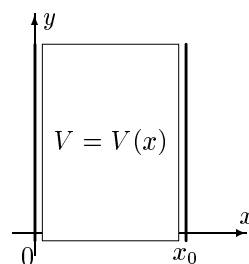


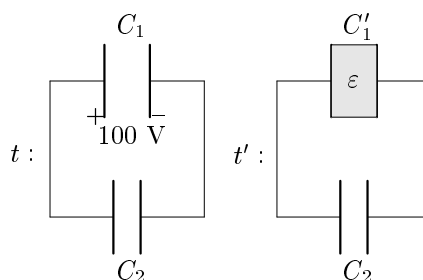
2. kolokvij OE I

24.01.2001

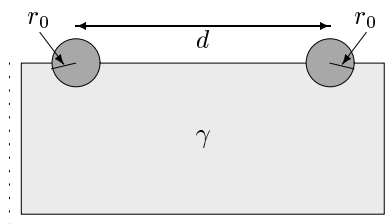
1. Med prevodnima ploščama je potencial $V(x) = \frac{1}{2}V_0\left(\frac{x}{x_0}\right)^2$. Določite koordinato navpične ravnine, ki razmeji prostor tako, da je v levem delu $\frac{1}{8}$ energije med ploščama!



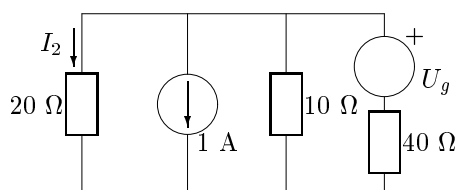
2. Koliko naboja preteče med kondenzatorjema potem, ko v C_1 vstavimo dielektrični listič relativne dielektričnosti $\epsilon_r = 4$? Pred vstavitvijo je napetost na kondenzatorjih enaka 100 V, kapacitivnosti sta $C_1 = 2$ nF, $C_2 = 0.5$ nF.



3. V oceanu mirne morske vode specifične prevodnosti $\gamma = 4$ S/m sta do polovice potopljeni krogli polmerov $r_0 = 5$ cm. Določite upornost med kroglicama, če je medsebojna razdalja njunih središč $d = 2$ m!

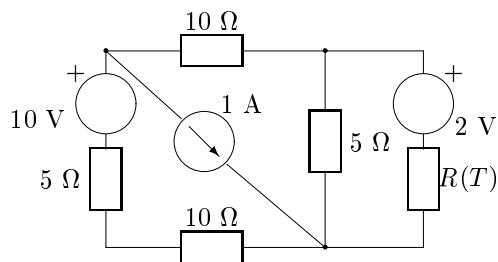


4. Določite napetost vira U_g tako, da bo skozi upor 20Ω tekkel tok $I_2 = 3$ A v nakazani smeri!



5. Na kolikšno temperaturo moramo segreti $R(T)$, da se bo na njem trošila največja možna moč? Kolikšna je ta moč?

Podatki za $R(T)$: $R(T_0) = 4 \Omega$, $T_0 = 20^\circ \text{C}$, $\alpha = 10^{-3} \text{ 1/K}$.



Rešitve - kolokvij OEI, 24.01.2001

1. Določimo količino energije v delu prostora med $x = 0$ in $x = x'$, kajti razmerje $W(x')/W(x_0) = 1/8$:

$$\mathbf{E} = -\nabla V \Rightarrow \mathbf{E} = \mathbf{1}_x E_x = -\mathbf{1}_x \frac{\partial V}{\partial x} = -V_0 \frac{x}{x_0^2}$$

$$W(x') = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 |\mathbf{E}|^2 dv = \frac{1}{2} \int \epsilon_0 \left| -V_0 \frac{x}{x_0^2} \right|^2 dx \cdot dy \cdot dz = \frac{V_0^2 A}{2x_0^4} \epsilon_0 \int_0^{x'} x^2 dx$$

$$W(x') = \frac{V_0^2 A}{2x_0^4} \epsilon_0 \frac{x'^3}{3} = \frac{\epsilon_0 V_0^2 A}{6x_0^4} \cdot x'^3$$

$$\frac{W(x')}{W(x_0)} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{x'^3}{x_0^3} = \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{x'}{x_0} = \frac{1}{2} \Rightarrow x' = \frac{1}{2}x_0$$

2. Iz enačb $\frac{Q'_1}{C'_1} = \frac{Q'_2}{C'_2}$, $Q_1 + Q_2 = Q'_1 + Q'_2$, $Q_1 = C_1 \cdot U$ in $Q_2 = C_2 \cdot U$ lahko z upoštevanjem $C'_1 = \epsilon_r C_1$ ter $C'_2 = C_2$ določimo ΔQ . Ta je enak:

$$\Delta Q = \frac{C_1 C_2 (\epsilon_r - 1)}{\epsilon_r C_1 + C_2} U = \frac{600}{17} \approx 35.294 \text{ nAs.}$$

3. Upornost lahko določimo iz kapacitivnosti preko $R = \epsilon/(\gamma C)$. Pri izračunu smo predpostavili, da sta kroglici v celoti potopljeni v medij, na koncu pa upornost podvojili. Ekscentričnosti lahko zanemarimo, zato:

$$V_A = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{d} \right], \quad V_B = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{r_0} \right] \Rightarrow U = V_A - V_B = \frac{Q}{2\pi\epsilon_0} \left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{d} \right]$$

$$C = Q/U = \frac{2\pi\epsilon_0}{\frac{1}{r_0} - \frac{1}{d}} \Rightarrow R = 2 \cdot \frac{1}{2\pi\gamma} \left[\frac{1}{r_0} - \frac{1}{d} \right] = \frac{19.5}{4\pi} = 1.552 \Omega$$

4. Najlažje gre z metodo spoiščnih potencialov, spodnji del naj bo ozemljen (na potencialu $V = 0$ V), zgornji pa na V . Zato $V = 20 \cdot I_2 = 60$ V in tudi:

$$\frac{60 - U_g}{40} + \frac{60}{10} + 1 + \frac{60}{20} = 0$$

$$60 - U_g + 10 \cdot 40 = 0 \Rightarrow U_g = 460 \text{ V}$$

5. Vezje razdelimo na dva dela, desni del sestavljata vir 2 V in $R(T)$, drugi del pa ostanek, ki ga nadomestimo s Théveninovim virom. Največja možna moč se troši, ko je $R(T) = R_{Th}$, kjer je $R_{Th} = \frac{5 \cdot (10+10+5)}{5+10+10+5} = \frac{25}{6} \Omega \approx 4.167 \Omega$, zato:

$$R(T) = R(T_0) \cdot (1 + \alpha \cdot \Delta T) \Rightarrow \Delta T = \frac{1}{6\alpha R(T_0)} = 41.67^\circ \text{C} \Rightarrow T = 61.67^\circ \text{C}$$

Za izračun moči potrebujemo še U_{Th} , ki jo izračunamo kot napetost na desnem 5Ω uporu:

$$10 = 30 \cdot I' + 15 \cdot 1 \Rightarrow I' = -\frac{1}{6} \Rightarrow U_{Th} = 5 \cdot I' = -\frac{5}{6} \text{ V}$$

$$P_{max} = \frac{\left| -\frac{5}{6} - 2 \right|^2}{4 \cdot \frac{25}{6}} = 0.482 \text{ W.}$$