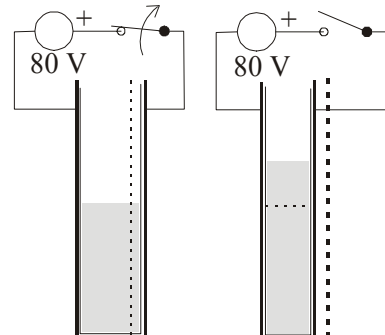


**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)**  
**drugi kolokvij, 27. januarja 2004**

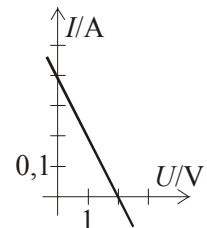
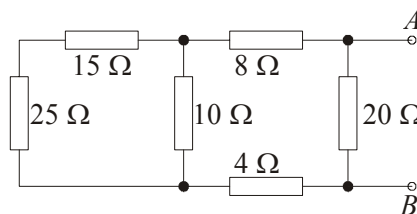
1. Naelektrena kovinska krogla polmera  $r_0 = 4$  cm je ovita z izolacijskim omotom relativne dielektričnosti 5. Pri kateri debelini  $d$  omota bosta akumulirani električni energiji v omotu in izven njega enaki?

2. Med visoki in dolgi vzporedni prevodni plošči, ki sta kontaktirani na vir napetosti 80 V, je vstavljena vrečka, ki je do polovice napolnjena z oljem relativne dielektričnosti 4. Vir zatem odklopimo ter plošči zblížamo za  $\frac{1}{4}$  osnovne razdalje med ploščama (pri tem se zviša gladina olja). Za koliko voltov se spremeni napetost med ploščama?

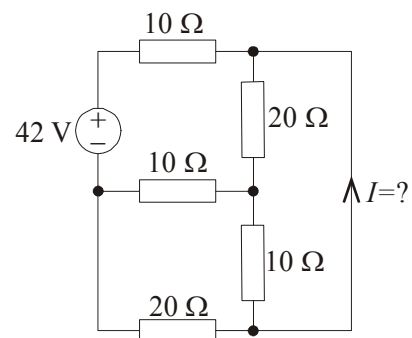


3. Med vzporednima bakrenima ploščama površine  $S$  in medsebojnega razmaka  $d$  je uporovna snov. Tej se specifična električna upornost spreminja linearno od vrednosti  $\rho_1$  ob eni plošči do vrednosti  $\rho_2$  ob drugi plošči. Izrazite električno upornost uporovnega kvadra med ploščama!

4. Določite moč sproščanja toplote v sestavljenem bremenu, če med sponki  $A$  in  $B$  priklopimo vir z dano karakteristiko.



5. Izračunajte tok  $I$ !



**OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)**  
**drugi kolokvij, 27. januarja 2004, REŠITVE**

1. Do rešitve lahko pridemo na dva načina: z uporabo izrazov za kapacitivnost dveh sferičnih kondenzatorjev ali z integracijo gostote energije,  $w = \varepsilon E^2 / 2$ . Izbrali bomo drugi način. Električno poljsko jakost v okolici naelektrene kroglice dobimo z uporabo Gaussovega zakona:  $E = Q / 4\pi\varepsilon r^2$ , kjer je  $\varepsilon$  dielektričnost dotičnega medija. Z integracijo gostote energije od  $r_0$  do  $r_0 + d$  dobimo energijo v omotu:

$$W_{\text{omota}} = \frac{1}{2} \int_{r_0}^{r_0+d} \varepsilon \left( \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{40\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+d} \right),$$

z integracijo od  $r_0 + d$  do  $\infty$  pa energijo izven omota:

$$W_{\text{izven}} = \frac{1}{2} \int_{r_0+d}^{\infty} \varepsilon_0 \left( \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \right)^2 4\pi r^2 dr = \frac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0} \left( \frac{1}{r_0+d} \right).$$

Iz izenačitve energij sledi debelina omota:

$$\frac{1}{5} \left( \frac{1}{r_0} - \frac{1}{r_0+d} \right) = \frac{1}{r_0+d} \Rightarrow d = 5r_0 = \underline{\underline{20\text{cm}}}$$

2. Glede na to, da se izvrši izklop pred potiskom ene plošče k drugi, se naboj ohranja, ohranja pa se tudi prostornina olja, zato velja:

$$80 \text{ V } C_{\text{stara}} = U_{\text{nova}} C_{\text{nova}} \Rightarrow U_{\text{nova}} = \frac{C_{\text{stara}}}{C_{\text{nova}}} 80 \text{ V in } S_{\text{stara}} d = \frac{S}{2} d = S_{\text{nova}} \frac{3d}{4} \Rightarrow S_{\text{nova}} = \frac{2}{3} S,$$
$$C_{\text{stara}} = \varepsilon_0 \frac{S/2}{d} + \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{S/2}{d} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r + 1) \frac{S}{2d} \text{ in } C_{\text{nova}} = \varepsilon_0 \frac{S/3}{3d/4} + \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{2S/3}{3d/4} = \varepsilon_0 (2\varepsilon_r + 1) \frac{4S}{9d} \Rightarrow$$
$$U_{\text{nova}} = \frac{C_{\text{stara}}}{C_{\text{nova}}} 80 \text{ V} = \frac{9}{8} \frac{\varepsilon_r + 1}{2\varepsilon_r + 1} 80 \text{ V} = \underline{\underline{50 \text{ V}}}.$$

Napetost se zmanjša za 30 V.

3. Os  $X$  naj je pravokotna na bakreni plošči; izhodišče naj ima na eni plošči in naj bo usmerjena k drugi. Linearno spreminjajočo specifično upornost uporovne mase določa izraz

$$\rho(x) = \rho_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{d} x, \text{ saj je } \rho(0) = \rho_1 \text{ in } \rho(d) = \rho_2.$$

Upornost med ploščama je integral diferencialnih upornosti diferencialno tankih rezin,

$$dR = \frac{\rho(x)}{S} dx \Rightarrow R = \frac{1}{S} \int_0^d \rho(x) dx = \frac{1}{S} \int_0^d \left( \rho_1 + \frac{\rho_2 - \rho_1}{d} x \right) dx = \underline{\underline{\frac{\rho_2 + \rho_1}{2S} d}}.$$

Ker gre za linearno spreminjanje specifične upornosti, bi enak rezultat dobili tudi z upoštevanjem povprečne vrednosti specifične upornosti, torej brez integracije.

4. Iz karakteristike realnega napetostnega vira določimo napetost odprtih sponk in notranjo upornost vira:

$$U_o = 2\text{V}, I_k = 0,4 \text{ A} \Rightarrow R_{\text{not.}} = U_o / I_k = 5 \Omega.$$

Izračunamo še nadomestno upornost med sponkama  $A$  in  $B$ :

$$R_{\text{nad.}} = ((15 \Omega + 25 \Omega) \parallel 10 \Omega + 8 \Omega + 4 \Omega) \parallel 20 \Omega = 10 \Omega.$$

Moč v bremenu je:

$$P = \left( \frac{2 \text{ V}}{10 \Omega + 5 \Omega} \right)^2 10 \Omega \cong \underline{\underline{178 \text{ mW}}}.$$

5. Nalogo moremo rešiti na več načinov. Tu bomo zapisali tri zanke enačbe (tretjo za zankni tok, ki je enak iskanemu toku  $I$ ). Dobimo sistem treh enačb, ki jih rešimo z uporabo determinant:

$$40 \Omega J_1 - 20 \Omega I - 10 \Omega J_2 + 42 \text{ V} = 0$$

$$40 \Omega J_2 - 10 \Omega I - 10 \Omega J_1 = 0 \quad \Rightarrow$$

$$30 \Omega I - 20 \Omega J_1 - 10 \Omega J_2 = 0$$

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -1 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} J_1 \\ J_2 \\ I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4,2 \text{ A} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \Rightarrow$$

$$D = 4(3 \cdot 4 - 1) + 1(-1 \cdot 3 - 2) - 2(1 + 8) = 21, D_3 = -4,2 \text{ A} (1 + 8) = -37,8 \text{ A} \Rightarrow I = \frac{D_3}{D} = \underline{\underline{-1,8 \text{ A}}}.$$

