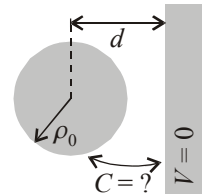


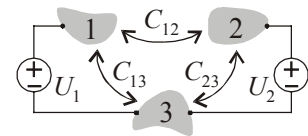
## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

2. kolokvij, 23. januar 2007

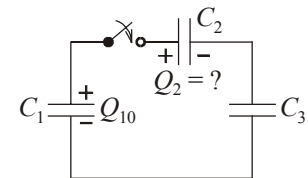
1. Vodnik dolžine  $l = 10$  m in polmera  $\rho_0 = 3$  mm leži ob kovinski steni, na oddaljenosti  $d = 5$  mm. Izračunajte kapacitivnost med vodnikom in steno.



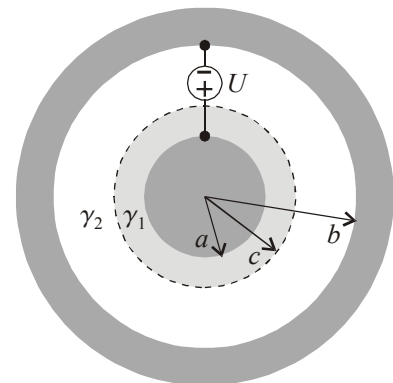
2. Delne kapacitivnosti sistema treh prevodnih teles so  $C_{12} = 1$  pF,  $C_{13} = 2$  pF in  $C_{23} = 3$  pF. Med 1. in 3. telesom priključimo vir napetosti  $U_1 = 2$  kV, med 2. in 3. pa vir napetosti  $U_2 = 1$  kV. Kolikšna energija je akumulirana v električnem polju tega sistema?



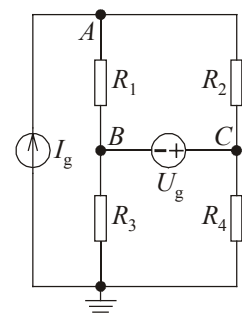
3. Pred vklopom stikala je kondenzator kapacitivnosti  $C_1 = 3$   $\mu$ F naelektrjen,  $Q_{10} = 120$   $\mu$ C; kondenzatorja kapacitivnosti  $C_2 = 3$   $\mu$ F in  $C_3 = 1,5$   $\mu$ F sta takrat še prazna. Določite elektrino  $Q_2$  po vklopu stikala.



4. Sferični kondenzator ima dvojno izolacijo in je priključen na vir napetosti  $U = 1$  kV; njegovo izolacijo določajo polmeri  $a = 4$  mm,  $b = 10$  mm in  $c = 6$  mm in specifični električni prevodnosti  $\gamma_1 = 2 \cdot 10^{-10}$  S/m in  $\gamma_2 = 10^{-10}$  S/m. Kolikšna je joulska moč v vsej izolaciji kondenzatorja?



5. Določite potenciale spojišč  $A$ ,  $B$  in  $C$ . Elemente vezja opredeljujejo vrednosti:  $I_g = 2,5$  A,  $U_g = 5$  V,  $R_1 = 4$   $\Omega$ ,  $R_2 = 1$   $\Omega$ ,  $R_3 = 2$   $\Omega$  in  $R_4 = 3$   $\Omega$ .



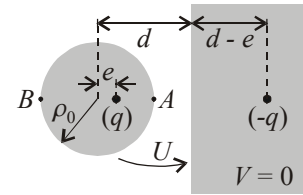
$$\epsilon_0 \approx \frac{10^{-9}}{36\pi} \frac{\text{A s}}{\text{V m}}$$

Rešitve so objavljene na naslovu <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE I (UNI)

### 2. kolokvij, 23. januar 2007, rešitve

1. Če med vodnik in steno priključimo vir napetosti  $U$ , pridobita telesi naelektritvi  $\pm ql$ . Iskani kapacitivnosti  $C$  ustreza razmerje  $ql/U$ . Potencial splošne točke med vodnikom in steno določa med drugim tudi razmerje oddaljenosti le-te do pomožnih elektrin ( $\pm q$ ). Ekscentrično lego  $e$  pomožne elektrine v vodniku izračunamo iz enakosti potencialov v poljubnih dveh točkah na njegovi površini, npr. v točkah  $A$  in  $B$ :

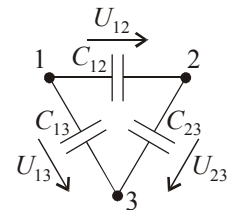


$$V(A) = V(B) \Rightarrow \frac{2d - e - \rho_0}{\rho_0 - e} = \frac{2d - e + \rho_0}{\rho_0 + e} \Rightarrow e = d - \sqrt{d^2 - \rho_0^2} = 1 \text{ mm}.$$

Ker ima stena potencial  $V = 0$ , je napetost  $U$  enaka potencialu vodnika, npr. v točki  $A$ :

$$U = V(A) = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{2d - e - \rho_0}{\rho_0 - e} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln \frac{6 \text{ mm}}{2 \text{ mm}} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0} \ln 3 \Rightarrow C = \frac{ql}{U} = \frac{2\pi\epsilon_0 l}{\ln 3} \cong \underline{\underline{506 \text{ pF}}}.$$

2. Z vidika integralnih količin kot so potencial, napetost, elektrina in energija, moremo sistem treh prevodnih teles modelirati s trikotno vezavo kondenzatorjev kapacitivnosti  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ , in  $C_{23}$ . Napetostim med prevodniki ustrezajo napetosti na kondenzatorjih:  $U_1 - U_2 = U_{12}$ ,  $U_1 = U_{13}$  in  $U_2 = U_{23}$ . Energija, ki je akumulirana v polju sistema, je enaka vsoti električnih energij v kondenzatorjih:



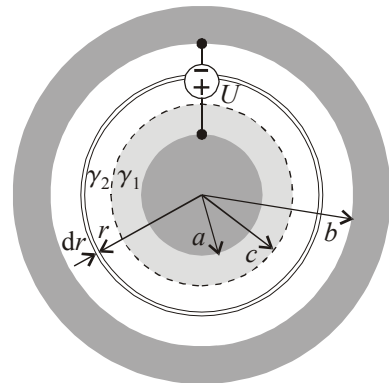
$$W_e = \frac{1}{2} (C_{12} U_{12}^2 + C_{13} U_{13}^2 + C_{23} U_{23}^2) = \underline{\underline{6 \mu\text{J}}}.$$

3. Nadomestna kapacitivnost vezja desnih dveh kondenzatorjev je  $C_{23} = C_2 C_3 / (C_2 + C_3) = 1 \mu\text{F}$ . Po vklopu stikala se elektrina  $Q_{10}$  razdeli med kondenzatorji tako, da je napetost na levem enaka vsoti napetosti na desnih dveh in da sta naelektritvi desnih dveh enaki:  $Q_1 / C_1 = Q_2 / C_{23} = Q_3 / C_{23}$  pri tem pa velja še zakon o ohranitvi naboja,  $Q_{10} = Q_1 + Q_2$ . Sledi:  $Q_2 = \frac{Q_{10}}{1 + C_1 / C_{23}} = \underline{\underline{30 \mu\text{C}}}$ .

4. Joulsko moč  $P$  v izolaciji določata napetost  $U$  kondenzatorja in izolacijska upornost  $R$ :  $P = U^2 / R$ . Upornost izrazimo z integralom diferencialnih upornosti  $dR = dr / 4\pi\gamma r^2$  diferencialno tankih plasti:

$$R = \int_a^b \frac{dr}{\gamma 4\pi r^2} = \int_a^c \frac{dr}{\gamma_1 4\pi r^2} + \int_c^b \frac{dr}{\gamma_2 4\pi r^2} = \frac{1}{4\pi\gamma_1} \left( \frac{1}{a} - \frac{1}{c} \right) + \frac{1}{4\pi\gamma_2} \left( \frac{1}{c} - \frac{1}{b} \right).$$

Po vstavitvi podatkov dobimo:  $R \cong 86,2 \text{ G}\Omega$  in  $P \cong \underline{\underline{11,6 \mu\text{W}}}$ .



5. Vezje analizirajmo npr. po metodi spojiščnih potencialov. Za spojišči  $A$ ,  $B$  in  $C$  zapišimo enačbe I. Kirchhoffovega zakona

$$A: G_1(V_A - V_B) + G_2(V_A - V_C) = I_g,$$

$$B: G_1(V_B - V_A) + G_3 V_B + I_{BC} = 0,$$

$$C: G_2(V_C - V_A) + G_4 V_C - I_{BC} = 0,$$

Drugi dve združimo v eno in se izognemo neznanke  $I_{BC}$ , toku skozi napetostni vir:

$$B \oplus C: -V_A(G_1 + G_2) + V_B(G_1 + G_3) + V_C(G_2 + G_4) = 0.$$

V prvi in zadnji upoštevajmo relacijo  $V_C = V_B + U_g$  in dobimo:

$$(G_1 + G_2)V_A - (G_1 + G_2)V_B = I_g + G_2 U_g,$$

$$-V_A(G_1 + G_2) + V_B(G_1 + G_2 + G_3 + G_4) = -(G_2 + G_4)U_g.$$

Iz danih podatkov vezja sledi rešitev:  $V_A = \underline{\underline{7 \text{ V}}}$ ,  $V_B = \underline{\underline{1 \text{ V}}}$  in  $V_C = \underline{\underline{6 \text{ V}}}$ .

