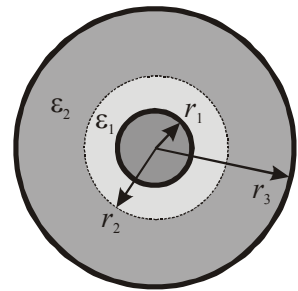
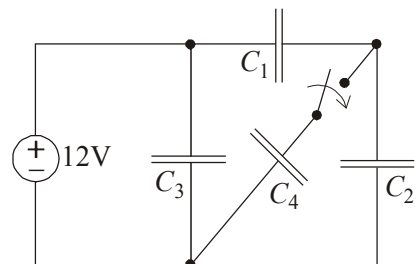


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
2. kolokvij, 25. januar 2005

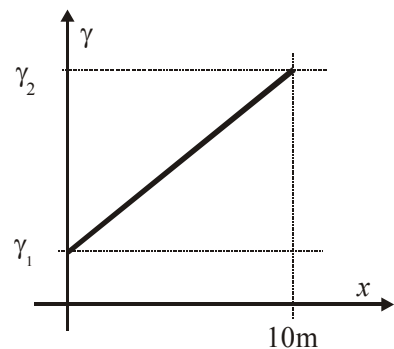
1. Med žilo in oklopom koaksialnega kabla z dvoplastno izolacijo je priključena napetost $U = 20$ kV. Koliko električne energije je shranjene na 10 metrih kabla?
 ($r_1 = 0,5$ cm, $r_2 = 1$ cm, $r_3 = 2$ cm, $\epsilon_1 = 2\epsilon_0$, $\epsilon_2 = 4\epsilon_0$)



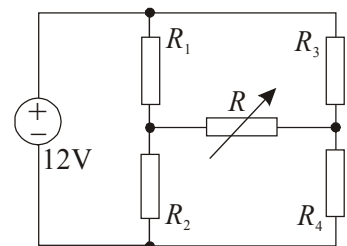
2. Za koliko se spremenita naboja na ploščah kondenzatorja kapacitivnosti C_2 , če v vezje vključimo kondenzator kapacitivnosti C_4 ?
 ($C_1 = 2\mu\text{F}$, $C_2 = 6\mu\text{F}$, $C_3 = 4\mu\text{F}$, $C_4 = 2\mu\text{F}$)



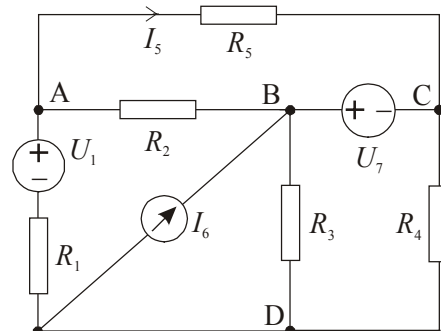
3. Uporovnemu materialu, ki ima obliko dolgega kvadra preseka $A = 2$ cm², se specifična električna prevodnost spreminja vzdolž njegove dolžine $l = 10$ m linearno od vrednosti $\gamma_1 = 2$ MS/m do vrednosti $\gamma_2 = 8$ MS/m. Izračunajte električno moč v materialu, ko je med koncema kvadra priključen vir napetosti $U = 1$ V.



4. Izračunajte maksimalno električno moč, ki jo more vir posredovati bremenu nastavljive upornosti R .
 ($R_1 = 1$ k Ω , $R_2 = 2$ k Ω , $R_3 = 3$ k Ω , $R_4 = 4$ k Ω).



5. Zapišite sistem enačb po metodi spojiščnih potencialov in izračunajte tok I_5 .
 ($R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = 1\Omega$, $U_1 = U_7 = 3$ V, $I_6 = 2$ A)



OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

2. kolokvij, 25. januar 2005, rešitve

1. Kabel z dvoplastno izolacijo moremo predstaviti z zaporedno vezavo kondenzatorjev; njuni kapacitivnosti določa izraz za kapacitivnost kabla z enovito izolacijo: $C = 2\pi\epsilon l / \ln(r_2/r_1)$.

Za kapacitivnost kabla velja relacija: $\frac{1}{C} = \frac{\ln(r_2/r_1)}{2\pi\epsilon_1 l} + \frac{\ln(r_3/r_2)}{2\pi\epsilon_2 l}$.

Z vstavitvijo podatkov dobimo: $C = \frac{8\pi\epsilon_0 l}{3 \ln 2} \approx 1,07 \text{ nF}$ in $W = \frac{1}{2} C U^2 \approx \underline{\underline{214 \text{ mJ}}}$.

2. Pred vklopom stikala velja: $U = U_1 + U_2 = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2}{C_2} = Q_2 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right) \Rightarrow Q_2 = 18 \text{ } \mu\text{C}$.

Po vklopu stikala je naboj Q_2 zaradi $C_2 = 3C_4$ enak $\frac{3}{4}(Q_2 + Q_4)$, zato velja:

$U = U_1 + U_{24} = \frac{Q_1}{C_1} + \frac{Q_2 + Q_4}{C_2 + C_4} = (Q_2 + Q_4) \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_4} \right) = \frac{4}{3} Q_2 \left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2 + C_4} \right) \Rightarrow Q_2 = 14,4 \text{ } \mu\text{C}$.

Razlika je torej 3,6 μC .

3. Ker se specifična električna prevodnost uporovnega materiala spreminja vzdolž toka skozi kvader, izrazimo njegovo upornost z integralom diferencialnih upornosti $dR = dx / A\gamma$. Specifična prevodnost je linearna funkcija vzdolžne koordinate x : $\gamma = kx + n$, kjer sta $k = (\gamma_2 - \gamma_1) / l = 0,6 \text{ MS/m}^2$ in $n = \gamma_1 = 2 \text{ MS/m}$. Integracija diferencialnih upornosti dá:

$R = \int_0^l \frac{dx}{A\gamma} = \frac{1}{A} \int_0^l \frac{dx}{kx + n} = \frac{1}{Ak} \ln \left(\frac{kl + n}{n} \right) = \frac{l \ln(\gamma_2 / \gamma_1)}{A(\gamma_2 - \gamma_1)} \cong 11,6 \text{ m}\Omega$. Električna moč je: $P = \frac{U^2}{R} \cong \underline{\underline{86,6 \text{ W}}}$.

4. Med sponkama odklopljenega nastavljivega upora izračunamo Theveninovo upornost in napetost:

$R_{\text{Th}} = R_1 \parallel R_2 + R_3 \parallel R_4 = 2,38 \text{ k}\Omega$ in $U_{\text{Th}} = \frac{U}{R_1 + R_2} R_2 - \frac{U}{R_3 + R_4} R_4 = 1,14 \text{ V}$. Na uporu nastavljive

upornosti je moč maksimalna, ko je $R = R_{\text{Th}}$, in sicer: $P_{\text{max}} = \frac{U_{\text{Th}}^2}{4R_{\text{Th}}} = \underline{\underline{137 \text{ } \mu\text{W}}}$.

5. Za spojišče D naj velja: $V_D = 0 \text{ V}$. Tokovna enačba spojišča A je:

$$\frac{V_A - U_1}{R_1} + \frac{V_A - V_B}{R_2} + \frac{V_A - V_C}{R_5} = 0.$$

Za potenciala spojišč B in C velja: $V_C = V_B - U_7$

Tokovna enačba spojišč B in C hkrati je:

$$\frac{V_B - V_A}{R_2} - I_6 + \frac{V_B}{R_3} + \frac{V_C}{R_4} + \frac{V_C - V_A}{R_5} = 0$$

Ko vstavimo drugo enačbo v prvo in tretjo ter vnesemo vanju podatke, sledi:

$$\begin{cases} V_A - 3 \text{ V} + V_A - V_B + V_A - (V_B - 3 \text{ V}) = 0 \\ V_B - V_A - 2 \text{ V} + V_B + (V_B - 3 \text{ V}) + (V_B - 3 \text{ V}) - V_A = 0 \\ 3V_A - 2V_B = 0 \\ 4V_B - 2V_A = 8 \text{ V} \end{cases}$$

Potenciali so: $V_A = 2 \text{ V}$, $V_B = 3 \text{ V}$, $V_C = 0 \text{ V}$. Iskani tok je: $I_5 = (V_A - V_C) / R_5 = \underline{\underline{2 \text{ A}}}$.