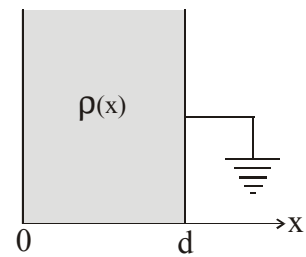


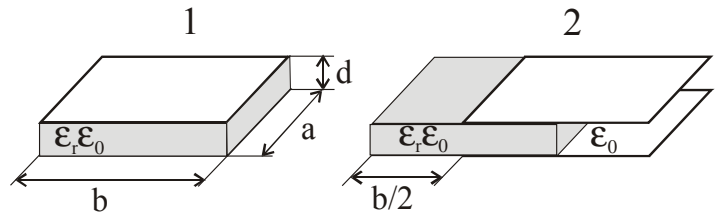
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

2. kolokvij, 21. 01. 2002, ob 17h

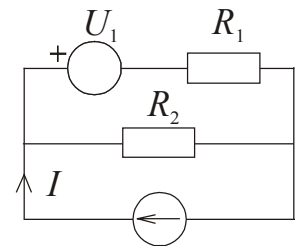
1. Med ravnima ploščama $x=0$ in $x=d=1\text{ cm}$ je prevodna snov s specifično upornostjo $\rho(x) = \rho_0 \cdot e^{\frac{x}{d}}$, $\rho_0 = 200\ \Omega\text{ m}$. Desna plošča je ozemljena, leva pa na potencialu $V = 15\text{ V}$. Določite koordinato x ekvipotencialke s potencialom $V = 5\text{ V}$, če je gostota toka konstantna!



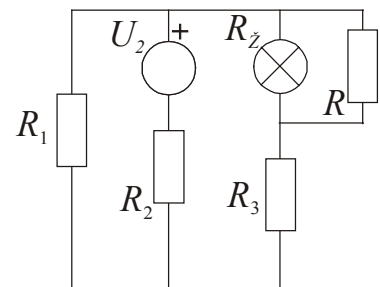
2. Ploščati kondenzator je priključen na napetostni vir U . Za kolikšen % se spremeni elektrostatična energija shranjena v polju ploščatega kondenzatorja, če dielektrik z relativno dielektričnostjo $\epsilon_r = 2$ izvlečemo za $b/2$ (glej skico)?



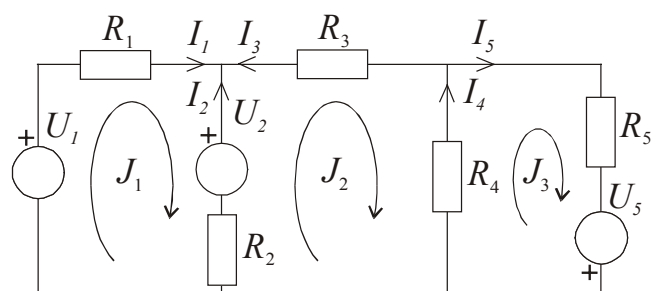
3. Pri katerem toku I bosta moči na uporih R_1 in R_2 enaki? ($R_1 = 125\ \Omega$, $R_2 = 500\ \Omega$, $U_1 = 300\text{ V}$)



4. Izračunajte upornost R , da bo žarnica pravilno gorela! ($P_Z = 10\text{ W}$, $R_Z = 40\ \Omega$, $R_1 = 10\ \Omega$, $R_2 = 15\ \Omega$, $R_3 = 4\ \Omega$, $U_2 = 100\text{ V}$)



5. Zapišite sistem enačb s katerim bi določili vejske toke (I_1, \dots, I_5) po metodi zančnih tokov (J_1, \dots, J_3) – ne pozabite izraziti vejskih tokov z zančnimi!



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

2. kolokvij, 21. 01. 2002

Rešitve

1.

$$U_1 = 2U_2 \quad U_1 = \int_0^{x_1} E(x) dx = 2 \int_{x_1}^d E(x) dx \quad \text{in} \quad E = J\rho(x) \Rightarrow \int_0^{x_1} \rho(x) dx = 2 \int_{x_1}^d \rho(x) dx \Rightarrow \int_0^{x_1} e^{\frac{x}{d}} dx = 2 \int_{x_1}^d e^{\frac{x}{d}} dx$$

$$e^{\frac{x_1}{d}} - 1 = 2e^{-\frac{x_1}{d}} - 2e^{\frac{x_1}{d}} \Rightarrow e^{\frac{x_1}{d}} = \frac{1+2e}{3} \Rightarrow \frac{x_1}{d} = \ln \frac{1+2e}{3} \quad x_1 = 0,76 \text{ cm}$$

2.

$$1: W_1 = \int_{V_1} w dV = \int_{V_1} \frac{1}{2} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 \int_0^b dx \int_0^a dy \int_0^d dz = \frac{1}{2} \frac{\epsilon_0 U^2 ab}{d} \epsilon_r$$

$$2: W_2 = \int_{V_2} w dV = \int_{V_2} \frac{1}{2} \epsilon E^2 dV = \frac{1}{2} \epsilon_r \epsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 \int_0^{b/2} dx \int_0^a dy \int_0^d dz + \frac{1}{2} \epsilon_0 \left(\frac{U}{d}\right)^2 \int_{b/2}^b dx \int_0^a dy \int_0^d dz = \frac{1}{4} \frac{\epsilon_0 U^2 ab}{d} (\epsilon_r + 1)$$

Odgovor: energija se zmanjša za 25%.

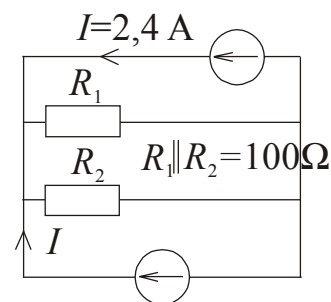
3. Zapišemo pogoj o enakosti moči ter napetost na upor R_2 označimo z U_2 . Kvadratna enačba da dve rešitvi za napetost U_2 – tako dobimo tudi dve rešitvi za tok. Napetostni vir nadomestimo z ekvivalentnim tokovnim in zapišemo rešitev.

$$P = \frac{U^2}{R} \Rightarrow \frac{U_2^2}{500\Omega} = \frac{(300V - U_2)^2}{125\Omega} \Rightarrow 3U^2 - 2400U + 360000 = 0$$

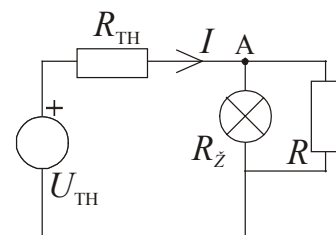
$$\Rightarrow U_1 = 600V, U_2 = 200V$$

$$U_1 = 600V \Rightarrow \frac{U_1}{R_1 \parallel R_2} = I_1 + 2,4A \Rightarrow I_1 = 3,6A$$

$$U_2 = 200V \Rightarrow \frac{U_2}{R_1 \parallel R_2} = I_2 + 2,4A \Rightarrow I_2 = -0,4A$$



4. S pomočjo danih podatkov izračunamo, da bo pogoj izpolnjen, če bo žarnica na napetosti $U_Z = 20V$ (in s tem tudi upor) in bo skozi njo tekla tok $I_Z = 0,5 A$. Žarnico in upor R izoliramo ter preostanek vezja nadomestimo s Theveninovim nadomestnim virom, kjer je $U_{TH} = 40 V$ in $R_{TH} = 10 \Omega$. Ob priklopu žarnice z uporom R nazaj v vezje ugotovimo, da po zanki teče tok $I = 2iA$. Skozi upor R torej teče tok $I = 1,5 A$, napetost na uporu je $U_R = U_Z = 20V$ iz česar sledi, da je $R = 40/3 \Omega$.



$$R_{TH} = 4\Omega + (10\Omega) \parallel (15\Omega) = 10\Omega, \quad U_{TH} = 100V - 15\Omega \frac{100V}{10\Omega + 15\Omega} = 40V, \quad I = \frac{40V - 20V}{10\Omega} = 2A$$

5.

$$-U_1 + R_1 J_1 + U_2 + R_2 (J_1 - J_2) = 0$$

$$-U_2 + R_3 J_2 + R_4 (J_2 - J_3) + R_2 (J_2 - J_1) = 0$$

$$R_4 (J_3 - J_2) + R_5 J_3 - U_5 = 0$$

$$I_1 = J_1, \quad I_2 = J_2 - J_1, \quad I_3 = -J_2, \quad I_4 = J_3 - J_2, \quad I_5 = J_3$$