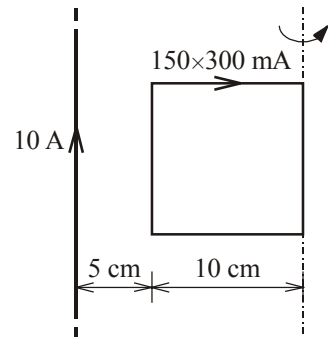


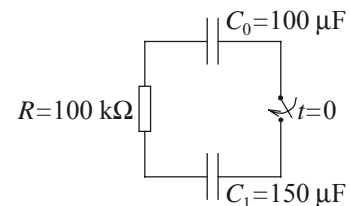
OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (UNI)
izpit, 13. junij 2001

1. Nesimetričen bakren dvovod dolžine 20 m, medosne razdalje 30 mm in polmerov žic 5 in 10 mm, vodi enosmerni tok 250 A. Izračunajte magnetni fluks med osema tega dvovoda!

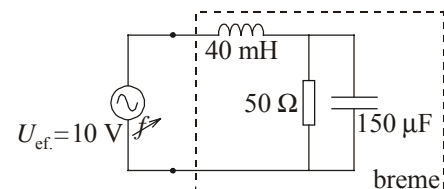
2. Kvadratna tuljavica s 150 ovoji in tokom 300 mA je vrtljiva okrog narisane osi in leži v ravnini z ravnim tokovodnikom, ki vodi tok 10 A. Koliko dela opravimo, da zanko zavrtimo za kot 180° okrog narisane osi?



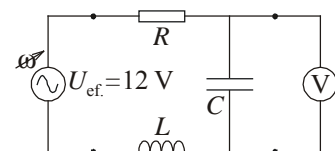
3. Kondenzator kapacitivnosti C_0 je naelektren z nabojem $\pm Q_0 = \pm 3 \text{ mC}$, kondenzator kapacitivnosti C_1 pa je prazen. Ob trenutku $t = 0$ vklopimo stikalo. Izpeljite diferencialno enačbo za napetost u_0 na C_0 po vklopu stikala in določite njen začetni pogoj! Kolikšna bo napetost u_0 po "končanem" prehodnem pojavu?



4. Vezje je vzbujano s harmoničnim virom spremenljive frekvence. Pri kateri frekvenci bo jalova moč bremena enaka nič in kolikšna bo takrat delovna moč bremena?



5. Izrazite frekvenčno odvisnost efektivne napetosti na kondenzatorju nihajnega kroga ($R = 25 \Omega$, $C = 4 \mu\text{F}$ in $L = 5 \text{ mH}$) in izračunajte frekvenco, pri kateri bo odklon voltmetra maksimalen!

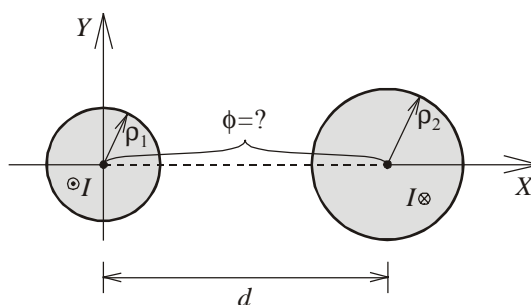


OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (UNI)

izpit, 13. junij 2001

Rešitve

1. Izberimo koordinatni sistem npr. tako kot je prikazano na sliki. Magnetni fluks je po superpoziciji enak vsoti fluksa ϕ_1 , ki ga povzroča tok v levi žici, in fluksa ϕ_2 , ki ga povzroča tok v desni žici. Podobno je tudi $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$. Fluks med osema bomo izračunali kot integral vektorja \vec{B} po pravokotni ploskvi, širine d vzdolž osi X med osema žic (črtkana črta) in dolžine l vzdolž osi Z :



$$\phi_1 = \int_{x=0}^d \vec{B}_1 \cdot d\vec{a} \quad , \quad \phi_2 = \int_{x=0}^d \vec{B}_2 \cdot d\vec{a} \quad ; \quad d\vec{a} = \vec{e}_y l dx$$

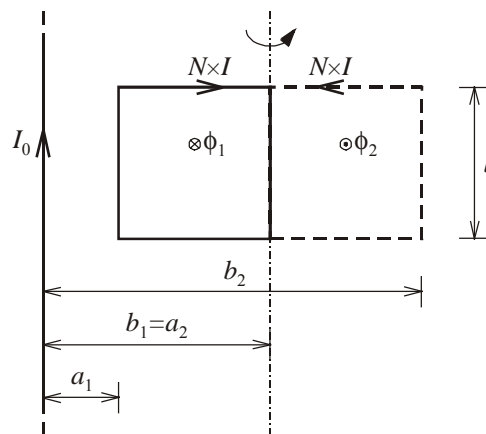
$$\vec{B}_1(x, 0, z) = \begin{cases} \frac{\mu_0 I x}{2\pi \rho_1^2} \vec{e}_y & , \quad |x| \leq \rho_1 \\ \frac{\mu_0 I}{2\pi x} \vec{e}_y & , \quad x > \rho_1 \end{cases} \quad , \quad \phi_1 = \int_0^{\rho_1} \frac{\mu_0 I x}{2\pi \rho_1^2} l dx + \int_{\rho_1}^d \frac{\mu_0 I}{2\pi x} l dx = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{d}{\rho_1}$$

Fluks ϕ_2 izpeljemo na enak način in dobimo:

$$\phi_2 = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \cdot \frac{1}{2} + \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \ln \frac{d}{\rho_2}$$

$$\phi = \phi_1 + \phi_2 = \frac{\mu_0 I l}{2\pi} \left(1 + \ln \frac{d^2}{\rho_1 \rho_2} \right) = 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 250 \text{ A} \cdot 20 \text{ m} \cdot \left(1 + \ln \frac{30^2}{5 \cdot 10} \right) \doteq 3.89 \text{ mWb}$$

2. Delo A , ki ga opravimo, da zanko zavrtimo, je nasprotno delu A_m , ki ga pri tem opravi magnetno polje: $A = -A_m = -I \cdot \Delta\psi$, kjer je I tok v zanki, $\Delta\psi$ pa sprememba magnetnega sklepa skozi zanko v referenčni smeri. Magnetni pretok v začetni legi zanke označimo s ϕ_1 , sklep pa s ψ_1 , v končni legi zanke (črtkana črta) pa s ϕ_2 oz. s ψ_2 :



$$\phi_1 = \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \ln \frac{b_1}{a_1} \quad ; \quad \psi_1 = N \phi_1$$

$$\phi_2 = -\frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \ln \frac{b_2}{a_2} \quad ; \quad \psi_2 = N \phi_2$$

$$\Delta\psi = \psi_2 - \psi_1 = N \frac{\mu_0 I_0 l}{2\pi} \ln \frac{a_2 a_1}{b_2 b_1}$$

$$A = -0.3 \text{ A} \cdot 150 \cdot 2 \cdot 10^{-7} \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A} \cdot \text{m}} \cdot 10 \text{ A} \cdot 10 \text{ cm} \cdot \ln \frac{5}{25} \doteq 14.5 \mu\text{J}$$

3.

$$i = C_0 \frac{du_0}{dt} \quad ; \quad u_R = Ri$$

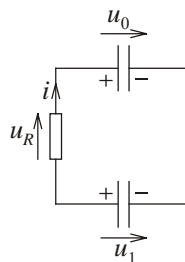
$$u_R + u_0 - u_1 = 0 \Rightarrow RC_0 \frac{du_0}{dt} + u_0 - u_1 = 0$$

$$C_0 u_0 + C_1 u_1 = Q_0 \Rightarrow u_1 = -\frac{C_0}{C_1} u_0 + \frac{Q_0}{C_1}$$

$$RC_0 \frac{du_0}{dt} + u_0 + \frac{C_0}{C_1} u_0 - \frac{Q_0}{C_1} = 0$$

$$\frac{du_0}{dt} + \frac{C_0 + C_1}{RC_0 C_1} u_0 = \frac{Q_0}{RC_0 C_1} \quad ; \quad \tau = \frac{RC_0 C_1}{C_0 + C_1} = 6 \text{ s}$$

$$\text{Začetni pogoj: } u_0(0^+) = \frac{Q_0}{C_0} = 30 \text{ V}$$



Po končanem prehodnem pojavu ($t \gg \tau$) bo $\frac{du_0}{dt} \approx 0$, napetost na C_0 pa $u_0 \approx \frac{Q_0}{C_0 + C_1} = 12 \text{ V}$

4. Elemente bremena označimo takole: $L = 40 \text{ mH}$, $C = 150 \mu\text{F}$ in $R = 50 \Omega$. Jalova moč bremena bo enaka nič, ko bo njegova impedanca Z realna:

$$\underline{Z}(\omega) = j\omega L + \frac{R \frac{1}{j\omega C}}{R + \frac{1}{j\omega C}} = j\omega L + \frac{R}{j\omega CR + 1} = j\omega L + \frac{R - j\omega CR^2}{1 + (\omega CR)^2} = \frac{R}{1 + (\omega CR)^2} + j\omega \left(L - \frac{CR^2}{1 + (\omega CR)^2} \right)$$

$$\text{Im}\{\underline{Z}(\omega_0)\} = 0 \Rightarrow L - \frac{CR^2}{1 + (\omega_0 CR)^2} = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC} - \frac{1}{C^2 R^2}} \doteq 386 \text{ Hz} \Rightarrow f_0 \doteq 61.4 \text{ Hz}$$

$$\underline{Z}(\omega_0) = \frac{R}{1 + (\omega_0 CR)^2} = \frac{L}{CR} \in \Re \Rightarrow P(\omega_0) = \frac{U_{\text{ef.}}^2}{L/CR} = 18.75 \text{ W}$$

5.

$$\underline{U}_C = \underline{U}_V = \frac{\underline{U}_g}{R + j(\omega L - 1/\omega C)} \cdot \frac{1}{j\omega C} = \frac{\underline{U}_g}{j\omega CR - \omega^2 LC + 1}$$

$$U_{V, \text{ef.}}(\omega) = \frac{U_{\text{ef.}}}{\sqrt{(1 - \omega^2 LC)^2 + (\omega CR)^2}} = \frac{U_{\text{ef.}}}{\sqrt{\omega^4 L^2 C^2 - \omega^2 (2LC - C^2 R^2) + 1}}$$

$$U_{V, \text{ef.}}(\omega) = \frac{12 \text{ V}}{\sqrt{(4 \cdot 10^{-16} \text{ s}^4) \omega^4 - (3 \cdot 10^{-8} \text{ s}^2) \omega^2 + 1}}$$

Odklon voltmetra bo maksimalen, ko bo izraz pod korenem imel minimum:

$$\left. \frac{d}{d\omega} \left((4 \cdot 10^{-16} \text{ s}^4) \omega^4 - (3 \cdot 10^{-8} \text{ s}^2) \omega^2 + 1 \right) \right|_{\omega=\omega_0} = 0$$

$$(16 \cdot 10^{-16} \text{ s}^4) \omega_0^3 - (6 \cdot 10^{-8} \text{ s}^2) \omega_0 = 0 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{6 \cdot 10^{-8} \text{ s}^2}{16 \cdot 10^{-16} \text{ s}^4}} \doteq 6.12 \text{ kHz}$$

