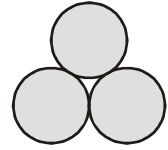


## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (UNI)

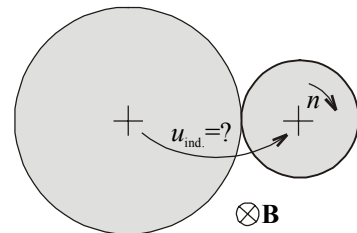
izpit, 5. septembra 2002

1. Snop treh žic vodi tok  $I$ . Določite silo na dolžinski meter ene od žic, če je polmer žic  $a$ !

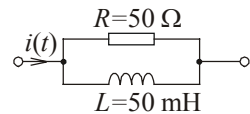


2. Simetričen bakren dvovod ima naslednje izmere: polmer žic je 5 mm, njuna medosna razdalja je 10 cm in dolžina dvovoda je 75 m. Izračunajte magnetni pretok med osema vodnikov, če dvovod vodi tok 30 A!

3. Desni kolut ženemo z  $n$  obrati na minuto, levi pa se brez drsenja vrti ob njem v obratni smeri. Polmer desnega je  $a/2$  polmer levega pa  $a$ . Izrazite inducirano napetost med osema kolutov, če se vrtita v homogenem magnetnem polju gostote  $B$ , ki vpada pravokotno nanju!



4. Določite jalovo moč na dvopolu, ki je vzbujan s tokom  $i(t) = 10 \cos(1000 \text{ s}^{-1}t) \text{ A}$ !



5. Tuljavo z induktivnostjo 20 mH in upornostjo navitja  $1.5 \Omega$  priklopimo na enosmerni napetostni vir z napetostjo 12 V in notranjo upornostjo  $0.5 \Omega$ . Izračunajte čas po priklopu, v katerem bo akumulacija magnetne energije v polju tuljave dosegla 50% te energije, po končanem prehodnem pojavu!

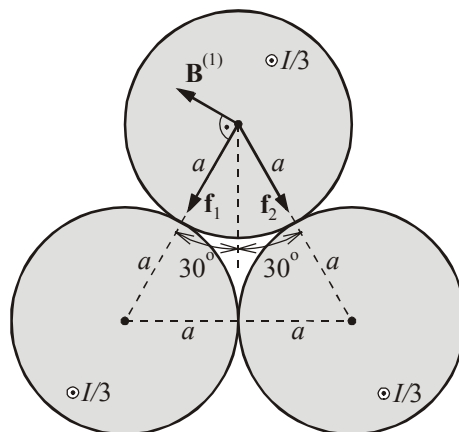
Rešitve so objavljene na: <http://torina.fe.uni-lj.si/oe>.

## OSNOVE ELEKTROTEHNIKE II (UNI)

izpit, 5. septembra 2002

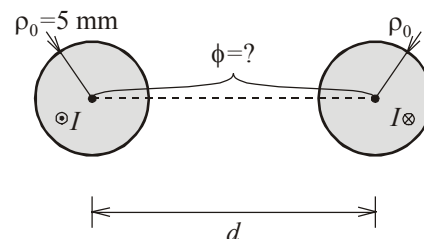
Rešitve

1. Določimo silo na npr. zgornji vodnik. Sili  $\mathbf{f}_1$  in  $\mathbf{f}_2$  (glej sliko), s katerima spodnja dva vodnika delujeta na zgornjega, imata enaki navpični komponenti, ter nasprotni vodoravni. Rezultančna sila  $\mathbf{f} = \mathbf{f}_1 + \mathbf{f}_2$  ima zato le navpično komponento, ki je dvakrat večja od navpične komponente sile  $\mathbf{f}_1$ :  $f = 2f_1 \cos 30^\circ$ ;  $f_1 = \frac{I}{3} B^{(1)}$  (velikost sile na dolžinski meter, s katero spodnji levi vodnik deluje na zgornjega), kjer je  $B^{(1)} = \frac{\mu_0 I/3}{2\pi(2a)}$  gostota magnetnega pretoka, ki jo spodnji levi vodnik povzroča v osi zgornjega. Za velikost sile na dolžinski meter



zgornjega vodnika tako dobimo:  $f = 2 \frac{I}{3} \frac{\mu_0 I/3}{2\pi(2a)} \cos 30^\circ = \frac{\mu_0 I^2}{12\sqrt{3}\pi a}$ , smer te sile pa je navpično navzdol.

2. Magnetni pretok, ki ga med osema vodnikov povzroča levi vodnik, je zaradi simetrije enak pretoku, ki ga povzroča desni vodnik:  $\phi = \phi_{\text{lev.}} + \phi_{\text{des.}} = 2\phi_{\text{lev.}}$ . Pretok levega vodnika določimo tako, da med osema integriramo gostoto magnetnega pretoka  $B_{\text{lev.}}$ , ki jo povzroča ta vodnik. Izraz za gostoto, ki jo povzroča raven vodnik okroglega preseka, je različen za notranjost in zunanost



vodnika:  $\phi_{\text{lev.}} = \int_0^{\rho_0} B_{\text{lev., not.}}(\rho) l d\rho + \int_{\rho_0}^d B_{\text{lev., zun.}}(\rho) l d\rho = \int_0^{\rho_0} \frac{\mu_0 I \rho}{2\pi \rho^2} l d\rho + \int_{\rho_0}^d \frac{\mu_0 I}{2\pi \rho} l d\rho$ , kjer je  $l = 75$  m

dolžina dvovoda. Ko integrala rešimo in pretok  $\phi_{\text{lev.}}$  pomnožimo z 2, dobimo celotni pretok  $\phi$  med

osema vodnikov:  $\phi = \frac{\mu_0 I l}{\pi} \left( \frac{1}{2} + \ln \frac{d}{\rho_0} \right) \doteq \boxed{3.15 \text{ mV} \cdot \text{s}}$ .

3. Inducirano napetost  $u_{\text{ind.}}$  med osema kolutov določimo kot vsoto inducirane napetosti  $u_{\text{ind.1}}$  med osjo in obodom levega koluta ter napetosti  $u_{\text{ind.2}}$  med obodom in osjo desnega koluta:

$u_{\text{ind.}} = u_{\text{ind.1}} + u_{\text{ind.2}} = -\pi a^2 B f_1 - \pi \left( \frac{a}{2} \right)^2 B f_2$ , kjer sta  $f_1 = \frac{n/2}{60}$  in  $f_2 = \frac{n}{60}$  frekvenci vrtenja levega ter desnega koluta (zaradi dvakrat večjega obsega je frekvenca levega dvakrat manjša od frekvence desnega). Inducirana napetost med osema bo torej:  $u_{\text{ind.}} = -\pi a^2 B \frac{n/2}{60} - \pi \frac{a^2}{4} B \frac{n}{60} =$

$$= \boxed{-\frac{1}{80} \pi a^2 B n}$$

4. Jalova moč  $Q$  na dvopolu je enaka imaginarnemu delu navidezne moči  $\underline{S}$  dvopola:  $Q = \text{Im}\{\underline{S}\}$ ;

$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{U} \underline{I}^* = \frac{1}{2} \underline{Z} \underline{I}^2$ , kjer sta  $\underline{U}$  kompleksor napetosti na dvopolu in  $\underline{Z}$  impedanca dvopola:

$\underline{Z} = \frac{j\omega LR}{R + j\omega L} = \frac{j(1000 \text{ s}^{-1}) \cdot (50 \text{ mH}) \cdot (50 \Omega)}{(50 \Omega) + j(1000 \text{ s}^{-1}) \cdot (50 \text{ mH})} = 25 \cdot (1 + j) \Omega$ . Navidezna moč je potem:

$\underline{S} = \frac{1}{2} \cdot (25 \Omega) \cdot (1 + j) \cdot (10 \text{ A})^2 = 1250 \cdot (1 + j) \text{ VA}$  in jalova:  $\boxed{Q = 1250 \text{ VAR}}$ .

5. Po drugem Kirchhoffovem zakonu sledi:

$$U_g = R_g i + L di/dt + R_L i. \text{ Od tod sledi diferencialna}$$

enačba za tok  $i$ :  $\frac{di}{dt} + \frac{R_g + R_L}{L} i = \frac{U_g}{L}$ . Začetni pogoj za

tok  $i$ , ki je tok skozi tuljavo, se glasi:  $i(0) = 0$  (kot

trenutek priklopa tuljave na vir smo izbrali  $t = 0$ ). Rešitev diferencialne enačbe z začetnim

pogojem je:  $i(t \geq 0) = \frac{U_g}{R_g + R_L} (1 - e^{-t/\tau})$ , kjer je  $\tau = \frac{L}{R_g + R_L} = 10 \text{ ms}$  časovna konstanta

prehodnega pojava. Časovni potek akumulacije magnetne energije v polju tuljave je:

$W_m(t \geq 0) = \frac{1}{2} Li^2(t) = \frac{LU_g^2}{2(R_g + R_L)^2} (1 - e^{-t/\tau})^2$ . Čas po priklopu, ko ta energija doseže 50% svoje

končne vrednosti  $W_m(t \rightarrow \infty) = \frac{LU_g^2}{2(R_g + R_L)^2}$ , označimo s  $t_0$ :  $W_m(t_0) = \frac{1}{2} W_m(t \rightarrow \infty)$ . Od tod sledi:

$$\frac{LU_g^2}{2(R_g + R_L)^2} (1 - e^{-t_0/\tau})^2 = \frac{1}{2} \frac{LU_g^2}{2(R_g + R_L)^2} \Rightarrow (1 - e^{-t_0/\tau})^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow t_0 = \tau \ln \frac{1}{1 - 1/\sqrt{2}} \doteq \boxed{12.3 \text{ ms}}.$$

