

## V. Magnetnostatično polje

### 40. Amperov zakon magnetne sile

#### Tokovni element

Imamo zanko in vir, ki po zanki poganja istosmerni tok. Zanko razumemo kot niz kratkih odsekov  $\delta l$  vzdolž toka. Vsakemu pripada točka T s krajevnim vektorjem  $\mathbf{r}$ . Takim segmenom kroga pravimo tokovni elementi.

#### Jakost oz. moment tokovnega elementa

#### Amperov zakon magnetne sile

Amperovo magnetno silo na tokovi element v praznem prostoru zapišemo kot:

Sili  $\delta \mathbf{F}_m$  in  $\delta \mathbf{F}_m'$  nista vzajemni, ne skladata se niti po smeri, niti po velikosti.

#### Primerjava Coulombove in Amperove sile (prvič)

Imamo dve elektrini, ki se vzporedno gibljeta z enakima hitrostima. Elektrinama pripadata momenta. Magnetna sila bo privlačna, medtem ko oboje Coulombova sila odbojna. Skupna sila bo odbojna.

#### Primerjava Coulombove in Amperove sile (drugič)

Imamo napetostni generator, ki preko dvovoda napaja breme. Izberemo si dva nasprotiležeča tokovna elementa. V tokovnem elementu imamo prosto elektrino  $\delta Q_{\text{prosta}}$ , ki jo predstavljajo mobilni elektroni, ki se gibajo v nasprotni smeri toka. Imamo tudi mirujočo strukturo elektrin  $\delta Q_{\text{mirujoča}}$ , ki je v vsakem delčku volumna tokovnega elementa uravnotežena z  $\delta Q_{\text{prosta}}$ .  $\delta Q_{\text{mirujoča}} + \delta Q_{\text{prosta}} = 0$ . Ne povzročata polja  $\mathbf{E}$  v prostoru. Poleg teh dveh pa imamo na površini tokovnih elementov še presežno elektrino  $\delta Q_{\text{presežna}}$ . Iz tega je razvidno, da bo za magnetno silo med tokovnimi elementoma odgovorna  $\delta Q_{\text{prosta}}$ , za električno silo pa  $\delta Q_{\text{presežna}}$ .

### 41. Vektor gostote magnetnega pretoka

Izhajali bomo iz Amperovega zakona za časovno konstantne toke, za katere velja brezizvornost. Zapišemo še enkrat magnetno silo na tokovni element.

Iz izraza vidimo, da tokovnemu elementu  $\mathbf{l}'$  pripada v prostoru vektorsko polje  $\mathbf{B}$ . Magnetno polje okarakterizira vektor gostote magnetnega pretoka  $\mathbf{B}$ .

#### Biot-Savartov zakon

Zakon, ki tokovnemu elementu v točki T' priredi vektor gostote magnetnega pretoka (v splošni točki), zapišemo z izrazom (enota je T):

Kot vzporedniko k Biot-Savartovem zakonu moramo navesti izraz za elektrostatično polje točkaste elektrine. Tako kot je bil slednji iztočnica za elektrostatično polje, bo Biot-Savartov zakon za magnetno pole.

**Integralni Biot-Savartov zakon:**

Ko pa je  $\mathbf{B}$  enkrat znan, je magnetna sila na tokovni element določena z vektorskim produktom:

### **Magnetno polje tokovnega elementa**

Kot analogijo vzamemo električno polje točkaste elektrine. Razvidno je, da magnetno polje pada s kvadratom razdalje in da je magnetno polje še kotno odvisno. Vplivnost električnega točkastega vira v okolico je izotropna (enakovredna v vseh smereh), vplivnost magnetnega točkastega vira pa je anizotropna (neenakovredna v posameznih smereh).

## **42. Magnetni pretok**

Vpeljemo nov pojem, imenovali ga bomo magnetni pretok oziroma magnetni fluks. Definiran je kot pretok gostote  $\mathbf{B}$  skozi orientirano ploskev  $\mathbf{A}$ . Če nas zanima pretok v nasprotni smeri je potrebno normalo  $\mathbf{n}$  obrniti v  $-\mathbf{n}$ . Številska vrednost pretoka bo nasprotno predznačena.

## **43. Neizvornost magnetnega polja**

Razdelek bi lahko naslovili tudi kot Gaussov stavek polja  $\mathbf{B}$ . Osrednje vprašanje bo, kolikšen je pretok  $\mathbf{B}$  skozi sklenjeno ploskev  $\mathbf{A}$ .

Dobljena enačba je tudi III. Maxwellova enačba, ki pravi, da je magnetno polje  $\mathbf{B}$  brezizvorno.

### **Posledica neizvornosti magnetnega pretoka**

V prostoru imamo konturo  $L$ , na katero napnemo dve opni  $A$  in  $A_1$ . Pozitivna smer normale na ploski je tista, ki jo dobimo po desnem pravilu. Fluks skozi katerokoli opno napeto na  $L$  je neodvisen od odlike opne. Pretok ni odvisen od opne, ampak samo od konture na katero je napeta.

## 44. Vrtinčnost magnetnega polja

Stokesov stavek vektorja  $\mathbf{B}$

Vrtinčnost  $\mathbf{B}$  je za nesklenjeno tokovno nit med  $T$  in  $T$ .

### Vrtinčnost magnetnega polja sklenjenih tokov

Krivuljni integral vektorja  $\mathbf{B}$  vzdolž sklenjene krivulje  $L$  je sorazmeren vsoti tokov, ki opno  $A$  na konturi  $L$  prestopijo v pozitivnem smislu.

## 45. Sile in delo magnetnega polja

### Naelektren delec v polju

Gibalna enačba za gibanje delca v vakuumu ob prisotnosti  $\mathbf{E}$  in  $\mathbf{B}$ :

#### 1.) Gibanje naelektrenega delca v homogenem električnem polju

Gibalna enačba:

Dobljeno gibanje je v smeri začetne hitrosti enakomerno, v smeri električnega polja pa pospešeno, trajektorija je parabola (analogija s kinematiko – poševni met)

#### 2.) Gibanje naelektrenega delca v homogenem magnetnem polju

Gibalna enačba:

Razstavimo  $\mathbf{v} = \mathbf{v}_{\text{pravokotna}} + \mathbf{v}_{\text{vzporedna}}$ . Absolutna vrednost hitrosti se ohranja, magnetna sila je pravokotna na  $\mathbf{B}$  in  $\mathbf{v}_{\text{pravokotna}}$ . Delec enakomerno kroži z radialnim pospeškom, ki je enak odvodu  $\mathbf{v}_{\text{pravokotna}}$ . Po drugi strani pa se zaradi  $\mathbf{v}_{\text{vzporedna}}$  giblje enakomerno. Tir je spirala.

### Vzajemnost magnetnih sil med dvema togima tokovnima zankama

Vzemimo dve togi tokovni zanki  $L_1$  in  $L_2$  s tokoma  $I_1$  in  $I_2$ .

$$\mathbf{F}_{m1} + \mathbf{F}_{m2} = \mathbf{0}$$

Medsebojni magnetni sili med togima tokovnima zankama sta vzajemni.

### **Delo magnetnih sil**

Imamo zanko v prostoru, ki se premakne od neke začetne lege do končne lege. Delo je:

Ugotovimo, da če se tokovna zanka lahko giba, se bo vedno premaknila tako, da se bo pretok skozi njo v referenčni smeri povečal.

### **Navor na tokovno zanko v magnetnem polju**

Zanka naj bo tako majhna, da je magnetno polje enakomerno homogeno.

Težnja navora je poravnati  $\delta\mathbf{a}$  z  $\mathbf{B}$  (zasukati zanko v stabilno lego), da se pretok skozi zanko zaradi  $\mathbf{B}$  in lastni pretok zanke podpirata.

### **Magnetni dipole in magnetni dipolski moment**

Majhno tokovno zankico razumemo kot točkasti magnetni dipole, priredimo ji magnetni dipolski moment:

Navor na tokovno zankico z momentom:

## **46. Snov v magnetnem polju**

Do sedaj smo magnetno polje obravnavali le v vakuumu in pogojno v prevodnikih, ki vodijo konduktivne toke in nimajo magnetnih lastnosti.

### **Gostota magnetnih dipolskih momentov**

Kos poljubnega materiala postavimo v magnetno polje. Notranji, Amperovi tokovi so permanentno prisotni ali pa se pod vplivom polja šele inducirajo. Permanentni dipoli se težijo postaviti v smer polja  $\mathbf{B}$ , medtem ko se inducirani dipoli formirajo v obratni smeri. V majhnem volumnu snovi bi bilo smiselno govoriti o vektorski vsoti dipolnih momentov  $\delta\mathbf{m}$  in o volumski gostoti momentov  $\mathbf{M}$ .

V nadaljevanju bomo za to gostoto uporabljali nov termin – vector magnetizacije.

## 47. Vektor magnetne poljske jakosti

Z vpeljavo vektorja  $\mathbf{H}$ , ki je izključno vezan na makroskopske (merljive) toke, se znebimo vektorja  $\mathbf{M}$ , ki je vezan na nepoznano porazdelitev internih Amperovih tokov:

In še dalje:

Enačbo imenujemo vrtničnost vektorja  $\mathbf{H}$  oziroma Amperov zakon toka. Prebrali pa bi ga takole: sklenjen krivuljni integral vektorja magnetne poljske jakosti je enak pretoku konduktivnega toka skozi opno na konturi v pozitivnem smislu.

## 48. Magnetne lastnosti snovi

Zanima nas zveza med  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{M}$  in  $\mathbf{H}$ .

### Magnetna susceptibilnost

Opređeljuje zvezo med vektorjema  $\mathbf{H}$  in  $\mathbf{M}$ .

$$\mathbf{M} = \chi_m * \mathbf{H}$$

$\chi_m$  je lahko:

- Sorazmernostni factor, če je magnetic linearen
- Funkcija  $\mathbf{H}$ -ja ali  $\mathbf{B}$ -ja, če bo snov nelinearna
- Tenzor, če je snov anizotropna

$$\mathbf{B} = \mu_0(\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0(1 + \chi_m) \mathbf{M} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} = \mu \mathbf{H}$$

$\mu_0$  – permeabilnost vakuuma

$\mu_r$  – relativna permeabilnost

$\mu$  – permeabilnost snovi

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H} + \mu_0 \mathbf{M} = \mu_0 \mathbf{H} + \mathbf{I}$$

$\mathbf{I}$  –vektor magnetne polarizacije

### Diamagnetizem

Snov se ne magnetizira, obnaša se kot prazen prostor.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mu_r = 0,9999XX$$

### Paramagnetizem

Snov se ne magnetizira, obnaša se kot prazen prostor.

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{H}$$

$$\mu_r = 1,0000XX$$

### **Feromagnetizem**

Magnetna susceptibilnost je izredno visoka od nekaj sto do nekaj sto tisoč. Sosednji atomi v kristalni strukturi so razporejeni v Weisssove domene, znotraj katerih so magnetni dipolski momenti istosmerno orientirani. Pod vplivom zunanjega polja **B** se ti momenti začnejo obračati v smeri polja – magnetenje.

#### 1.) Začetna krivulja magnetenja – deviška krivulja

Prvi od diagramov soodvisnosti med **H** in **B** je t.i. začetna magnetilna krivulja. Za začetno fazo magnetenja je karakteristična reverzibilnost. V drugi fazi, se domene sunkoma obračajo. V zadnji fazi – fazi zasičenja – so domene v celoti orientirane. Magnetizacija doseže maksimum, kar pomeni, da je naklon magnetilke v zasičenju enak permeabilnosti vakuumu.

#### 2.) Gostota (B), jakost (H), magnetizacija (M) in polarizacija (I) v (H,B) diagramu

#### 3.) Relativna permeabilnost

- Statična
- Dinamična
- Začetna

#### 4.) Curiejeva temperatura

Nad Curierjevo temperaturo  $T_c$ , ki je vsakemu feromagnetiku svojska, se magnetik obnaša kot paramagnetna snov. Npr. Železo nad  $770^\circ \text{C}$ .

#### 5.) Remanentna gostota ( $B_r$ )

To je gostota, ki jo feromagnetik zadrži, ko se magnetilni tok prekine.

#### 6.) Histerezna zanka

Če si zamislimo, da se magnetna jakost izmenoma spreminja od  $H_0$  do  $-H_0$  in obratno, potem usmerjanje domen vseskozi fazno zaostaja (kasni). Kasnilna pentlja je v takem primeru simetrična. To fazno zaostajanje podaja v (H,B) diagramu t.i. histerezna zanka. Točna na diagramu  $H_C$  se imenuje koercitivna poljska jakost; to je tista potrebna poljska jakost magnetnega polja v nasprotni smeri, ki izniči učinek še preostale magnetizacije, da je  $B = 0$ . Površina kasnilke je povezana z histereznimi izgubami.

Glede na širino pentlje ločimo:

- Trdomagnetne materiale (skoraj pravokotna pentlja)
- Mehkomagnetne materiale (skoraj »brez površine«)

#### 7.) O antimagnetikih in feromagnetikih

- Antimagnetiki se obnašajo kot neferomagnetiki, saj imajo dipolske momente poravnane vzporedno, a z nasprotno usmerjenostjo
- Feromagnetiki imajo enako poravnano, le da ti še vedno formirajo domene. Polarizacija nasičenja je petina tiste pri feromagnetikih.

## 49. *Mejni pogoji magnetnega polja*

Izhajamo iz brezizvornosti magnetne gostote  $\mathbf{B}$  in iz vrtinčnosti magnetne jakosti  $\mathbf{H}$ . To sta enačbi makroskopskih količin magnetnega polja in veljata povsod, torej tudi na meji dveh različnih snovi.

### **Mejni pogoj vektorja $\mathbf{B}$**

Beremo kot: Normalna komponenta vektorja  $\mathbf{B}$  prestopa mejo dveh snovi zvezno.

### **Mejni pogoj vektorja $\mathbf{H}$**

Beremo kot: tangencialna komponenta vektorja magnetne poljske jakosti napravi na meji (s ploskovnim tokom) skok v velikosti ploskovnega toka, ki je pravokoten na tangencialno smer. Če na meji ni tokovne obloge, prehaja tangencialna komponenta vektorja  $\mathbf{H}$  mejo zvezno.

Če privzamemo linearnost magnetika, potem se ejna pogoja se združita v t.i. zakonitost preloma magnetnega polja ( ko je  $K = 0$  ).

## 50. *Skalarni magnetni potencial*

Če smo izven območja toka ( $J = 0$ ) in so izbrane sklenjene zanke  $L$  takšne, da ne objamejo nobenega toka, potem je Amperov zakon toka homogen:

Lahko bi rekli, da je magnetna jakost nevrtnična izven toka in v konturah, ki toka ne objamejo.

Ob naštetih pogojih velja:

- Potencialni razliki ustreza krivuljni integral jakosti  $\mathbf{H}$  po katerikoli dovoljeni poti
- Razlika potencialov ustreza magnetna napetost
- Če izberemo referenčno točko  $R$  je potencial
- Če bomo poznali skalarno polje  $V_m$ , bo  $\mathbf{H}$  določen z odvodom v smeri normale na ekvipotencialko

## Skalarni magnetni potencial tokovne zanke

### 51. Magnetna vezja

#### Gradniki magnetne strukture

- Vira, ki sta določena z številom ovojev  $N$  in tokovnim virom  $I$
- Magnetno polje je ujeto v feromagnetno jedro in se ohranja, presek =  $S$ , srednja dolžina poti  $l_s$
- Reža ima učinek »upora«

#### Gradniki magnetnega vezja

##### 1.) Magnetni upor

Imamo kos magnetnega kanala z dolžino  $l$  in presekom  $S$ , ki je iz feromagnetika z znano  $(H, B)$  karakteristiko. Privzamemo, da je polje homogeno. Magnetna upornost:

Magnetna upornost zračne reže, ki je ponavadi izrazito vredna upoštevanja:

##### 2.) Generator magnetne napetosti

Magnetni napetosni vir z napetostjo

#### Modelno magnetno vezje

Narišemo generatorske magnetne napetosti in magnetne upore. Magnetni pretok je analogen »toku«.

#### Analiza modelnega magnetnega vezja

Analogija - Kirchhoffova zakona. Vsota magnetnih pretokov v spojišču je enaka nič:

Vsota napetosti v zanki je enaka nič:

#### Nelinearno magnetno vezje

Ko feromagnetno jedro ni linearno. Rešitev podajamo v  $(H, B)$  diagramu.

##### 1.) Magnetenje po deviški krivulji

Tej enačbi v  $(H, B)$  diagramu ustreza premica z naklonom  $-G_0 = -1/R_0$ , delovna točka =  $D$

##### 2.) Magnetenje po simetrični histerezi pentlje



## VI. Dinamično elektromagnetno polje

### 40. Uvod v elektrodinamiko

Velje splošen ohranitveni zakon:

#### **Snovne lastnosti v časovno spremenljivem polju**

Relaksacijski časi v prevodnikih so hipni. V prevodnikih velja Ohmon zakon za poljubne časovne oblike polja:

#### **Polarizacijski tok**

V časovno spremenljivem električnem polju se praktično »sočasno« s poljem  $\mathbf{E}$  spreminja tudi vektor polarizacija  $\mathbf{P}$ . Polarizacijskim tokovom v izolatorju pripada tokova gostota:

#### **Kvazistatično polje**

Če so prostorske razsežnosti struktur majhne v primerjavi z  $\lambda_m = c/f_m$ , potem moramo njim prirediti kvazistatično magnetno polje u uporabo Biot-Savartovega izreka. Enako velja za uporabo Coulombovega zakona za električno polje v izolatorju. V področju kvazistatičnosti uporabljamo Amperov zakon:

Polarizacijske toke bomo zanemarili, konduktivne toke v zankah pa bomo, navkljub morebitni kondenzatorki prekinitvi, smatrali kot sklenjene.

### 41. Faradejev zakon indukcije

#### **Lenzovo pravilo**

Inducirani tok v zanki se vzpostavi vedno tako, da se magnetni fluks tega induciranelega toka upira časovni spremembi vzročnega fluksa v zanki.

#### **Samoindukcija**

Inducirana napetost v zanki je posledica časovne spremembe celotnega fluksa v zanki (tako tujega, kot lastnega).

## **Inducirana napetost**

Če se skozi sklenjeno zanko magnetni fluks spreminja, potem se v zanki inducira napetost.

Fluks skozi opno zapišemo kot:

Odnos med  $u_{\text{ind}}$  in  $\Phi$  oz. odnos med  $E_{\text{ind}}$  in  $\mathbf{B}$  zapišemo kot:

## **Druga Maxwellova enačba**

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_{\text{statično}} + \mathbf{E}_{\text{inducirano}}$$

Coulombovo polje elektrin pa ima to lastnost, da je njen sklenjen krivuljni integral vedno enak nič:

Dobimo II. Maxwellovo enačbo:

V dinamičnem polju postane  $\mathbf{E}$  vrtinčno polje:

## **Inducirano elektrostatično polje**

Elektrostatično polje v induciranih poljih ni nujno določeno samo z elektrinami, ki bi bile kot »dodatek«, ki bi ha »postavili« k osnovni nalogi, ampak se v dinamičnih razmerah to polje izzove.

## **Transformatorska in gibalna inducirana napetosti**

Ločili bomo dva načina induciranja:

- Transformatorski način, pri katerem fizične strukture mirujejo in se gostota  $\mathbf{B}$  časovno spreminja
- Gibalni način, pri katerem se oblika in/ali lega fizičnih struktur spreminja

Za inducirano napetost dobimo izraz, prvi člen je transformatorska inducirana napetost, drugi člen pa gibalna inducirana napetost:

## **Magnetni sklep**

Za magnetni sklep bomo pisali:

Inducirana napetost vzdolž konture bo:

Kar je Faradejev zakon v najbolj splošni obliki.

## **Pojav indukcije v nesklenjenih (prevodnih) konturah**

### **42. Medsebojna in lastna induktivnost**

Lastna induktivnost, če je  $j = k$ .

Medsebojna induktivnost, če je  $j \neq k$

Ena ali druga induktivnost bo nadalje definirana s kvocientom:

Oz. Kot magnetni sklep  $j$ -te zanke zaradi toka v  $k$ -ti zanki.. Enota je henry.

### **Dileme in težave pri določanju induktivnosti**

Pri debelem vodniku pride ob harmoničnem vzbujanju do kožnega efekta, tokova gostota je ob površini večja kot na sredini.

Izbira konture pri debelem vodniku (krožnem); ne izberemo ne notranje, ne zunanje, ne srednje, ampak izračunamo povprečje sklopov:

### **Vzajemnost medsebojnih induktivnosti**

Razmerje med posledico v eni in vzrokom v drugi zanki je stalnica.

### **Tuljava kot gradnik električnih vezij**

Padec napetosti na tuljavi v smeri toka:

### **Faktor sklopa**

Vpeljemo t.i. sklopni faktor  $k$ , ki govori o stopnji magnetne povezanosti med dvema zankama. Sklopni faktor med  $i$ -to in  $k$ -to zanko je definiran kot:

Včasih se govori tudi o faktorju stresanja, ki govori o stopnji nepovezanosti med zankama.

Medsebojna induktivnost:

### **43. Energija magnetnega polja**

#### **Magnetna energija linearnih sistemov**

Prvotno energijsko bilanco med splošnima zaporednima trenutkoma  $t_1$  in  $t_2$  pišemo kot:

Preberemo: energijski vložek virov se delno pretvori v toploto, delno pa se porabi za gradnjo magnetnega polja. Dalje. Magnetenje linearnega sistema je reverzibilen proces, tisti del energije, ki se porabi za magnetenje prostora se (ob primernih pogojih) more v celoti dobiti nazaj.

Trenutna energija magnetnega polja za  $n$  sklopljenih tuljav:

#### **Tokovno-napetostne in energijske razmere v nelinearnih magnetnih strukturah**

Ne govorimo več o pojmu induktivnosti. Primer je navitje na feromagnetnem jedru z izrazito nelinearno krivuljo magnetenja in po vrhu še z ožjo ali širšo histereznno pentljo. Energijski vložek za magnetenje jedra od časa  $t = 0$  do  $t$ :

Povprečna moč histereznih izgub:

#### **Gostota magnetne energije**

Gostoto akumulirane magnetne energije v linearnem prostoru zapišemo tudi kot:

#### **Induktivnost kot energijski koeficient**

Pogoj je linearna struktura:

### **Gibalni procesi v magnetnem polju**

Komponente sile  $\mathbf{F}_m$  za linearen sistem dobimo kot:

Za nelinearen sistem je formula skoraj enaka, le pred parcialne odvode dodamo minus.

### **Ploskovne sile na mejah linearnih magnetnih snovi**

Na meji dveh magnetnih snovi s permeabilnostima  $\mu_1$  in  $\mu_2$  ploskovne sile z gostoto:

## **44. Razširjen Amperov zakon toka**

### **Vrtinčnost vektorja $\mathbf{B}$ odprte tokovne niti**

Če imamo v prostoru več odprtih tokovnih niti, potem je vrtinčnost vektorja  $\mathbf{B}$  /  $\mu_0$  po pentlji  $L$  enaka vsoti tokov skozi opno  $A$  in časovni spremembi pretoka vektorja  $\epsilon_0 \mathbf{E}$  skozi to ploskev. Zapišemo:

### **Posplošitev vrtinčnosti $\mathbf{B}$ na vse toke**

Če pripada tudi ostalim tokom (konvektivnemu, polarizacijskemu in Amperovemu) kvantitativno in kvalitativno enako magnetno polje kot konduktivnemu, potem moramo vrtinčnost vektorja  $\mathbf{B}$  v prejšnji enačbi razširiti na vse toke, ki opno  $A$  na konturi  $L$  prestopajo v pozitivnem smislu:

Vsoto tokov bomo razumeli kot:

## **I. Maxwellova enačba**

## **45. Enačbe elektromagnetnega polja**

### **I. Maxwelllova enačba – razširjen Amperov zakon**

Pravi: Vrtinčnost vektorja magnetne poljske jakosti na pentlji  $L$  je enaka pretoku konduktivnega in konvektivnega ter premikalnega (poljskega toka) skozi opno  $A$ , ki je na  $L$  napeta in pozitivno orientirana.

### **II. Maxwelllova enačba**

Pravi: Vrtinčnost vektorja električne poljske jakosti na pentlji  $L$  je enaka negativnemu pretoku časovne spremembe vektorja gostote magnetnega pretoka skozi opno  $A$ , ki je na  $L$  napeta in orientirana v pozitivnem smislu.

### **III. Maxwelllova enačba – Gaussov stavek magnetnega polja**

Enačba govori o neizvornosti magnetnega polja.

Pretok vektorja gostote magnetnega polja skozi sklenjeno ploskev  $A$  je vedno nič.

### **IV. Maxwelllova enačba – Gaussov stavek električnega polja**

Električno polje je izvorno. Pretok vektorja gostote električnega pretoka skozi sklenjeno ploskev  $A$  je enak množini objete proste elektrine.

### **Lorentzova sila**

Preko te sile se prepoznavajo učinki elektromagnetnega polja.

Na električno nabit delec deluje v elektromagnetnem polju sila, ki je odvisna od jakosti električnega polja, gostote magnetnega polja in od hitrosti samega delca.

### **Kontinuitetna enačba**

Pretok vektorja gostote makroskopskega električnega toka skozi sklenjeno ploskev  $A$  je v vsakem trenutku enak časovnemu pojemu množine proste elektrine znotraj  $A$  (v  $V$ ).

### **Joulov zakon**

Pri vzdrževanju konduktivnih tokov v prevodnikih se sprošča toplotna energija. Izgubna moč:

### **Energija elektrenja**

Za vzpostavitev električnega polja je potrebno v sistem vložiti določeno množino energije. Gostota vložene energije elektrenja od časa  $t = 0$  do  $t$  je:

V linearnih sistemih je energija enaka:

### **Energija magnetenja**

Za vzpostavitev magnetnega polja je potrebno v sistem vložiti določeno količino energije. Gostota energijskega vložka od  $t = 0$  do  $t$  je:

V primeru, da je magnetenje reverzibilno, govorimo o akumulirani magnetni energiji. V linearnem sistemu je gostota te energije enaka:

### **Snovne lastnosti**

Ohmov zakon v prevodnikih:

V območju delovanja neelektrične potisne sile smo ga razširili z gonilno električno poljsko jakostjo  $E_g$ :

V pogojih linearnosti velja v izolatorjih zveza:

V magnetikih pa zveza:

### **Sekundarni viri v snoveh**

V dielektrikih so to dipoli – lokalno polarizirane vezane elektrine – ki jih popisujemo z vektorjem polarizacije:

V magnetikih so sekundarni viri lokalne Amperove tokovne zankice, magnetni dipoli, katerih gostoto popisujemo z vektorjem magnetizacije:

### **Dopolnilna enačba pri gibanju**

Če se kontura, v kateri pišemo inducirano napetost, giblje, potem je razširitev sledeča:

Enačba je aktualna pri obravnavi vrtljivih električnih strojev.

**46. Osnove elektromagnetnega valovanja in difuzije**

**VII. Električna vezja spremenljivih tokov**

**40. Uvod v linearna električna vezja**

Obravnavamo le idealne elemente, brez parazitnih pojavov.

**41. Elementi linearnih električnih vezij**

Upor

Kondenzator

Tuljava

Sklop več tuljav



## **42. Kirchhoffova zakona in bilanca moči**

### **I. Kirchhoffov zakon**

Vsota pritekajočih tokov v spojitve je enaka vsoti odtekajočih tokov.

### **II. Kirchhoffov zakon**

Vsota napetosti v sklenjeni zanki je enaka nič.

### **Bilanca moči in energij v električnem vezju**

Tellegenov stavek.

Vsota trenutnih moči generatorjev je enaka vsoti trenutnih moči na pasivnih elementih.

Če bi enačbo integrirali po času: Vsota energijskih vložkov generatorjev je enaka vsoti sproščene toplote in vsoti v tem času akumulirane el. in mag. energije.

## **43. Osnove prehodnih pojavov**

Primer:

Vklop:

Napišemo DE in vstavimo začetni pogoj.

Preklop:

## **44. Harmonično vzbujana električna vezja**

### **Kompleksor harmonične količine**

Kompleksor harmonične funkcije  $f(t)$  oz. Kompleksna amplituda:

## **45. Kompleksni račun**

**Relacija med kompleksorjem toka in napetosti na pasivnih elementih**

- **Upor**

Amplitudi sta v razmerju upornosti, fazi sta enaki.

- **Kondenzator**

Amplitudi sta v razmerju  $C\omega$ . Faza toka pa je za  $\pi/2$  večja od faze napetosti.

- **Tuljava**

Amplitudi sta v razmerju  $\omega L$ . Faza napetosti pa je za  $\pi/2$  večja od faze toka.

- **Sklopljeni tuljavi**

Za magnetno povezani tuljavi, z induktivnostima  $L_1$  in  $L_2$  in medsebojno induktivnostjo  $M$ .

### **Kazalčni diagram**

Če je diagram narisano v izbranem merilu, potem nam dolžine kazalcev in koti med njimi podajajo »otipljive« količine.

### **Kirchhoffova zakona v kompleksnem**

Za kazalec napetosti in toka veljata I. in II. Kirchhoffov zakon.

### **Impedanca in admitanca**

Po analogiji z Ohmovim zakonom v enosmernih vezjih priredimo kvocientu kazalcev napetosti in toka ustrezno kompleksno upornost ali t.i. impedanco oz. kompleksno prevodnost ali t.i. admitanco. Zaporedni in vzporedni vezavi priredimo nadomestno impedanco in admitanco.

### **Kompleksor moči – delovna, jalova in navidezna moč**

Povprečno moč imenujemo delovna moč; označimo jo s  $P$  in zanjo pišemo:

Jalova oz. Reaktivna moč je amplituda izmenjujoče moči. Razviden razloček med delovno in jalovo močjo napravimo tudi z enotami. Delovno moč računamo in merimo v  $W$ , medtem ko jalovo moč izražamo v reaktivnih volt-amperih  $VAr$ .

Nadalnje vpeljemo še navidezno moč oz. kompleksor navidezne moči:

### **$j\omega$ -metoda**

Operacija odvajanja v časovnem prostoru se prevede v množenje z  $j\omega$  v kompleksnem prostoru in operacija integriranja v časovnem prostoru se prevede v deljenje z  $j\omega$  v kompleksnem prostoru.

### **46. Metode reševanja harmonično vzbujanih vezij**

Če bi bilo v vezju več magnetno sklopljenih tuljav, bi vsako tuljavo nadomestili s pasivnim elementom, ki pripada impedanci te tuljave, in z več krmiljenimi viri, ki jih »vodijo« toki ostalih tuljav.

#### 1. Metoda vejnih tokov

Vejne napetosti izrazimo z vejnimi tokovi, dodamo tokovne enačbe.

#### 2. Metoda vejnih napetosti

Daljša pot, podobno kot spojiščni potenciali.

#### 3. Metoda zračnih tokov

Podobno kot pri enosmernih vezjih, izračunamo zračne tokove in dobimo vejne tokove.

### **47. Stavki o harmonično vzbujanih vezjih**

#### **Stavek superpozicije**

V kompleksnem ta stavek velja za linearna vezja, ki so vzbujana s koherentnimi viri – napetosti (toki) nihajo z enako frekvenco (faze so v splošnem različne). Kazalec toka (ali napetosti) neke veje moremo potemtakem izraziti kot vsoto kazalcev delnih tokov, ki jih povzročajo posamezni viri v vezju. V nasprotnem, ko viri niso koherentni, omenjen stavek v kompleksnem ne velja, velja pa v časovnem prostoru.

#### **Stavek o nadomestitvi**

Če v harmonično vzbujanem vezju poznamo tok veje ali napetost veje, potem moremo vejo zamenjati s tokovnim virom ali napetostnim virom in ostanejo ob tem razmere v vezju nespremenjene.

#### **Stavek Thevenina in stavek Nortona**

Stavka lahko prikrojimo tudi za harmonično aktivno linearno dvopolno vezje.

#### **Stavek Tellegena**

Če istosmiselno označimo kazalce napetosti in tokov velja:

Vsota kompleksorjev moči generatorjev je enaka vsoti kompleksorjev moči na bremenih.

#### **Stavek največje moči**

Maksimalna moč nastopi pri

Takrat je maksimalna delovna moč na bremenu:

Ko je bremenska upornost čisto realna velja:

## **Stavek recipročnosti**

Če imamo pasivno linearno štiripolno vezje rezultat zapišemo takole:

### **48. Posebne vezave elementov**

#### **Resonančni krog – nihajni krog**

- Zaporedni nihajni krog
- Vzporedni nihajni krog
- Splošno o resonanci

#### **Brezizgubni in popolno sklopljeni transformatorji**

Ohmske upornosti navitij ( $R$ ) bomo zanemarili glede na induktivne ( $\omega L$ ). Feromagnetno jedro bomo razumeli kot idealno povezavo med navitjema (brez notranjih toplotnih izgub).

- 1.) Napetostna prestava
- 2.) Magnetilni tok (na sekundarju odprte sponke)
- 3.) Ravnotežni tok (na sekundarju breme)
- 4.) Tokovna prestava
- 5.) Transformacija moči
- 6.) Idealni, brezizgubni, popolno sklopljeni transformator (o idealnem transformatorju govorimo, ko je magnetno jedro idealno. Permeabilnost gre proti neskončno, zato tudi  $L_1, L_2, M$  proti neskončno)

## 49. Trifazni sistem napetosti

### Osnove večfaznih sistemov

Večfazni sistem napetosti razumemo kot sistem koherentnih harmoničnih napetostnih virov s katerimi vzbujamo kako večpolno pasivno vezje.

Kompleksori moči po posameznih fazah:

Trenutna moč, ki jo sistem generatorjev daje v pasivno vezje:

### Simetrični trifazni sistem

Prednosti:

- Omogoča izvedbo vrtilnega polja (asinhronski motor)
- Trifazni daljnovod zmore na določenem napetostnem nivoju prenašati trikrat večjo moč kot enofazni
- Konstantna moč prenešene energije

### Prireditev kompleksorjev k efektivnim vrednostim harmoničnih količin

Do sedaj sta bila  $\underline{U}$  in  $\underline{I}$  veza vezana na amplitudi, v energetiki pa so uveljavljeni kazalci toka in napetosti, ki so prirejani na efektivno vrednost:

$$\underline{I}_{ef} = \underline{I} / \sqrt{2} \qquad \underline{U}_{ef} = \underline{U} / \sqrt{2}$$

Impedanca na spremembo ni občutljiva. Izjema je le kompleksor moči.

$$\underline{S} = \frac{1}{2} \underline{U} \underline{I}^* = \underline{U}_{ef} \underline{I}_{ef}^*$$

V nadaljevanju bomo pripis »ef« izpuščali, čeprav bomo operirali z efektivnimi kazalci.

### Medfazne napetosti

Napetosti med posameznimi fazami:

### Trifazno breme v zvezda vezavi

Breme priključimo na posamezne fazne napetosti. Če je breme simetrično je povratni tok nič.

### Trifazno breme v vezavi trikot

V trikotno vezavo se običajno vežejo simetrična trifazna bremena (npr. trifazni motor s simetričnim navitjem)