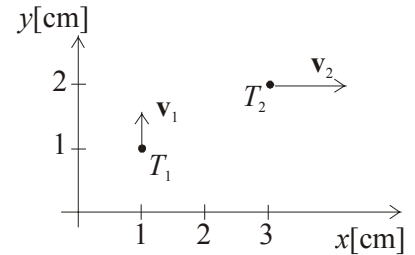


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
kolokvij, 18. december 2006

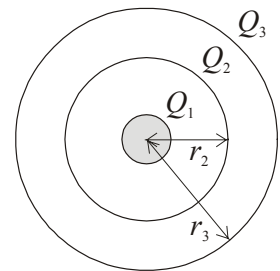
1. Naelektrenosti teles se spreminjata po časovnih funkcijah $Q_1(t) = Q_0 e^{-\lambda_1 t}$ in $Q_2(t) = -Q_0 e^{-\lambda_2 t}$, kjer sta $\lambda_1 = 2/s$ in $\lambda_2 = 6/s$. Ob katerem času t_0 je tok i enak nič?



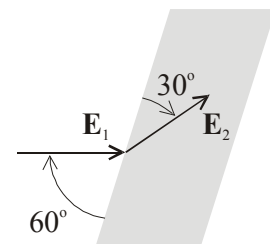
2. Določite vektor jakosti homogenega električnega polja \mathbf{E}_0 , v katerem se je gibal ion $Q/m = -10^6$ A s/kg, če je imel v točki $T_1(1 \text{ cm}, 1 \text{ cm}, 0)$ hitrost $\mathbf{v}_1 = (0, 1000 \text{ m/s}, 0)$, v točki $T_2(3 \text{ cm}, 2 \text{ cm}, 0)$ pa hitrost $\mathbf{v}_2 = (v_{2x}, 0, 0)$.



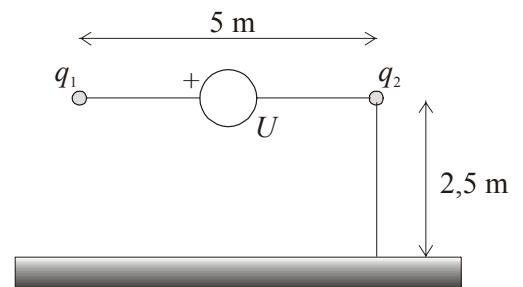
3. Na zunanji od treh koncentričnih krogelnih lupin je naboj $Q_3 = -10^{-5}$ A s. Določite napetost U_{23} med srednjo ($r_2 = 2 \text{ cm}$) in zunanjo lupino ($r_3 = 4 \text{ cm}$), če je sistem nabojev treh lupin električno zaključen.



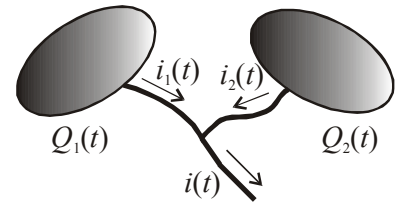
4. V homogeno električno polje v praznem prostoru položimo plast dielektrika pod kotom 60° glede na smer polja. Določite dielektričnost plasti, če je smer polja v njej odklonjena za 30° od roba plasti.



5. Med vzporedni nadzemni vrvi polmera $r_0 = 5 \text{ mm}$ je priključen vir napetosti $U = 1000 \text{ V}$. Določite linijsko gostoto naboja q_2 na desni vrvi, ki je ozemljena.



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
kolokvij, 18. december 2006, rešitve



1. Toka na sliki se spreminjata po funkcijah

$$i_1(t) = -dQ_1(t)/dt = \lambda_1 Q_0 e^{-\lambda_1 t} \quad \text{in} \quad i_2(t) = -dQ_2(t)/dt = -\lambda_2 Q_0 e^{-\lambda_2 t}.$$

Iskani trenutek poiščemo iz enačbe $i(t) = i_1(t) + i_2(t) = 0$:

$$\lambda_1 Q_0 e^{-\lambda_1 t} - \lambda_2 Q_0 e^{-\lambda_2 t} = 0 \Rightarrow t = \frac{\ln(\lambda_1 / \lambda_2)}{\lambda_1 - \lambda_2} = \frac{\ln 3}{4} \cong \underline{\underline{0,275 \text{ s}}}.$$

2. Ion se giblje enakomerno pospešeno s pospeškom $\mathbf{a} = (a_x, a_y, 0)$, kjer sta $a_x = (Q/m)E_x$ in

$a_y = (Q/m)E_y$. Pospešek v y smeri lahko izrazimo iz enačbe $v_{2y}^2 - v_{1y}^2 = 2a_y(y_2 - y_1)$ in je enak

$$a_y = -\frac{v_{1y}^2}{2 \cdot \Delta y}, \text{ kjer smo označili } \Delta y = y_2 - y_1. \text{ Ker je } v_{2y} = v_{1y} + a_y t, \text{ dobimo za čas preleta}$$

$$t = -\frac{v_{1y}}{a_y} \text{ in iz } x_2 - x_1 = \Delta x = \frac{1}{2} a_x t^2 \text{ še pospešek } a_x = \frac{2\Delta x}{t^2} = \frac{\Delta x \cdot v_{1y}^2}{2(\Delta y)^2}.$$

Električna poljska jakost je tako $\mathbf{E}_0 = \frac{v_{1y}^2}{2\Delta y \cdot (Q/m)} \cdot \left(\frac{\Delta x}{\Delta y}, -1, 0 \right) = -50 \cdot (2, -1, 0) \text{ V/m} = \underline{\underline{(-100, 50, 0) \text{ V/m}}}.$

3. Napetostno razliko izračunamo iz električne poljske jakosti v prostoru med srednjo in zunanjo

lupino: $\mathbf{E}_{23}(r) = \mathbf{e}_r \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$. K polju v tem prostoru naboj na zunanji lupini ne prispeva,

$Q = Q_1 + Q_2 = -Q_3$, zato je iskana napetost:

$$U_{23} = \int_{r_2}^{r_3} \mathbf{E}_{23}(r) \cdot \mathbf{e}_r dr = \frac{Q_1 + Q_2}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} \right) = \frac{10^{-5} \cdot 36\pi}{4\pi \cdot 10^{-9}} \left(\frac{1}{0,02} - \frac{1}{0,04} \right) \text{ V} = \underline{\underline{2,25 \text{ MV}}}.$$

4. Kóta med normalo na ploskev in električno poljsko jakostjo sta v praznem prostoru $\beta_1 = 30^\circ$

in v plasti dielektrika $\beta_2 = 60^\circ$. Upoštevamo lomni zakon električnega polja $\frac{1}{\epsilon_1} \text{tg}\beta_1 = \frac{1}{\epsilon_2} \text{tg}\beta_2$

in dobimo $\epsilon_r = \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} = \frac{\text{tg}\beta_2}{\text{tg}\beta_1} = \underline{\underline{3}}.$

5. S pomočjo zrcaljenja preko prevodne ravnine zapišemo potenciala desne in leve vrvi:

$$V_D = 0 \text{ V} = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1000}{5} + \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5} + \frac{-q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5\sqrt{2}} + \frac{-q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5} = \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln 1000 + \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2}$$

$$V_L = U = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1000}{5} + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5} + \frac{-q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5} + \frac{-q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{1}{5\sqrt{2}} = \frac{q_1}{2\pi\epsilon_0} \ln 1000 + \frac{q_2}{2\pi\epsilon_0} \ln \sqrt{2}.$$

Iz gornje enačbe lahko izrazimo $q_1 = -q_2 \frac{\ln 1000}{\ln \sqrt{2}}$ in iz spodnje dobimo

$$q_2 = -\frac{2\pi\epsilon_0 U}{(\ln 1000)^2 / \ln \sqrt{2} - \ln \sqrt{2}} \cong \underline{\underline{-405 \cdot 10^{-12} \text{ A s/m}}}.$$