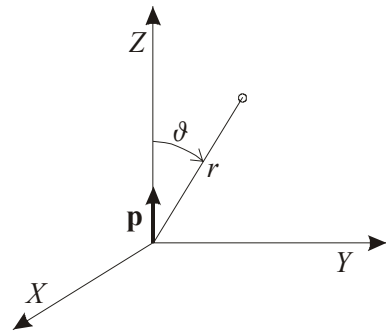
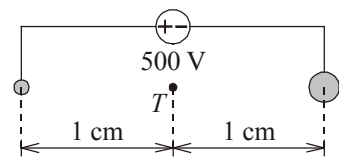


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)
2. kolokvij, 24. januar 2006

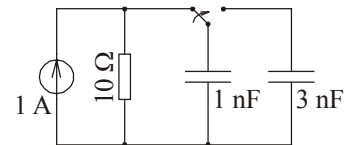
1. V koordinatnem izhodišču se nahaja točkasti dipol z električnim momentom $p = 10^{-9}$ Cm. Električni potencial v njegovi okolici podaja enačba $V(r, \vartheta) = \frac{p \cdot \cos \vartheta}{4\pi\epsilon_0 \cdot r^2}$. Določite gostoto električne energije v točki s potencialom 100 V, ki je od dipola oddaljena za 0,3 m.



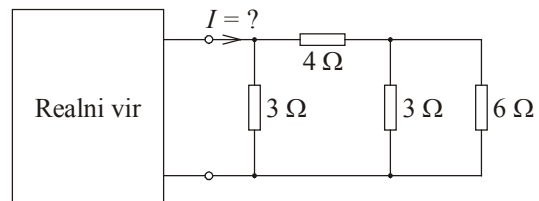
2. Nesimetričen dvovod, ki ga sestavljata vodnika debelin 1 mm in 2 mm na medosni razdalji 2 cm, priključimo na napetost 500 V. Specifična prevodnost zraka okrog dvovoda je 10^{-13} S/m. Kolikšna je gostota moči jouljskih izgub v točki T, ki je ravno na sredi med osema vodnikov? (Ekscentričnost zanemarimo.)



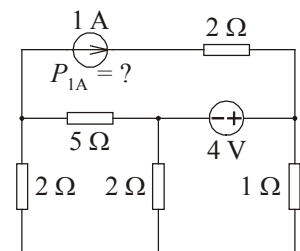
3. Razmik med ploščama desnega kondenzatorja je 1 mm. Kolikšna bo poljska jakost med ploščama desnega kondenzatorja po preklopu stikala v desni položaj?



4. Realen enosmerni vir ima napetost odprtih sponk 4 V in tok kratkega stika 0,5 A. Določite tok I skozi sponki vira, ko na vir priključimo narisano uporovno vezje?



5. Izračunajte moč tokovnega vira.



$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

2. kolokvij, 24. januar 2006

Rešitve

1. Točka T naj je točka, v kateri želimo izračunati gostoto električne energije. Njena r koordinata je 0,3 m; poiskati moramo še njeno ϑ koordinato:

$$V(T) = \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \cdot \frac{\cos \vartheta}{r^2} \Rightarrow \cos \vartheta = 4\pi\epsilon_0 r^2 V(T) / p \approx 4\pi \cdot \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (0,3)^2 \cdot \frac{100}{10^{-9}} \approx 1 \Rightarrow \vartheta \approx 0.$$

Gostota električne energije je $w_e = \epsilon_0 E^2 / 2$. Poljsko jakost določimo z odvajanjem potenciala:

$$\mathbf{E} = \left(-\frac{\partial V}{\partial r}, -\frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \vartheta}, -\frac{1}{r \sin \vartheta} \frac{\partial V}{\partial \varphi} \right) = \mathbf{e}_r \frac{p}{2\pi\epsilon_0} \frac{\cos \vartheta}{r^3} + \mathbf{e}_\vartheta \frac{p}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sin \vartheta}{r^3}.$$

V točki $T(r = 0,3 \text{ m}, \vartheta = 0^\circ)$ je

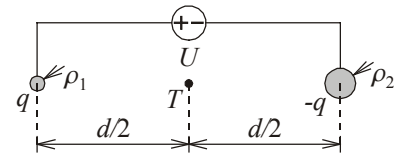
$$\mathbf{E}(T) \approx \mathbf{e}_r \frac{36\pi \cdot 10^{-9}}{2\pi \cdot 10^{-9} \cdot (0,3)^3} \text{ V/m} = \mathbf{e}_r 667 \text{ V/m} \Rightarrow E(T) \approx 667 \text{ V/m}.$$

Gostota energije v točki T je $w_e(T) \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \cdot (667)^2 / 2 \text{ J/m}^3 \approx \underline{\underline{1,96 \mu\text{J/m}^3}}$.

2. Vz dolžno gostoto elektrine $\pm q$ na vodnikih dvovoda določimo iz napetosti, ki jo izrazimo kot razliko potencialov levega in desnega vodnika:

$$U = V_{\text{lev.}} - V_{\text{des.}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \left(\ln \frac{d}{\rho_1} - \ln \frac{\rho_2}{d} \right) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{d^2}{\rho_1 \rho_2} \Rightarrow$$

$$q = \frac{2\pi\epsilon_0 U}{\ln(d^2 / \rho_1 \rho_2)}.$$



Gostota moči jouskih izgub je sorazmerna kvadratu poljske jakosti: $p_j = \gamma E^2$. Vektor poljske jakosti ima v točki T horizontalno smer; njegova velikost je:

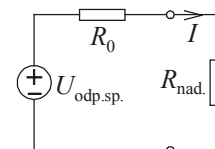
$$E(T) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 d/2} - \frac{-q}{2\pi\epsilon_0 d/2} = \frac{2q}{\pi\epsilon_0 d} = \frac{4U}{d \ln(d^2 / \rho_1 \rho_2)} = \frac{4 \cdot (500 \text{ V})}{(20 \text{ mm}) \cdot \ln(20^2 / (0,5 \cdot 1))} \approx 15 \text{ V/mm}.$$

Gostota moči v točki T je $p_j(T) \approx (10^{-13} \text{ S/m}) \cdot (15 \text{ kV/m})^2 \approx \underline{\underline{22,4 \mu\text{W/m}^3}}$.

3. Pred preklopom stikala je napetost na levem kondenzatorju enaka napetosti odprtih sponk vira, $U_0 = (10 \Omega) \cdot (1 \text{ A}) = 10 \text{ V}$, elektrina na njem pa je $Q_0 = U_0 \cdot 1 \text{ nF} = 10 \text{ nC}$. Po preklopu stikala sta napetosti kondenzatorjev enaki; označimo ju U . Celotna elektrina na zgornjih ploščah kondenzatorjev po preklopu je enaka celotni pred preklopom: $Q_{\text{lev.}} + Q_{\text{des.}} = Q_0 \Rightarrow (1 \text{ nF} + 3 \text{ nF}) \cdot U = 10 \text{ nC}$. Od tu je $U = 2,5 \text{ V}$. Poljska jakost med ploščama desnega kondenzatorja je sorazmerna napetosti med njima: $E_{\text{des.}} = U / 1 \text{ mm} = \underline{\underline{2,5 \text{ kV/m}}}$.

4. Notranja upornost realnega vira je: $R_0 = U_{\text{odp.sp.}} / I_{\text{krat.st.}} = 8 \Omega$. Tok I skozi sponki vira je odvisen tudi od nadomestne upornosti $R_{\text{nad.}}$ uporovnega vezja:

$I = \frac{U_{\text{odp.sp.}}}{R_0 + R_{\text{nad.}}}$. Nadomestno upornost določimo z upoštevanjem vzporednih in



zaporednih vezav: $R_{\text{nad.}} = 3 \Omega \parallel (4 \Omega + (3 \Omega \parallel 6 \Omega)) = 2 \Omega$. Tok I je enak: $I = \frac{4 \text{ V}}{8 \Omega + 2 \Omega} = \underline{\underline{0,4 \text{ A}}}$.

5. Izberimo metodo spojiščnih potencialov; referenčno naj je srednje spojišče. Zaradi idealnosti virov sta potenciala desnega in zgornjega spojišča znana. Potenciala spojišč A in B določimo na podlagi zapisa I. Kirchhoffovega zakona za ti spojišči:

$$\left. \begin{aligned} 1 \text{ A} + \frac{V_A}{5 \Omega} + \frac{V_A - V_B}{2 \Omega} &= 0 \\ \frac{V_B - V_A}{2 \Omega} + \frac{V_B}{2 \Omega} + \frac{V_B - 4 \text{ V}}{1 \Omega} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow V_A = 0, V_B = 2 \text{ V}.$$

Moč tokovnega vira je enaka produktu njegove napetosti in toka:

$$P_{1\text{A}} = (6 \text{ V} - V_A) \cdot 1 \text{ A} = \underline{\underline{6 \text{ W}}}.$$

