Univerza *v Ljubljani*
Fakulteta *za elektrotehniko*

NELINEARNE REGULACIJE

- Nelinearni sistemi
- Metode za analizo nelinearnih sistemov
  - **Opisna funkcija**
  - Fazna ravnina
- Integralski pobeg

Metode za analizo nelinearnih sistemov

- Sodobno: numerični pristop (simulacije)
- Druge metode: omejitve, npr. na en sam nelinearni člen
  - Pravila transformacije blokovnih shem: kot pri linearnih
  - Dodatna pravila:
    - Ne zamenjati vrstnega reda L in N
    - Nelinearnih členov ne smemo prestaviti preko sumatorjev
    - Sistemov z nelinearnostjo ne moremo ponazoriti z enim samim blokom

Opisna funkcija

- Temelji na harmonski analizi
- Analogija frekvenčni karakteristiki

Opisna funkcija

$$\frac{x_1}{y_1} = G(j\omega, y_1) = \beta \cdot e^{j\psi}$$

$$\beta = \frac{x_1}{y_1} = \frac{\sqrt{A_1^2 + B_1^2}}{y_1} = \beta(\omega, y_1)$$

$$\psi = \mathrm{arctg}\frac{A_1}{B_1} = \psi(\omega, y_1)$$

Za **vsako amplitudo** osnovne harmonske komponente vzbujalnega signala y_1 dobimo posebno krivuljo: **družina krivulj**

Opisna funkcija

- Zakaj lahko samo osnovna harmonska?
  - L(s) ima dolge časovne konstante (slabi višjeharmonske komponente)
  - Višjeharmonske komponente (y) imajo navadno majhne amplitude glede na osnovno harmonsko komponento

- Posebni primer: $G \neq G(\omega)$, $G = G(y_1)$

$$N(y_1) = \frac{x_1}{y_1} = \beta(y_1) \cdot e^{j\psi(y_1)}$$

... opisna funkcija

(krivulja v Gaussovi ravnini, parameter je y_1)

Opisna funkcija

- Nasprotna obratna funkcija **opisni funkciji**:

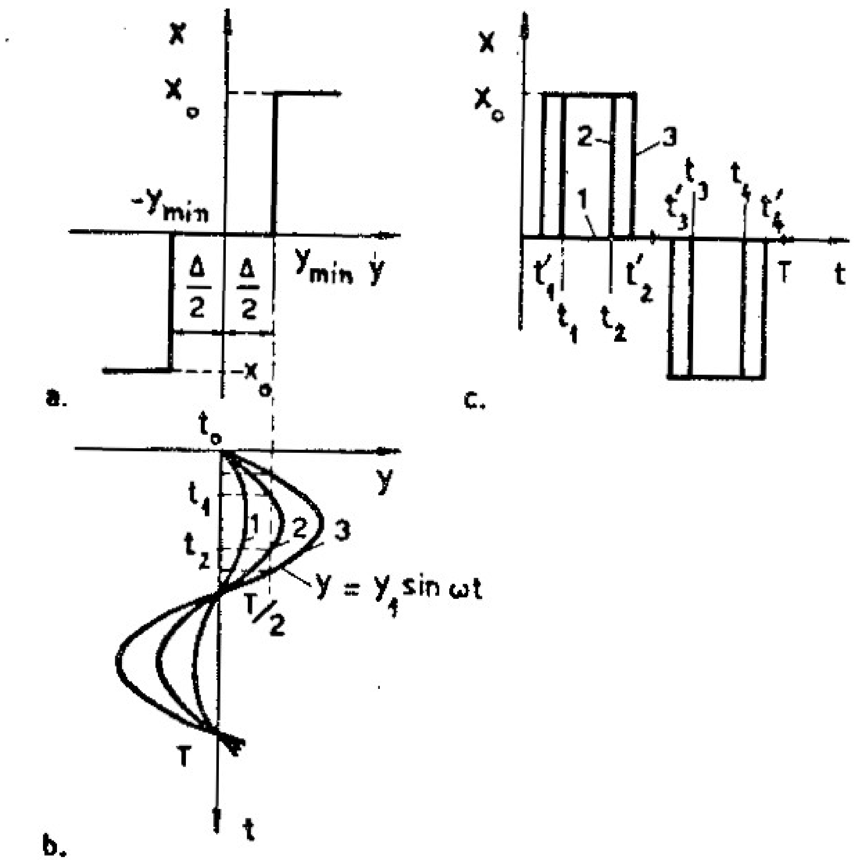
$$R(y_1) = -\frac{1}{N(y_1)} = -\frac{1}{\beta(y_1)} \cdot e^{-j\psi(y_1)} = \left|R(y_1)\right| \cdot e^{-j(\psi(y_1)+\pi)} = \left|R(y_1)\right| \cdot e^{j\varphi(y_1)}$$

$$\left|R(y_1)\right| = \frac{1}{\beta(y_1)} \qquad \varphi(y_1) = -\pi - \psi(y_1)$$

... enačba kritične trajektorije

Opisna funkcija

- Dvopoložajni člen z mrtvo cono, brez histereze:



Sl. 6.17

vhodni signal : $y = y_1 \sin(\omega t)$

izhodni signal $x(t)$: *po Fourierju*

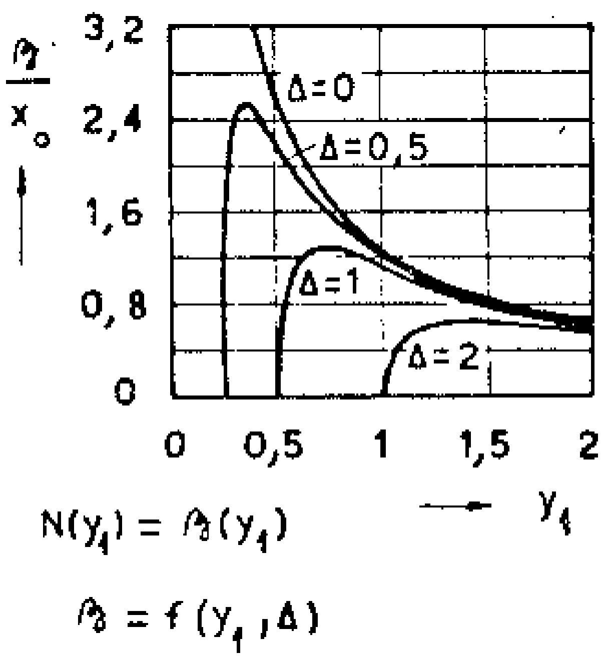
$$A_1 = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\cos(\omega t)dt \qquad B_1 = \frac{2}{T}\int_0^T x(t)\sin(\omega t)dt$$

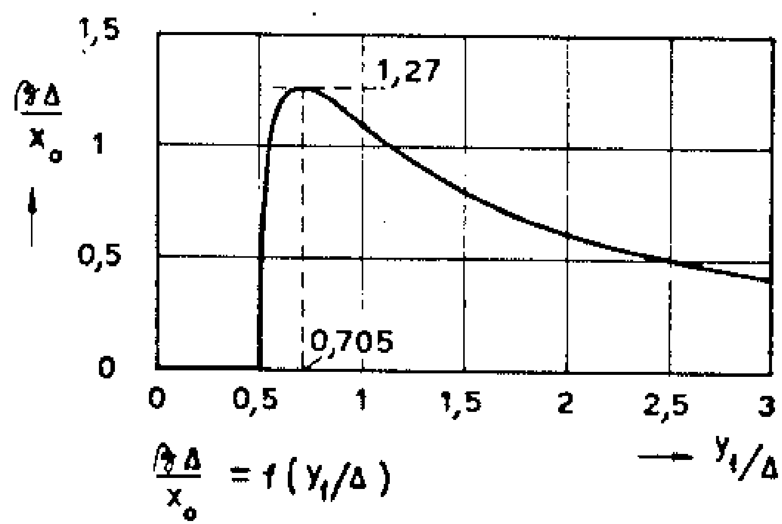
$$\beta(y_1) = \frac{x_1}{y_1} = \frac{4x_o}{\pi\, y_1}\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{2y_1}\right)^2}$$

$$\psi(y_1) = 0$$

Opisna funkcija

- Dvopoložajni člen z mrtvo cono, brez histereze:





Opisna funkcija

- Dvopoložajni člen z mrtvo cono, brez histereze:

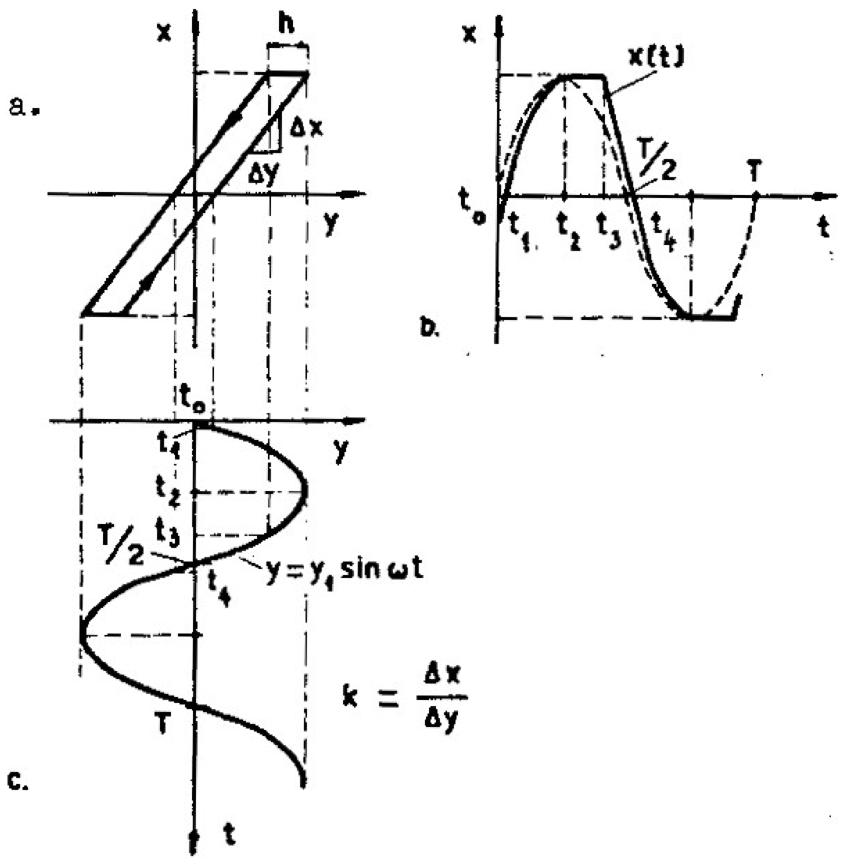
Enačba kritične trajektorije:

$$R(y_1) = -\frac{\pi\, y_1}{4x_o} \frac{1}{\sqrt{1-\left(\frac{\Delta}{2y_1}\right)^2}}$$

brez mrtve cone ($\Delta = 0$)...

Opisna funkcija

- Člen s histerezo:



vhodni signal: $y = y_1 \sin(\omega t)$

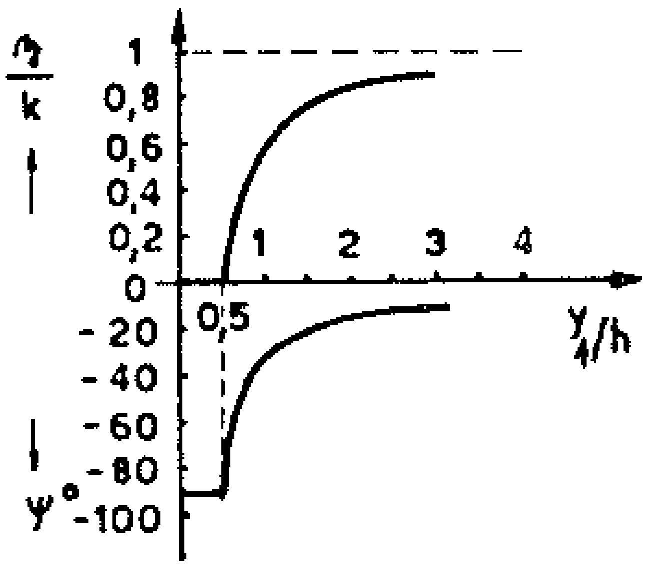
izhodni signal $x(t)$: *po Fourierju*

$$\beta(y_1) = \frac{x_1}{y_1} \ \ldots$$

$$\psi(y_1) \neq 0 \ \ldots$$

Opisna funkcija

- Člen s histerezo:



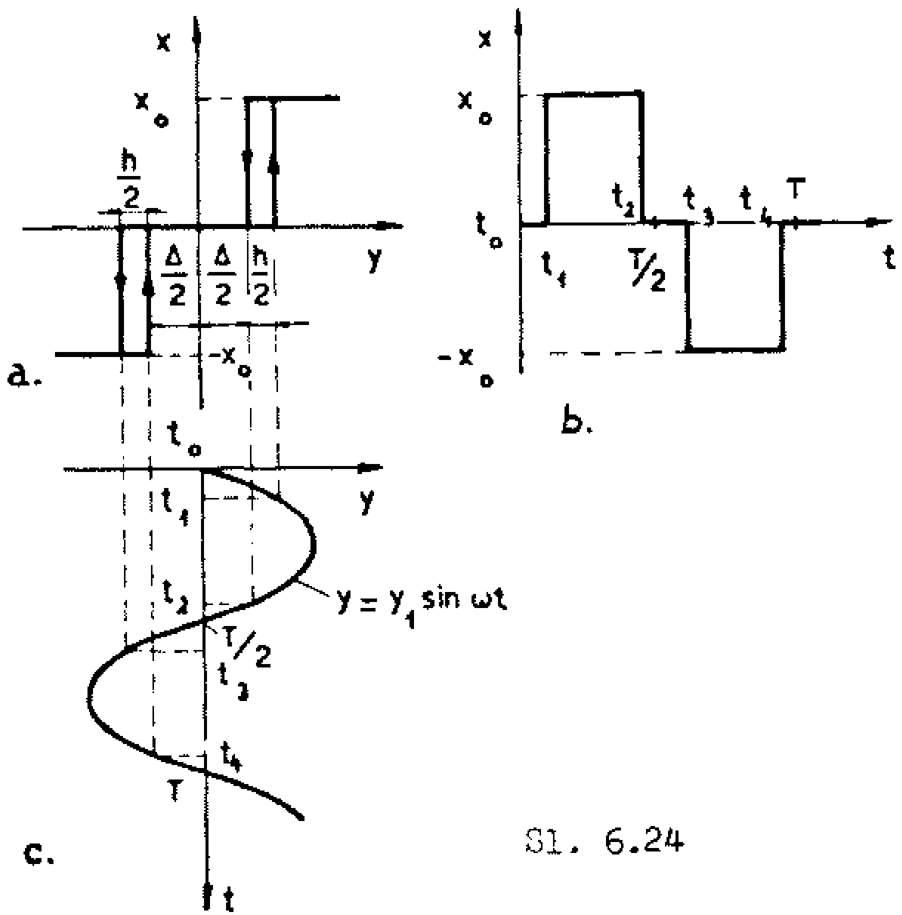
$$\beta(y_1) = \frac{x_1}{y_1} \ldots$$

$$\psi(y_1) \neq 0$$

Kritična trajektorija: ni na realni osi!!!

Opisna funkcija

- Dvopoložajni člen z mrtvo cono in s histerezo:



Sl. 6.24

vhodni signal : $\quad y = y_1 \sin(\omega t)$

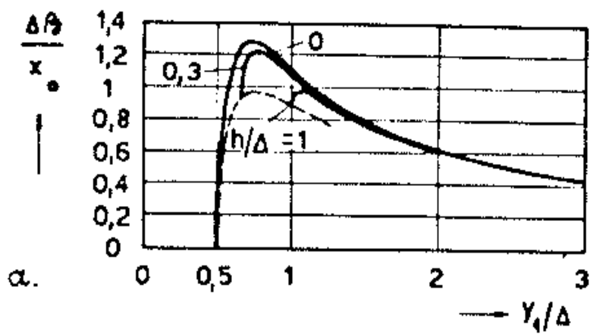
izhodni signal $x(t)$: $\quad$ *po Fourierju*

$$\beta(y_1) = \frac{x_1}{y_1} \; \ldots$$

$$\psi(y_1) \neq 0 \; \ldots$$

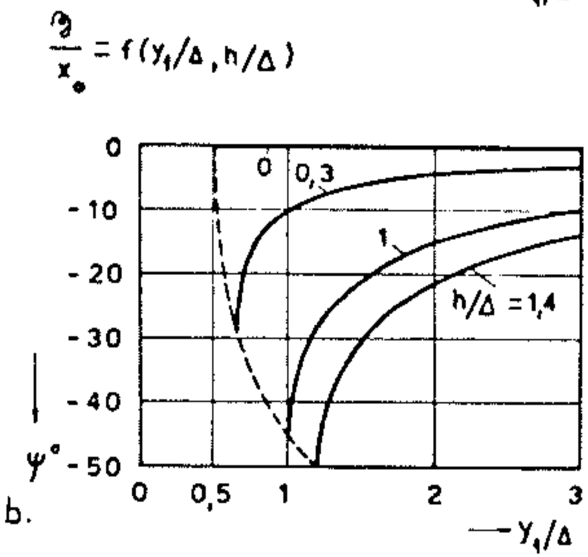
Opisna funkcija

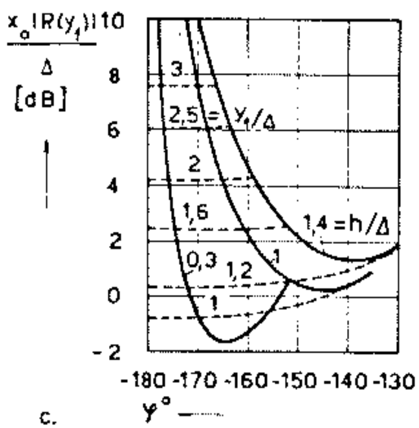
- Dvopoložajni člen z mrtvo cono in s histerezo:



$$R(y_1) = -\frac{1}{N(y_1)} = -\frac{1}{\beta(y_1)} \cdot e^{-j\psi(y_1)} = \left|R(y_1)\right| \cdot e^{-j(\psi(y_1)+\pi)} = \left|R(y_1)\right| \cdot e^{j\varphi(y_1)}$$

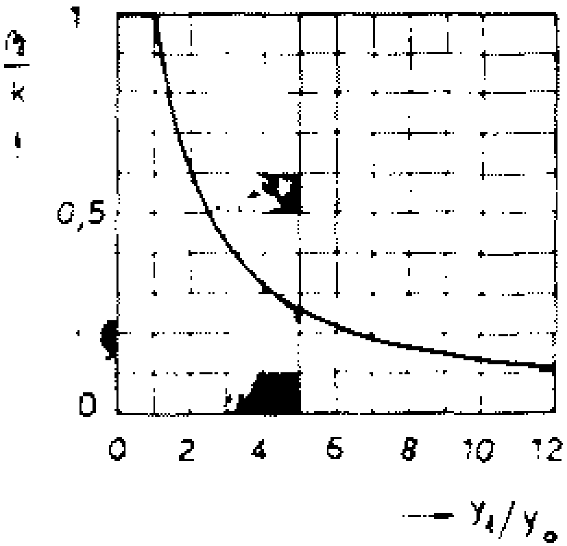
$$\left|R(y_1)\right| = \frac{1}{\beta(y_1)} \qquad \varphi(y_1) = -\pi - \psi(y_1)$$





Opisna funkcija

- Člen z nasičenjem:



$N(y_1) = q(y_1)$; $\psi(y_1) = 0$

Sl. 6.27

$$R(y_1) = -\frac{\pi y_o}{2x_o} \cdot \frac{1}{\arcsin\frac{y_o}{y_1} + \frac{y_o}{y_1}\sqrt{1-\left(\frac{y_o}{y_1}\right)^2}}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer

Karakteristična enačba:

$$H(s,\varepsilon_1) = \frac{x(s)}{x_{\check{z}}(s)} = \frac{N(\varepsilon_1)\cdot L(s)}{1+N(\varepsilon_1)\cdot L(s)}$$

$$1+N(\varepsilon_1)\cdot L(s) = 0$$

Kritična trajektorija:

$$R(\varepsilon_1) = L(j\omega) = -\frac{1}{N(\varepsilon_1)}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer

Vrišemo krivulje (za vsak ε_1):

$$N(\varepsilon_1) \cdot L(j\omega)$$

$$(N(\varepsilon_1) \neq N(j\omega))$$

Preprosteje - vrišemo posebej: $R(\varepsilon_1),\ L(j\omega)$

Potem opazujemo dogajanje:

namesto glede na kritično točko - **glede na kritično trajektorijo**!!!

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (1. zgled)

Nelinearni člen: nasičenje

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Za K_1: stabilno za vse ε_1

Za K_2: ???

MEJNO NIHANJE

frekvenca mejnega nihanja: ω_c

amplituda mejnega nihanja na vhodu v nelinearni člen: ε_c

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (2. zgled)

Nelinearni člen:
z mrtvo cono in s histerezo

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (2. zgled)

Zmanjšamo K ali povečamo mrtvo cono:

Nelinearni člen:
  z mrtvo cono in s histerezo

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (2. zgled)

Zmanjšamo mrtvo cono:

Nelinearni člen:
z mrtvo cono in s histerezo

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (3. zgled)

Nelinearni člen:
z mrtvo cono in s histerezo

$$L(s) = \frac{K(1+sT_3)}{s^2(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Opisna funkcija

- Uporaba: ugotavljanje stabilnostnih razmer (4. zgled)

Nelinearni člen:
z mrtvo cono in s histerezo

$$L(s) = \frac{K(1+sT_3)}{s^2(1+sT_1)(1+sT_2)}$$

Opisna funkcija

- Vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa

Nelinearni člen: dvopoložajni,
brez histereze, brez zakasnitve,
brez mrtve cone

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT)}$$

Opisna funkcija

- Vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa

Nelinearni člen: ***z nasičenjem***,
brez histereze, brez zakasnitve,
z mrtvo cono

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT)}$$

Opisna funkcija

- Vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa

Nelinearni člen: ***z nasičenjem***,
brez histereze,
z zakasnitvijo,
z mrtvo cono

zakasnitev (**mrtvi čas**):
pod linearni del...

$$L(s) = \frac{K}{s(1+sT)} \cdot e^{-sT_m}$$

$$L(s) \approx \frac{K}{s(1+sT)(1+sT_m)}$$

Opisna funkcija

- Vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa

Nelinearni člen: ***z nasičenjem***,
brez histereze,
z zakasnitvijo,
z mrtvo cono

$$L(s) \approx \frac{K}{s(1+sT)(1+sT_m)}$$

povečanje mrtvega časa:

$$\omega_c \downarrow \qquad \varepsilon_c \uparrow$$

Opisna funkcija

- Vpliv mrtve cone, histereze in mrtvega časa

Nelinearni člen: ***z nasičenjem***,
s histerezo,
z zakasnitvijo,
z mrtvo cono

$$L(s) \approx \frac{K}{s(1+sT)(1+sT_m)}$$

vpliv histereze:

$$\omega_c \downarrow \qquad \varepsilon_c \uparrow$$

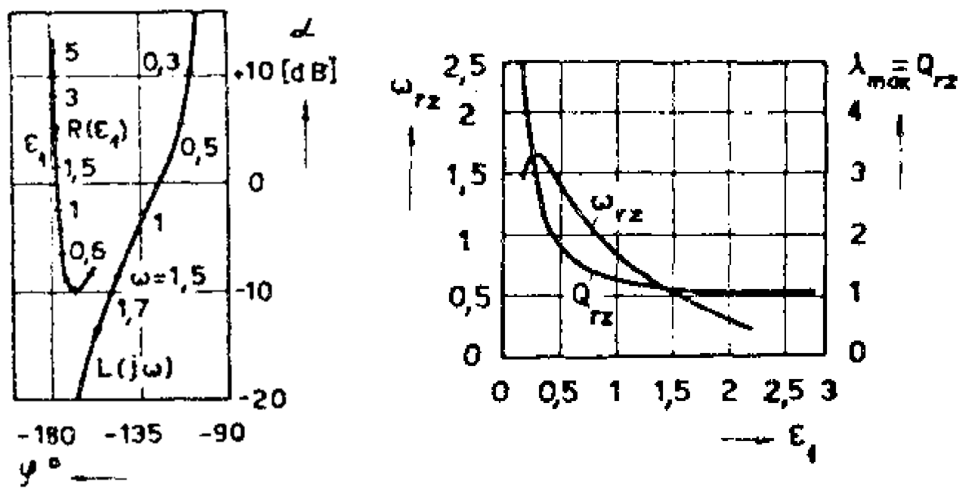
(ponavadi, podobno kot povečanje T_m)

Opisna funkcija - pregled

Opisna funkcija

- Korekcija: ne samo stabilnost, temveč tudi prehodni pojavi...

Grafično, Nicholsov diagram (λ_{max})



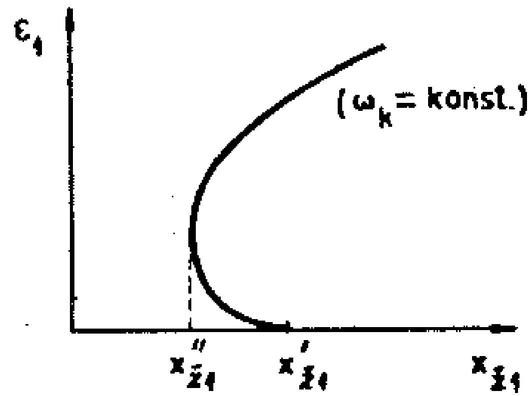
Vplivanje na linearni ali nelinearni del...

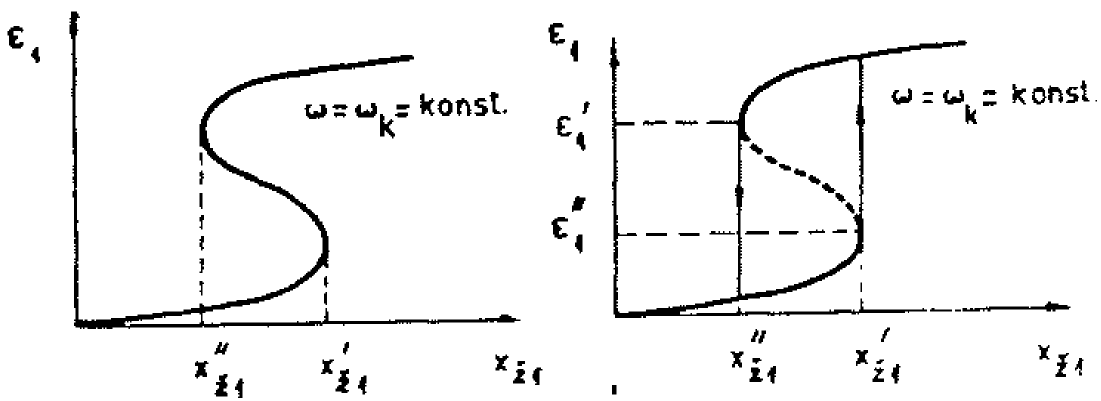
Opisna funkcija

- Nihanja neavtonomnih sistemov

Pri sinusnem vzbujanju...

$$x_{ž} = x_{ž1}\sin(\omega t)$$





a. b.

Amplitudni skok
(resonančni skok)