3. Diskretno-dogodkovna simulacija

LMSV
LAMS

- Uvod v sisteme diskretnih dogodkov
- Naključne spremenljivke
- Verjetnostne porazdelitve
- Naključni procesi
- Sistemi čakalnih vrst
- Simulacija sistemov diskretnih dogodkov
- Simulink – Simevents

3.1 Uvod v sisteme diskretnih dogodkov

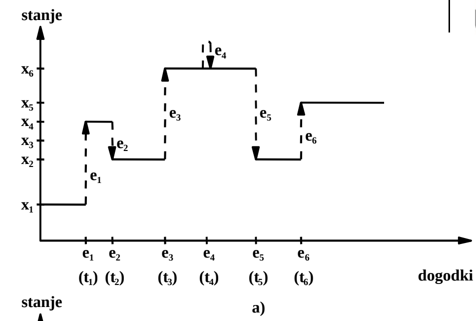
LMSV
LAMS

- Angl. ***Discrete event (dynamic) systems***, kratica DES ali DEDS
- So dinamični sistemi, katerih dinamika je povezana s pojavljanjem dogodkov
- Tovrsten značaj imajo predvsem sodobni sistemi, ki jih je ustvaril človek:
  - proizvodne ali sestavljalne linije v tovarnah
  - prometni sistemi na kopnem, vodi in v zraku
  - vojaški sistemi odločanja in poveljevanja
  - računalniški sistemi
  - računalniška komunikacijska omrežja

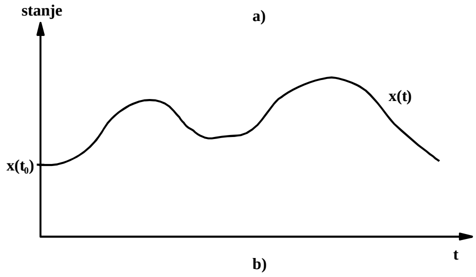
Diskretno-dogodkovni in zvezni dinamični sistemi

LMSV LAMS

Diskretno-dogodkovni dinamični sistem (gonilo razvoja so »dogodki«)



Zvezni dinamični sistem (gonilo razvoja je čas)



Značilnosti diskretno-dogodkovnih sistemov

LMSV LAMS

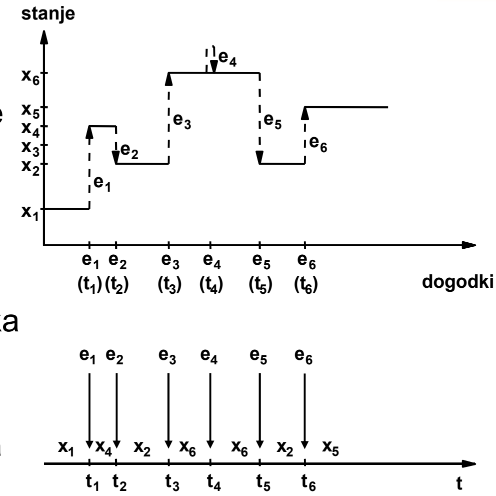
- Prostor stanj je diskretna množica
- Prehajanje stanj je hipno in se dogaja ob diskretnih trenutkih (točkah na časovni osi)
  - takšne prehode imenujemo dogodki
- Dogodki se pojavljajo kadarkoli – asinhrono
  - niso vezani na čas*
- Definicija
  - sistem diskretnih dogodkov je sistem z diskretnimi stanji, pri katerem je razvoj stanja sistema v celoti odvisen od asinhronih diskretnih dogodkov

*Možna je tudi obravnava v časovno-diskretni obliki, kjer lahko dogodki nastopijo le v trenutkih vzorčenja – še vedno pa niso odvisni od indeksa v zaporedju vzorcev

Tirnica stanja diskretno-dogodkovnega sistema

LMSV
LAMS

- Stanje se spreminja ob dogodkih
- Možni so dogodki, ki ne spremenijo stanja
- Časovni potek ne pove veliko
- Čas ni primerna neodvisna spremenljivka
- Iščemo
  - Primeren opis tirnice
  - Primeren nadomestek za enačbo stanj



Abstrakcija dinamike diskretno-dogodkovnih sistemov

LMSV
LAMS

- Namesto s tirnico stanja lahko »odziv« sistema opišemo z zaporedjem

$$(e_1,t_1), (e_2,t_2), (e_3,t_3), (e_4,t_4), (e_5,t_5), (e_6,t_6), \ldots$$

  - Če poznamo tudi začetno stanje in je sistem deterministični, ta zapis enolično opiše tirnico
  - Za dani sistem lahko zapišemo vsa možna zaporedja dogodkov in čase, ko ti nastopijo (vse možne tirnice stanj)
  - Če dodamo še informacijo o statistični porazdelitvi ponavljanj posameznega dogodka, npr. o pretečenem času med dvema zaporednima dogodkoma, dobimo ***stohastični časovni jezik*** sistema

Stopnje abstrakcije pri študiju diskretno-dogodkovnih sistemov

LMSV
LAMS

- Stohastični časovni jezik
  - vsebuje informacijo o času dogodkov, zaporedjih dogodkov, statistični porazdelitvi dogodkov
  - najpopolnejši opis sistema ➔ analiza učinka (performance analysis)
- Časovni jezik
  - izpustimo statistične informacije
  - opis tirnic sistema ➔ odzivni čas, prepustnost sistema
- Nečasovni jezik oz. enostavno jezik sistema
  - izpustimo informacijo o času dogodkov
  - opisuje možna zaporedja dogodkov v sistemu
  - logični opis sistema ➔ želena, prepovedana stanja

Matematični modeli sistemov diskretnih dogodkov

LMSV
LAMS

- Uporabljajo se različna matematična orodja, ni enotnega, splošno uveljavljenega zapisa
- Nekateri najpogosteje uporabljani modeli:
  - markovske verige, avtomati, Petrijeve mreže
  - strežne mreže
  - algebrajski modeli (npr. 'min-max' algebra)
  - računalniški modeli (npr. komunicirajoči sekvenčni procesi)
  - posplošeni semi-markovski procesi
- Značilnosti matematičnih modelov:
  - časovni, nečasovni
  - logični, algebrajski, performančni
  - stohastični, deterministični

3.2 Naključne spremenljivke

LMSV
LAMS

- Pri mnogih realnih sistemih se pojavlja vedenje z elementi naključnosti, npr.
  - proizvodnja: naključne potrebe po izdelkih v skladišču; naključni časi izdelave ali transportni časi; naključne odpovedi strojev in naključni časi popravljanja
  - transport: naključni zastoji na avtocestah; naključni vremenski pojavi; naključni časi potovanja
  - telekomunikacije: naključna količina prometa po omrežju, naključni časi prenosa
- Simulacija z naključnimi elementi se pogosto imenuje simulacija Monte Carlo

Naključni elementi v simulaciji

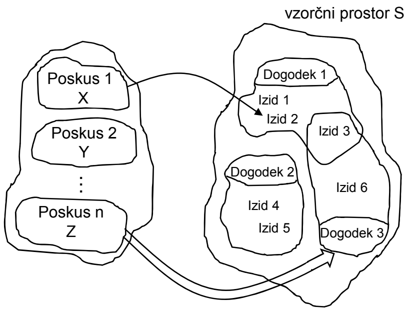
LMSV
LAMS

- Simulacijsko lahko ponazorimo naključnost v sistemu na dva načina
  - časi pojava dogodkov so lahko naključni
  - prehodi med stanji ob nastopu dogodkov so lahko naključni
- Primer
  - naključni časi med dvema zaporednima prihodoma izdelka na delovno postajo v proizvodnem sistemu
  - naključno nadaljevanje poti izdelkov po testiranju (z neko verjetnostjo se pojavi potreba po dodatni obdelavi)
- Na vsak način sta verjetnost in statistika osnova
  - simulacije sistemov diskretnih dogodkov
  - razumevanja naključnih pojavov v obravnavanih sistemih

Poskusi (eksperimenti) in dogodki

LMSV
LAMS

- Če rezultat poskusa ne moremo natančno napovedati, govorimo o poskusu z naključnim izidom
- Vzorčni prostor S
  - množica možnih rezultatov
  - števen (diskreten) ali zvezen
- Dogodek
  - podmnožica točk v vzorčnem prostoru
  - definiran z množico pogojev oz. izjavo, katere pravilnost ali nepravilnost je znana po zaključku poskusa
    - če je izjava pravilna, se je dogodek zgodil



Dogodki in naključne spremenljivke

LMSV
LAMS

- Pri nekaterih poskusih so rezultati števila
  - prirejena količina je naključna spremenljivka (random variable)
  - določena je z zalogo vrednosti in s porazdelitvenim zakonom
- Glede na zalogo vrednosti
  - diskretne naključne spremenljivke – nekaj štejemo
  - zvezne naključne spremenljivke – nekaj merimo
- Dogodki
  - naključna spremenljivka X zavzame vrednost x $(X = x)$
  - naključna spremenljivka X zavzame vrednost manjšo od x $(X < x)$
  - ipd.

Porazdelitvena funkcija

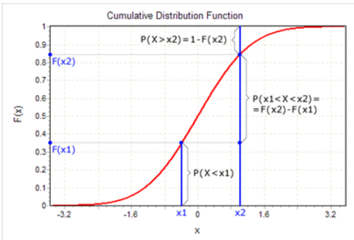
LMSV
LAMS

- Tudi zbirna funkcija verjetnosti (cumulative distribution function, cdf)
- Najbolj splošna predstavitev porazdelitvenega zakona
- Porazdelitvena funkcija $F(x)$ slučajne spremenljivke X je funkcija, ki je definirana za vsak x kot

$$F(x) = P(X \leq x), \qquad -\infty < x < \infty$$

- Lastnosti

$$0 \leq F(x) \leq 1$$
$$F(-\infty) = \lim_{x \to -\infty} F(x) = 0$$
$$F(+\infty) = \lim_{x \to \infty} F(x) = 1$$
$$x_1 \leq x_2 \Rightarrow F(x_1) \leq F(x_2)$$
$$P(x_1 \leq X \leq x_2) = F(x_2) - F(x_1)$$



Diskretne naključne spremenljivke

LMSV
LAMS

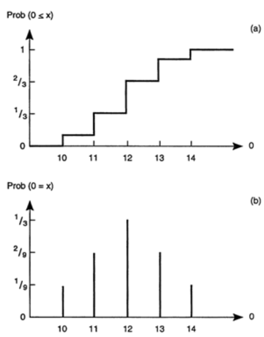
- Porazdelitveni zakon lahko podamo z verjetnostno funkcijo (probability mass function, pmf)
  - podamo verjetnost dogodka $(X = x_k)$ za vsak izid iz vzorčnega prostora S, torej

$$p(x_k) = p(X = x_k)$$

- Velja

$$\sum_k p(x_k) = 1$$

$$F(x) = \sum_{x_k \leq x} p(x_k)$$



Zvezne naključne spremenljivke

LMSV
LAMS

- Njeno porazdelitveno funkcijo izrazimo v obliki

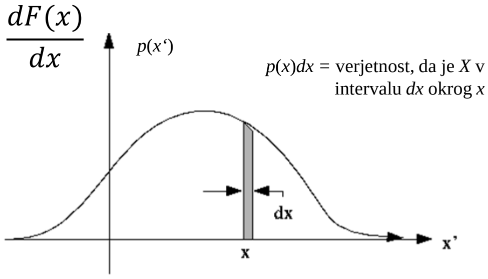
$$F(x) = \int_{-\infty}^{x} p(t)dt$$

  - pri čemer imenujemo $p(x)$ funkcija gostote verjetnosti (probability density function, pdf)
- Velja

$$p(x) = \frac{dF(x)}{dx}$$

  - ker je $p(x)$ odvod monotono naraščajoče funkcije, je nenegativna funkcija

$$p(x) \geq 0$$



3.3 Verjetnostne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Diskretne porazdelitve
  - matematično upanje

    $E(X) = \sum_{i=1}^{\infty} x_i p_i,$ če vrsta konvergira (privzeta je neskončna zaloga vrednosti
- Zvezne porazdelitve
  - matematično upanje

    $E(X) = \int_{-\infty}^{\infty} xp(x)dx,$ če integral konvergira
- Disperzija (varianca)

$$var(X) = E\left(\left(X - E(X)\right)^2\right) = E(X^2) - E^2(X)$$

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Enakomerna porazdelitev
  - končno število vrednosti ima enako verjetnost, da je izbrano
  - verjetnostna funkcija

$$p(x) = p_k = P(x = x_k) = konst. = \frac{1}{n}, \qquad k = 1,2, \dots, n$$

- Binomska porazdelitev
  - diskretna verjetnostna porazdelitev uspešnih izidov v n zaporednih neodvisnih poskusih, kjer sta možna samo dva izida: da in ne
  - podaja verjetnost, da je bilo pri n izvedenih poskusih k uspešnih, če je verjetnost za uspešnost posameznega poskusa enaka p

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Binomska porazdelitev
  - verjetnostna funkcija je

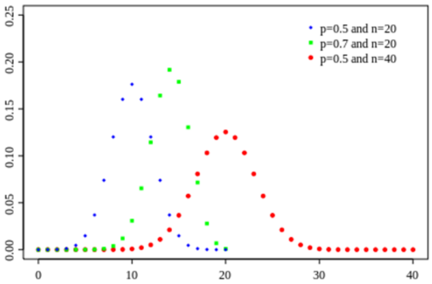
$$p(x) = p_k = \binom{n}{k} p^k (1-p)^{n-k}, \qquad k = 0,1, \dots, n$$

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}, \quad n \geq k \geq 0$$ je binomski koeficient

  - matematično upanje in varianca

$$E(X) = np$$

$$var(X) = np(1-p)$$



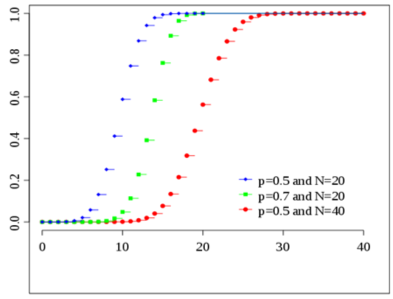
Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Binomska porazdelitev
  - pripadajoča porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = \mathrm{P}(X \le x) = \sum_{i=0}^{\lfloor x \rfloor} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i}$$

  - kjer označuje $\lfloor x \rfloor$ zaokrožitev x navzdol, torej največje celo število, ki je manjše ali enako x
- Primer uporabe
  - binomsko naključno spremenljivko lahko uporabimo za modeliranje števila neuporabnih kosov v dani šarži



Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

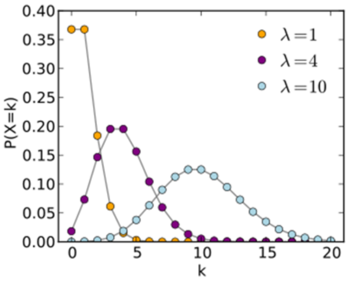
- Poissonova porazdelitev
  - posplošitev binomske porazdelitve z diskretnih na zvezne poskuse
  - predstavlja število uspešnih izidov v limiti zaporedja binomskih poskusov, ko gre n proti ∞ in obenem p proti 0, tako da ostaja produkt $np = \lambda$ konstanten
  - λ predstavlja povprečno število uspešnih izidov na časovno enoto
  - spremenljivka lahko zavzame vsako nenegativno celoštevilčno vrednost k z verjetnostjo

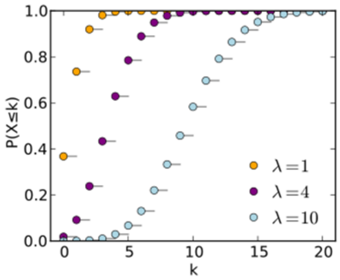
$$p(x) = p_k = \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!}, \qquad \lambda > 0$$

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Poissonova porazdelitev
  - pripadajoča porazdelitvena funkcija je
  - $F(x) = \begin{cases} 0, \ x \le 0 \\ e^{-\lambda} \sum_{k=0}^{m} \frac{\lambda^k}{k!}, m \le x < m+1, m = 0, 1, 2, \ldots \end{cases}$





vir: Wikipedia

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Matematično upanje in varianca Poissonove porazdelitve

$$E(X) = \sum_{k=1}^{\infty} k p_k = \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} = \lambda e^{-\lambda} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\lambda^{k-1}}{(k-1)!} =$$
$$= \lambda e^{-\lambda} e^{\lambda} = \lambda$$

$$var(X) = E(X^2) - E^2(X) =$$
$$= \sum_{k=1}^{\infty} k^2 \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} - \lambda^2 =$$
$$= \sum_{k=2}^{\infty} \frac{k(k-1)\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} + \sum_{k=1}^{\infty} k \frac{\lambda^k e^{-\lambda}}{k!} - \lambda^2 =$$
$$= \lambda^2 e^{-\lambda} \sum_{k=2}^{\infty} \frac{\lambda^{k-2}}{(k-2)!} + \lambda - \lambda^2 = \lambda^2 e^{-\lambda} e^{\lambda} + \lambda - \lambda^2 = \lambda$$

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Poissonovo porazdelitev lahko izpeljemo kot limitni primer binomske porazdelitve, ko gre število poskusov proti ∞ in ostaja pričakovano število uspešnih izidov konstantno
  - Poissonova porazdelitev je dobra aproksimacija binomske porazdelitve, če je n vsaj 20 in je $p \leq 0.05$, ter odlična aproksimacija, če $n \geq 100$ in $np \leq 10$
- Uporaba Poissonove porazdelitve
  - uporabljamo jo za modeliranje števila naključnih pojavov v časovnem intervalu
  - primerna je za opis sistemov z veliko možnimi dogodki, od katerih pa se vsak posamezen dogodek le redko pojavi

Diskretne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Uporaba Poissonove porazdelitve
  - predpostavke:
    - dogodki se pojavljajo zvezno po času in neodvisno od trenutka pojava prejšnjega dogodka
    - povprečno število dogodkov na časovno enoto je konstantno
    - verjetnost pojava več kot enega dogodka sočasno je zanemarljiva
  - primeri:
    - število odpovedi stroja v časovnem intervalu
    - število uporabniških zahtev v časovnem intervalu
    - število vozil, ki zapeljejo skozi predor v enem dnevu

Zvezne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Enakomerna zvezna porazdelitev U(a,b)
  - na intervalu (a, b) ima konstantno funkcijo gostote verjetnosti

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b - a}, & za\ a \leq x \leq b \\ 0, & za\ x < a\ ali\ x > b \end{cases}$$

  - porazdelitvena funkcija je enaka

$$F(x) = \begin{cases} 0 & za\ x < a \\ \dfrac{x-a}{b-a} & za\ a \leq x < b \\ 1 & za\ x \geq b \end{cases}$$

  - matematično upanje in varianca

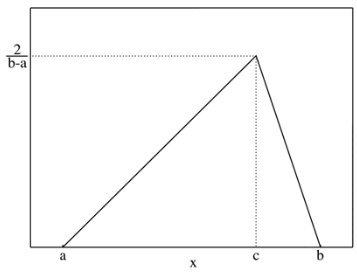
$$E(X) = \frac{a+b}{2}, \qquad var(X) = \frac{(b-a)^2}{12}$$

Zvezne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Trikotna porazdelitev
  - naključna spremenljivka X zavzema vrednosti na intervalu $S = [a, b]$ z maksimumom gostote verjetnosti pri modusu $c \in [a, b]$; med a in c oz c in b je potek gostote verjetnosti linearen
  - funkcija gostote verjetnosti je

$$p(x) = \begin{cases} \dfrac{2(x-a)}{(b - a)(c-a)}, & za\ a \leq x \leq c \\ \dfrac{2(b-x)}{(b - a)(b-c)}, & za\ c \leq x \leq b \\ 0, & za\ x < a\ ali\ x > b \end{cases}$$



Zvezne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Trikotna porazdelitev
  - matematično upanje in varianca

$$E(X) = \frac{a+b+c}{3}, \qquad var(X) = \frac{a^2+b^2+c^2-ab-ac-bc}{18}$$

- Uporaba trikotne porazdelitve
  - kadar porazdelitve ne poznamo, a je smiselno predpostaviti, da so vrednosti omejene z a in b ter je najverjetnejša vrednost c nekje vmes
  - izbira c potem določa (ne)simetričnost porazdelitve

Zvezne porazdelitve

LMSV
LAMS

- Eksponentna porazdelitev
  - opisuje časovne intervale med posameznimi dogodki v Poissonovi porazdelitvi
  - to so procesi, ki se enakomerno pojavljajo nepretrgoma in neodvisno
  - funkcija gostote verjetnosti je

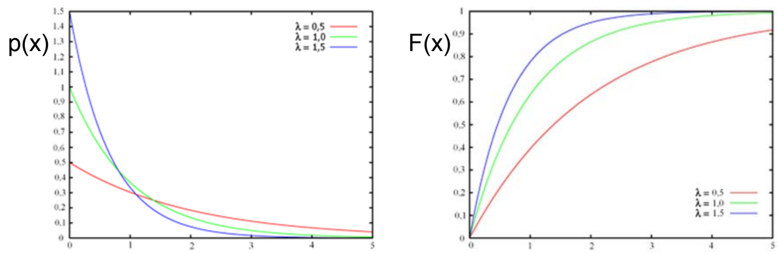
$$p(x) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

  kjer je $\lambda > 0$ parameter porazdelitve, ki ga imenujemo parameter stopnje (obratna vrednost parametra merila)
  - porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = \begin{cases} 1 - e^{\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}$$

Zvezne porazdelitve

- Eksponentna porazdelitev



  - matematično upanje in varianca

$$E(X) = \frac{1}{\lambda}, \qquad var(X) = \frac{1}{\lambda^2}$$

Zvezne porazdelitve

- Uporaba eksponentne porazdelitve
  - modeliranje naključnih časov med dvema prihodoma v procesih z medsebojno neodvisnimi dogodki
  - primeri so prihodi strank, časi med okvarami ipd.
  - exponentna porazdelitev se veliko uporablja tudi v teoretičnih modelih, ker omogoča analitično izpeljavo rezultatov
    - eksponentna porazdelitev je edina zvezna porazdelitev z lastnostjo, da nima spomina:

$$\mathrm{P}(T > s + t \mid T > s) = \mathrm{P}(T > t) \; za \; \forall \, s, t \geq 0$$

    - enačba kaže, da je verjetnost preostalega časa do naslednjega prihoda neodvisna od časa, ki je minil od prejšnjega prihoda

Zvezne porazdelitve

- Normalna porazdelitev
  - označimo jo z $N(\mu, \sigma)$, kjer je μ srednja vrednost (parameter lokacije) in σ (pozitivni koren variance) standardni odklon (parameter merila)
  - funkcija gostote verjetnosti spremenljivke $X \sim N(\mu, \sigma)$ je

$$p(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

  - matematično upanje in varianca

$$E(X) = \mu, \qquad var(X) = \sigma^2$$

Zvezne porazdelitve

- Normalna porazdelitev
  - porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = \frac{1}{2} + \Phi(x)$$

  - kjer je funkcija $\Phi(x)$

$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}t^2}\, dt$$

  - funkcijo $\Phi(x)$ imenujemo tudi verjetnostni integral in je tabelirana
  - velja, da če je $X \sim N(\mu, \sigma)$, potem je $Z = \frac{1}{\sigma}(X - \mu) \sim N(0, 1)$

$$P(z_1 < Z < z_2) = F(z_2) - F(z_1) = \Phi(z_2) - \Phi(z_1)$$

$$P(x_1 < X < x_2) = P\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma} < Z < \frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) = \Phi\left(\frac{x_2 - \mu}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{x_1 - \mu}{\sigma}\right)$$

Zvezne porazdelitve

- Za dovolj velike vrednosti λ, (npr. $\lambda > 1000$), je normalna porazdelitev s srednjo vrednostjo λ in varianco λ (standardno deviacijo $\sqrt{\lambda}$), odlična aproksimacija Poissonove porazdelitve

$$F_{Poisson}(x; \lambda) \approx F_{normal}(x; \mu = \lambda, \sigma^2 = \lambda)$$

  - če je λ > 10, je normalna porazdelitev dobra aproksimacija ob korekciji, kjer zamenjamo $P(X \leq x)$ s $P(X \leq x + 0.5)$

3.4 Naključni procesi

- Stohastični (naključni) proces je časovno označeno zaporedje naključnih spremenljivk $\{X_t\}_{t \in T}$
  - spremenljivke so iz istega vzorčnega prostora S
  - prirejena verjetnostna porazdelitev je verjetnostni zakon procesa
  - časovna množica T je lahko diskretna ali zvezna
- Primeri
  - X_t je lahko stanje zaloge določenega izdelka v skladišču ob času t
  - X_t so lahko vrednosti delnice na borzi
- Realizacija zaporedja $\{X_t\}_{t \in T}$ se imenuje vzorčna sled (sample path) – ena od možnih zgodovin X_t

Poissonov proces

- Poissonov proces $\{K_t\}_{t\geq 0}$ je števni proces
  - vzorčni prostor je $S = \{0, 1, \ldots\}$
  - časovna množica T je zvezna
  - vzorčne sledi so nepadajoče, s tem da nobena sprememba vrednosti ne more biti večja od ena (hkratni prihodi niso dovoljeni)
  - spremenljivka K_t predstavlja kumulativno število „prihodov“ (ali poljubnega sorodnega pojava), ki se dogajajo v diskretnih časovnih trenutkih
- Poissonove procese uporabljamo pri obravnavi sistemov čakajočih vrst

Poissonov proces

- Lastnost neodvisnosti sprememb
  $P(K_{t+u} - K_t | K_s, s \leq t) = P(K_{t+u} - K_t), za\ \forall\ t, u \geq 0$
  - sprememba števila v prihodnosti ni odvisna od preteklega števila
- Verjetnostna porazdelitev
  - vsaka sprememba števila $K_{t+u} - K_t$ na intervalu $[t, t+u]$ dolžine u ima Poissonovo porazdelitev $Poiss(\lambda u)$ za $\lambda > 0$
  - časi med zaporednimi prihodi so eksponentno porazdeljeni s parametrom λ
- Gre za dva enakovredna opisa Poissonovega procesa
  - parameter λ označuje število prihodov na časovno enoto (arrival rate)

Poissonov proces

- Lastnost zaprtosti – določene operacije na Poissonovih procesih dajo kot rezultat nov Poissonov proces
  - superpozicija dveh procesov, npr. združevanje prihodov:
    če superponiramo dva neodvisna procesa $\{K_t\}_{t\geq 0}$ in $\{L_t\}_{t\geq 0}$ s parametroma λ_K in λ_L, dobimo nov Poissonov proces $\{K_t + L_t\}_{t\geq 0}$ s parametrom $\lambda_K + \lambda_L$
  - „tanjšanje“ procesa (z naključnim brisanjem prihodov):
  - če iz procesa $\{K_t\}_{t\geq 0}$ s parametrom λ_K izbrišemo prihode z verjetnostjo brisanja $1 - p$, dobimo nov Poissonov process $\{L_t\}_{t\geq 0}$ s parametrom $\lambda_L = p\lambda_k$
- Zaradi teh lastnosti je Poissonov proces primeren za modeliranje komunikacijskih tokov

Generiranje naključnih števil

- Temelj simulacije naključnih procesov
  - zmožnost računalniškega generiranja naključnih števil z zahtevano verjetnostno porazdelitvijo
  - osnova so enakomerno porazdeljena naključna števila
- Omejitve digitalnih računalnikov
  - ne moremo dobiti popolnega naključnega zaporedja
  - govorimo o psevdonaključnih generatorjih naključnih števil
- Zahtevane lastnosti
  - hitro izvrševanje
  - čim daljša sekvenca (perioda) preden pride do ponovitve
  - obstajati mora možnost ponovitve naključne sekvence; ta je parametrirana z začetnim pogojem (seed)

Primer generatorja naključnih števil

LMSV
LAMS

- Ena najbolj znanih: kongruentna metoda

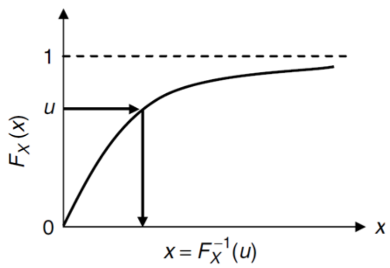
$$r_{i+1} = (\alpha r_i + \beta)\ MOD\ N, \qquad i = 0, 1, 2, \ldots$$
$$r_0\ \ldots\ začetni\ pogoj$$

  - metoda generira števila med 0 in $N-1$ z enakomerno porazdelitvijo
  - priporočeni parametri so $N = 2^{20} = 1048576$, $\alpha = 1909$, $\beta = 221571$
  - MOD pomeni operator, ki vrne ostanek pri deljenju s celim številom
  - če želimo enakomerno porazdelitev na intervalu $(0,1)$, delimo vsako generirano število z N

Generiranje naključnih števil želene porazdelitve

LMSV
LAMS

- Izhajamo iz naključnih števil z enakomerno porazdelitvijo U(0,1)
  - generiramo naključno število u
  - to določa točko na ordinatni osi F(x)
  - poiščemo pripadajočo točko na krivulji F(x)
  - pripadajoča točka na abscisni osi je iskani x



- Računamo inverzno funkcijo $F^{-1}(u)$, če je $F(x)$ želena porazdelitvena funkcija

Primer: generiranje števil z eksponentno porazdelitvijo

LMSV
LAMS

- Želena porazdelitvena funkcija je

$$F(x) = 1 - e^{\lambda x}, \qquad 0 \le x < \infty$$

- Generiramo $Y \sim U(0,1)$ in izračunamo inverz porazdelitvene funkcije

$$F(x) = y = 1 - e^{\lambda x}$$
$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(1-y)$$

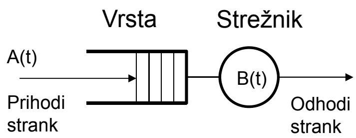
  - lahko bi uporabili tudi $1 - Y$ in

$$x = -\frac{1}{\lambda}\ln(y)$$

3.5 Sistemi čakalnih vrst

LMSV
LAMS

- ang.: Queueing systems
- Naključni pojavi, pri katerih nastajajo čakalne vrste
- Pomen omejenih virov - strežnikov
- Različne konfiguracije sistemov
- Najpreprostejša konfiguracija:
  - čakalna vrsta (queue) in strežnik (server)



$A(t) = P(Y \le t)$ porazdelitvena funkcija časov med prihodi

$B(t) = P(Z \le t)$ porazdelitvena funkcija strežnih časov

Opis sistema vrst

LMSV
LAMS

- Sistem s čakalno vrsto opišemo z
  - naključnim procesom prihoda strank in naključnim procesom storitve strežnika
  - parametri strukture (kapaciteta vrste, strežnika)
  - pravili delovanja (pogoji, prioritete, …)
- Uveljavljen je zgoščeni zapis (Kendallov zapis) v obliki

  A/B/m/K/M/P ali vsaj **A/B/m**

  A … oznaka porazdelitve časov prihoda
  B … oznaka porazdelitve strežnih časov
  m … število strežnikov
  K … kapaciteta sistema (vrste+strežnika) (privzeto ∞)
  M … velikost populacije (privzeto ∞)
  P … strežno pravilo (FIFO (privzeto), LIFO, prioritete, …)

Oznake naključnih procesov

LMSV
LAMS

- Nekatere uveljavljene oznake procesov v Kendallovem zapisu
  - M … Markovian – Poissonov proces (eksponentna porazdelitev časov)
  - M^X … batch Markov – Poissonov proces z naključno spremenljivko X za število simultanih prihodov/streženj
  - D … Degenerate distribution – determinističen čas med prihodi oz. determinističen čas storitve
  - E_k … Erlangova porazdelitev s parametrom oblike k
  - G … General – splošna porazdelitev; nanaša se na neodvisne dogodke, nekateri to poudarjajo z oznako GI
  - PH … Phase-type – porazdelitev faznega tipa, vključuje nekatere zgoraj omenjene, pogosto namesto G

Opazovane veličine v sistemu

LMSV
LAMS

- Nekatere oznake
  - Y_k – čas med prihodoma k-1 in k-te stranke

    $E(Y_k) = \frac{1}{\lambda}$ … povprečni čas med prihodoma
    (λ je stopnja prihodov oz. arrival rate)

  - Z_k – čas strežbe k-te stranke

    $E(Z_k) = \frac{1}{\mu}$ … povprečni čas storitve
    (μ je stopnja strežbe oz. service rate)

  - $X(t)$ – dolžina čakalne vrste, $U(t)$ – obremenitev oz. količina časa, da se bo sistem izpraznil (tudi nedokončano delo)

Opazovane veličine v sistemu

LMSV
LAMS

- Časi stranke v sistemu (privzeta stacionarnost)

  $S_k = W_k + Z_k$, kjer je W_k čas čakanja

  $E(W_k) = W$ … povprečni čas čakanja

  $E(S_k) = T$ … povprečni čas v sistemu, $T = W + \frac{1}{\mu}$
- Littlov zakon
  - $\overline{N}$ … povprečno število strank v sistemu

    $$\overline{N} = \lambda T$$

  - posebni primeri

    $\overline{X(t)} = \lambda W$ … povprečno število strank v vrsti
    $\overline{N}_s = \frac{\lambda}{\mu}$ … povprečno št. strank v procesu strežbe

Opazovane veličine v sistemu

LMSV
LAMS

- Izraba strežnika ρ (utilization)
  - razmerje med povprečnim številom strank in kapaciteto
  - delež virov sistema, ki je izrabljen s prometom, ki prihaja do virov
  - sistem z enim strežnikom, npr. M/M/1
    - razmerje med povprečno stopnjo prihoda in povprečno stopnjo strežbe

$$\rho = \overline{N}_s = \frac{\lambda}{\mu}, \qquad \rho < 1$$

  - sistem z več strežniki, npr. M/M/m

$$\rho = \frac{\overline{N}_s}{m} = \frac{\lambda}{m\mu}$$

Nekateri rezultati za sistem M/M/1

LMSV
LAMS

- Povprečni čas čakanja v vrsti

$$W = \frac{1}{\mu - \lambda} - \frac{1}{\mu} = \frac{\rho}{(1-\rho)\mu}, \qquad \rho = \frac{\lambda}{\mu}$$

- Povprečna dolžina vrste

$$\overline{X(t)} = \overline{N}_q = \lambda W = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

- Povprečni čas stranke v sistemu

$$T = W + \frac{1}{\mu} = \frac{1}{(1-\rho)\mu}$$

- Povprečno število strank v sistemu

$$\overline{N} = \lambda T = \frac{\rho}{1-\rho}$$

3.5 Simulacija sistemov diskretnih dogodkov

LMSV
LAMS

- Matematični modeli sistemov diskretnih dogodkov
  - izpeljani z namenom izračuna vrednosti pomembnih veličin
  - analitične rešitve so možne le za enostavne primere
  - realni sistemi
    - se pogosto ne skladajo s privzetimi domnevami
    - so pogosto preveč kompleksni, da bi bilo analitične rešitve možno izračunati
- Simulacija
  - proces, v katerem sistem vrednotimo numerično
  - zbrane podatke uporabimo za oceno različnih veličin (performance measures), ki nas zanimajo
  - pri dogodkovnih sistemih je pridobivanje analitičnih rezultatov še posebej težavno, zato je simulacija glavno orodje

Simulacija sistemov diskretnih dogodkov

LMSV
LAMS

- Sistematičen način generiranja trajektorij v prostoru stanj (vzorčnih sledi) sistema
  - temelji na verjetnostni porazdelitvi časov med pojavi dogodkov v sistemu
- Dve vrsti simulacije
  - stalna (non-terminating) simulacija
    - študij obnašanja sistema v ustaljenem stanju
    - ocena stacionarnih parametrov
  - končna (terminating) simulacija
    - dolžina simulacijskega teka je določena s pojavom nekega dogodka
    - iskane veličine ocenjujemo z neodvisnimi ponovitvami simulacijskih tekov

Modeliranje za potrebe diskretno-dogodkovne simulacije

LMSV
LAMS

- Različne strategije modeliranja – različni pogledi na diskretno-dogodkovne sisteme (World views)
  - izhajajo iz koncepta lokalnosti
  - razvrščanje dogodkov (The Event Scheduling world view)
    - lokalnost časa
    - z dogodki povezane procedure opisujejo akcije, ki se lahko dogajajo v določenem trenutku
  - pregledovanje aktivnosti (The Activity Scanning world view)
    - lokalnost stanja
    - na aktivnosti vezane procedure opisujejo akcije, ki se izvajajo, ker je bilo doseženo določeno stanje sistema

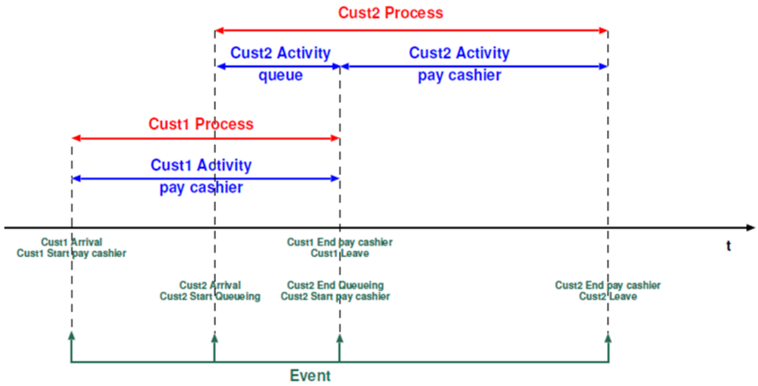
Modeliranje za potrebe diskretno-dogodkovne simulacije

LMSV
LAMS

- Različne strategije modeliranja – nadaljevanje
  - sovplivanje procesov (The Process Interaction world view)
    - lokalnost objektov
    - procesne procedure opisujejo celotno sekvenco akcij določenega objekta v modelu
    - najvišji nivo abstrakcije
- Alternative
  - objektno usmerjeno modeliranje (vpeljano že v orodju Simula 67)
  - agentno usmerjeno modeliranje
- Različne strategije lahko vodijo k različno učinkovitim simulacijskim tekom

Primer različnih pogledov (Event/Activity/Process)

LMSV

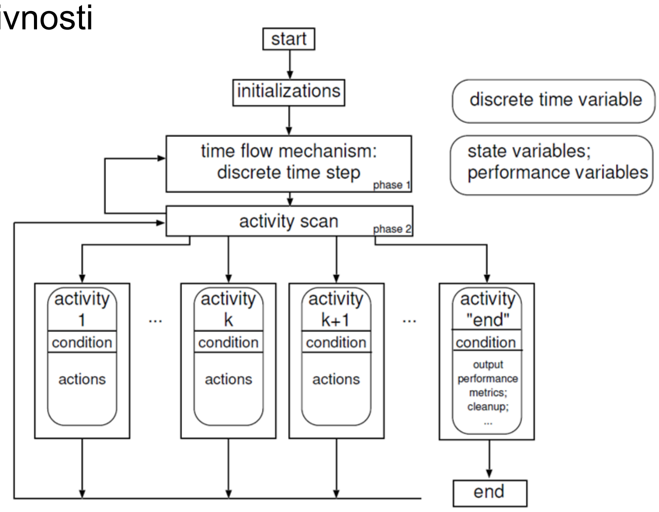


Blagajnik in prihajajoče stranke (H. Vangheluwe, 2001)

Strategije modeliranja – pregledovanje aktivnosti

LMSV
LAMS

- Model opisuje pogoje, ki bodo aktivirali aktivnosti



Pregledovanje aktivnosti

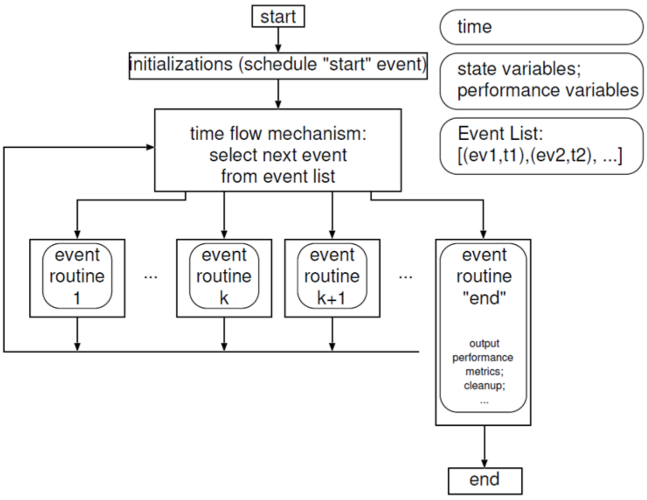
- Izvajanje simulacije
  - čas napreduje po diskretnih korakih
  - pogoji so odvisni od časa in stanja
  - pregledovanje aktivnosti ob določenem času se nadaljuje, dokler je kak pogoj aktivnosti izpolnjen
  - ko ni več izpolnjenih pogojev, napreduje čas
- Uporaba fiksnega časovnega intervala ni učinkovita
  - interval mora biti dovolj kratek, da zajame vse dogodke
  - pri zaporednih dogodkih, ki so časovno daleč narazen, je vmes mnogo nepotrebnih iteracij
- Izboljšave: Three Phase Approach
  - kombinacija z razvrščanjem dogodkov

Strategije modeliranja – razvrščanje dogodkov

- Model opisuje učinek vsakega dogodka, ki nastopa v procesu
  - učinek na stanje sistema
  - učinek na bodoče obnašanje sistema; to dosežemo z razvrstitvijo dogodkov v prihodnosti
- Za opis modela potrebujemo dve podatkovni strukturi
  - spremenljivke stanja modela
  - planirana razvrstitev prihodnjih dogodkov
    - urejena po naraščajočem času in padajoči prioriteti
    - prioritete so potrebne za izbiro dogodkov, ki so planirani ob istem času

Razvrščanje dogodkov

LMSV
LAMS



Razvrščanje dogodkov

LMSV
LAMS

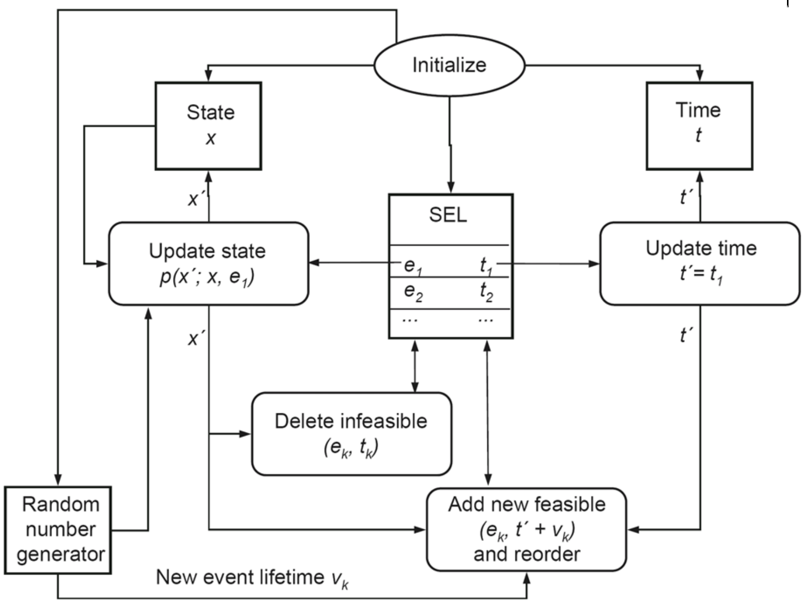
- Generični funkcionalni model simulacije
  - lista dogodkov (scheduled event list – SEL)
  - $SEL = \{(e_k, t_k)\}; k = 1,..., m_L; m_L <= m;$

    m_L: število možnih dogodkov v trenutnem stanju

    m: skupno število možnih dogodkov

    $t_k=t_{k-1} + v_i$: razvrščanje naslednjega dogodka (v_i je življenjska doba dogodka – naključna spremenljivka)
  - lista SEL je vedno urejena po pravilu „smallest-scheduled-time-first"
    - prvi element na listi, dogodek e_1, je vedno tisti, ki se bo zgodil naslednji

Shema razvrščanja dogodkov

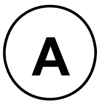


Potek razvrščanja dogodkov

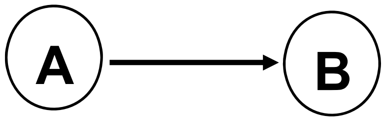
1. Odstrani prvi vnos (e_1, t_1) z liste SEL
2. Osveži simulacijski čas t s pomikom naprej do časa novega dogodka t_1
3. Osveži stanje v skladu z definirano funkcijo prehajanja stanja $p(x´;\ x, e_1)$
4. Izbriši iz liste SEL vse vnose, ki ustrezajo v novem stanju onemogočenim dogodkom, to pomeni, izbriši vse $(e_k, t_k) \in SEL$, za katere $e_k \notin \Gamma(x)$
5. Dodaj na listo SEL vsak možen dogodek, ki še ni razporejen na listo (kar lahko vključuje dogodek odstranjen v koraku 1). Razporejen čas tega dogodka e_i je določen kot $t + vi$, kjer je bil t določen v koraku 2 in je v_i čas dogodka (lifetime) dobljen od generatorja naključnih števil.
6. Preuredi osveženo listo SEL po pravilu „smallest-scheduled-time-first“, ponovi postopek od koraka 1 dalje.

Dogodkovni grafi

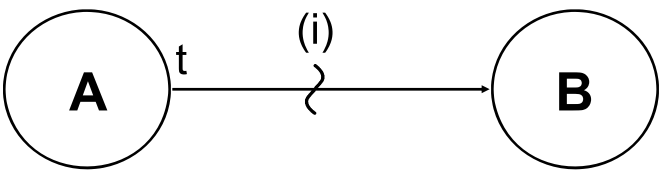
- Grafična predstavitev razvrščanja dogodkov
  - spremenljivke, ki opisujejo stanje
  - dogodki, ki spreminjajo stanje – vozlišča grafa



  - razmerja med dogodki – povezave med vozlišči
    - razvrščanje in preklic dogodkov
    - pogoji
    - časovne zakasnitve



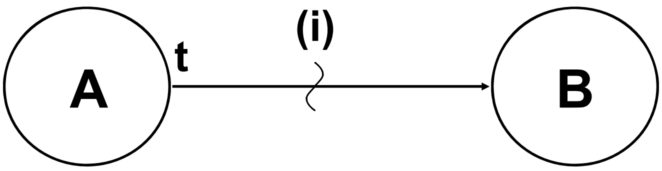
Interpretacija povezav



Kadarkoli se zgodi dogodek A, in če je pogoj (i) izpolnjen, potem razvrstimo pojav dogodka B z zakasnitvijo t.

(pogosto za označevanje pogojev uporabimo / namesto ~)

Sekvenca izvajanja



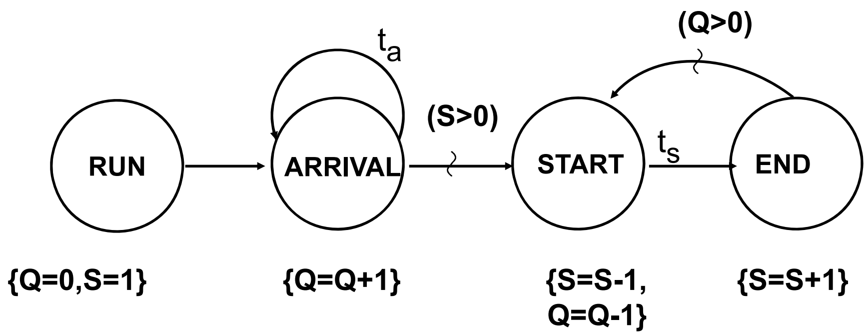
1. **Izvedemo spremembe stanj, ki so povezane s trenutnim dogodkom**
2. **Testiramo pogoje za vse povezave in vozlišča.**
3. **Izračunamo zakasnitve in razvrstimo ciljne dogodke za vse omogočene povezave.**

Kaj pa sočasno razvrščeni dogodki?
prioritete povezane s povezavami

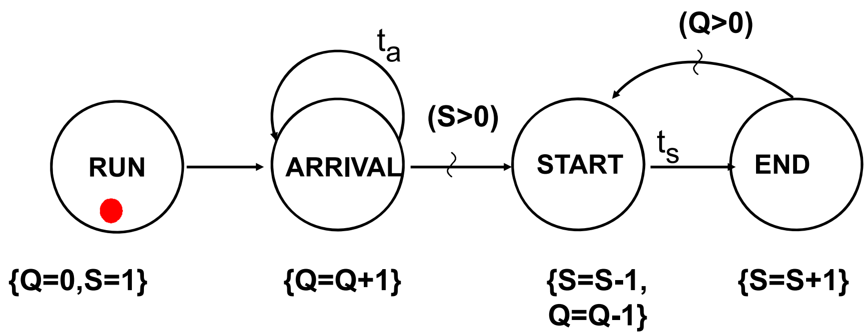
Primer: model z enim strežnikom

- Spremenljivki
  - S = Razpoložljivost strežnika
    - S = 0: Strežnik je zaseden
    - S > 0: Strežnik je prost
  - Q = Število strank v čakalni vrsti (na začetku 6)
- Časovni parametri
  t_a = časi med prihodi t_s = časi storitve
- Dogodki
  - Stranke vstopajo v sistem (Arrival) vsakih t_a časovnih enot
  - Stranke so postrežene (Start), kar traja t_s časovnih enot
  - stranke zapustijo sistem (End)

Model z enim strežnikom

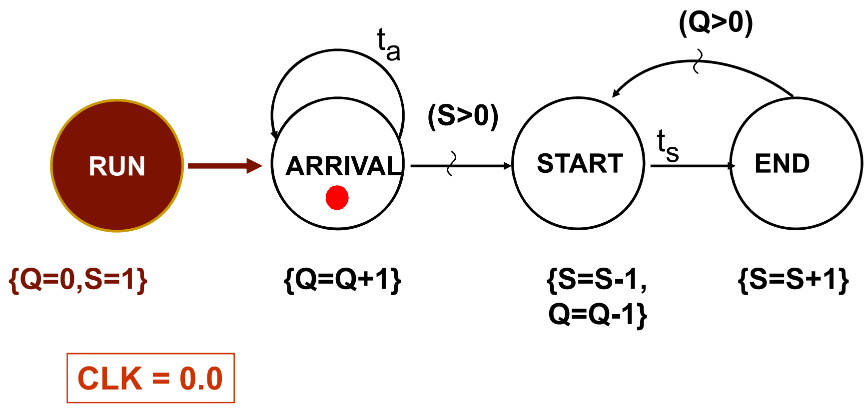


Model z enim strežnikom

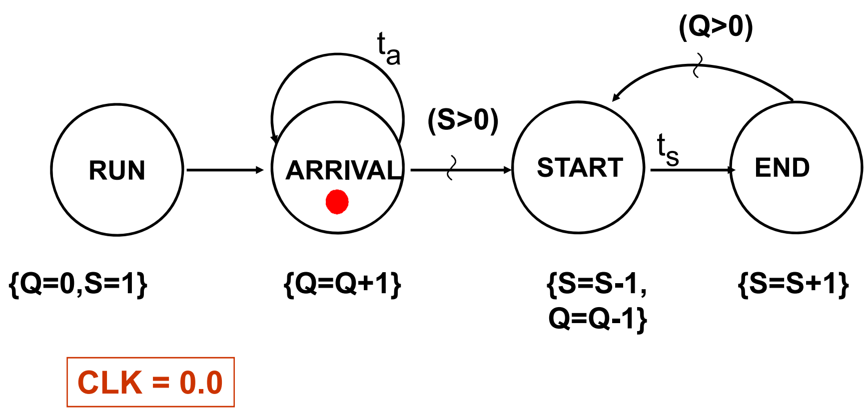


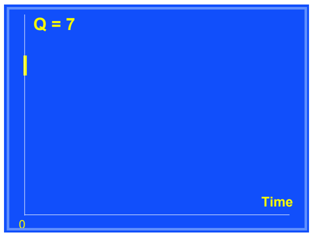
Označitev: Z žetonom označimo razvrščene dogodke

Model z enim strežnikom

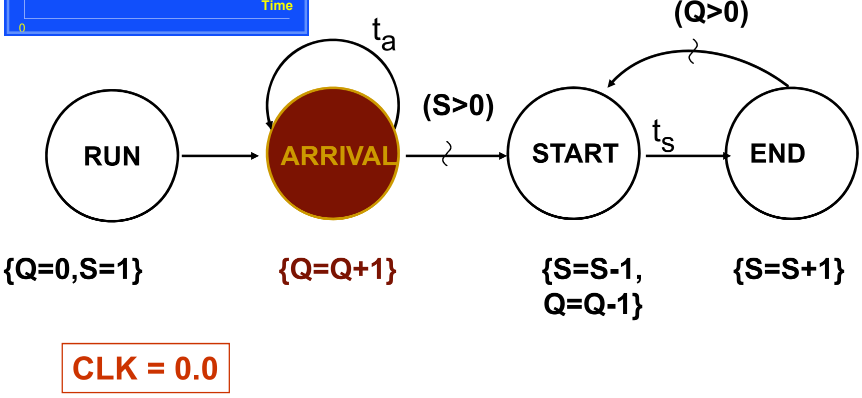


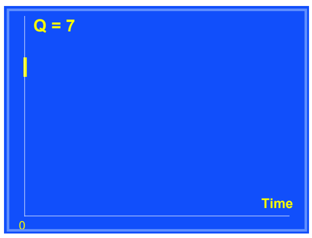
Model z enim strežnikom



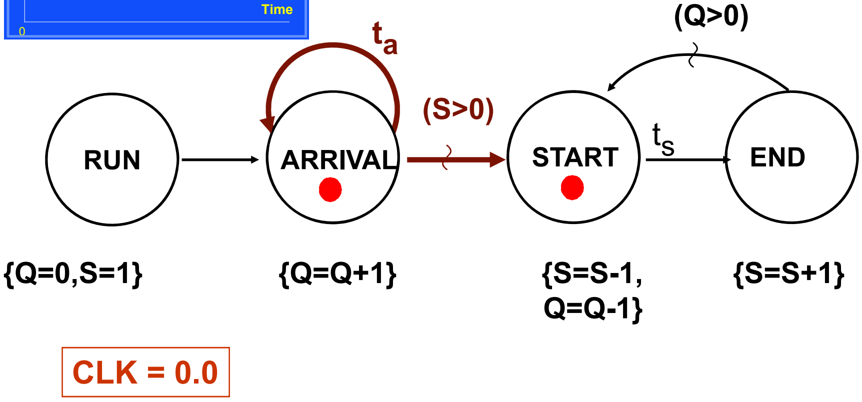


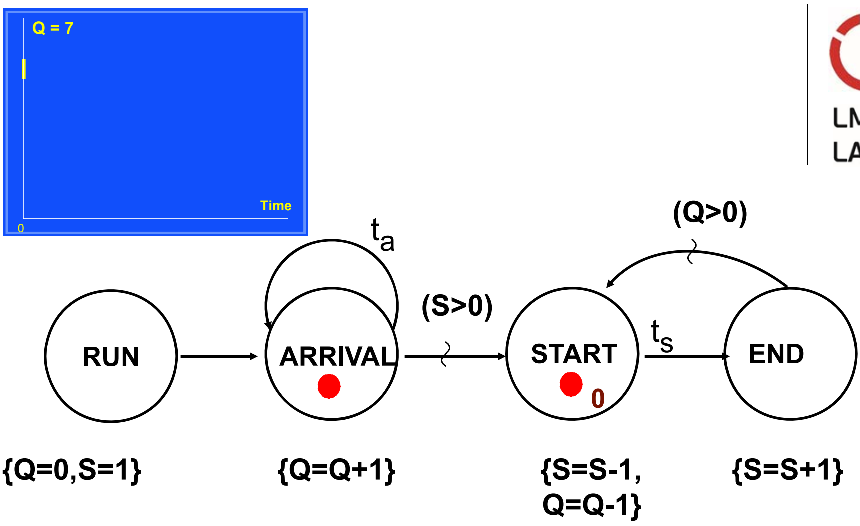
LMSV
LAMS





LMSV
LAMS

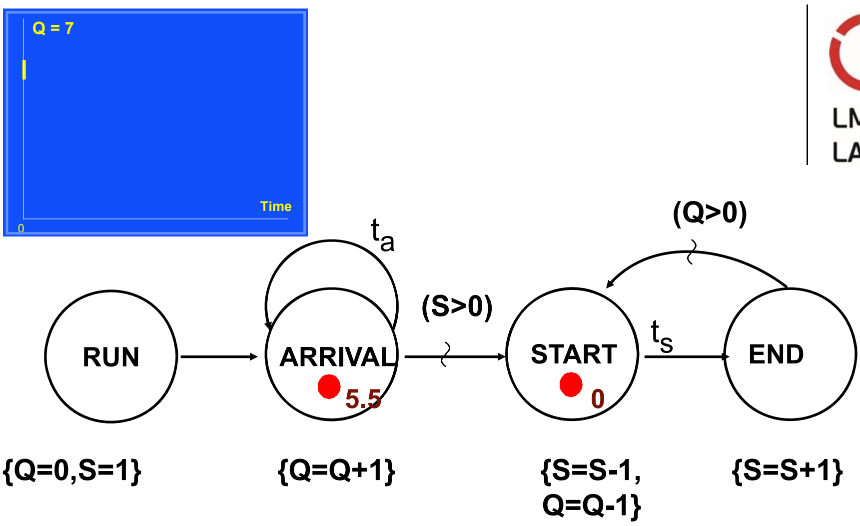




LMSV
LAMS

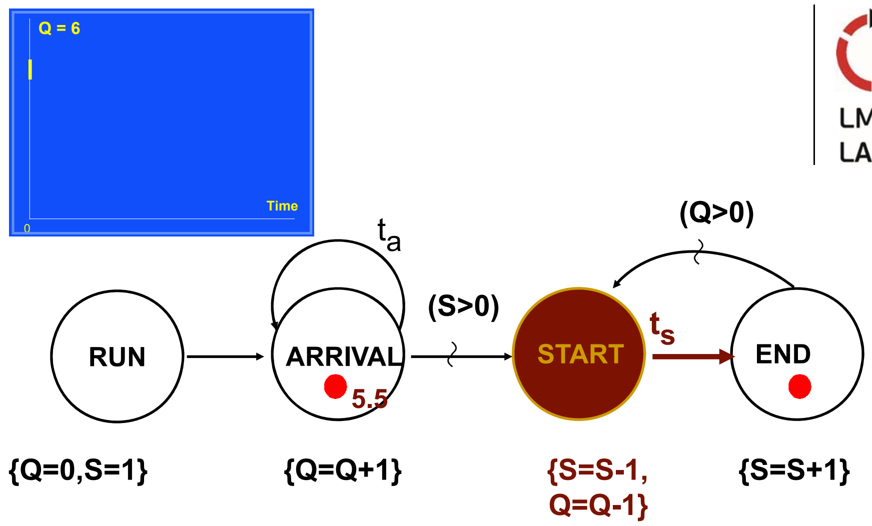
CLK = 0.0

(Privzemimo t_a = 5.5)

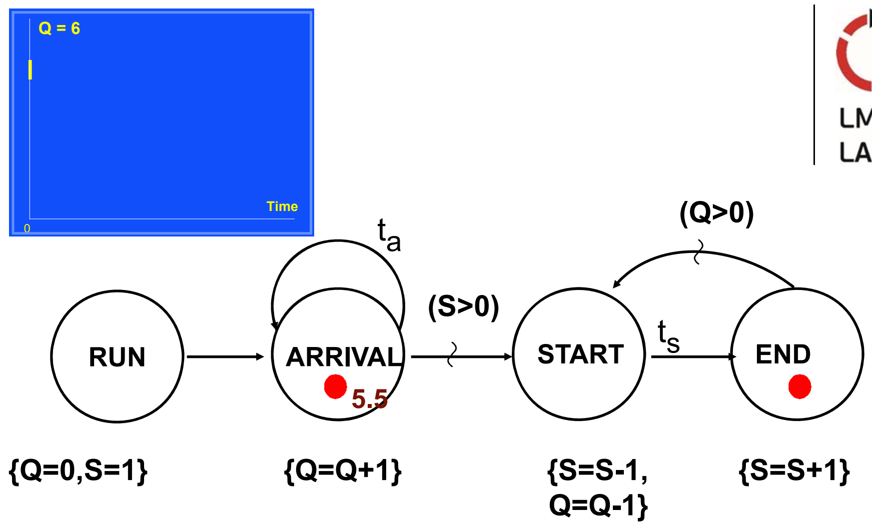


LMSV
LAMS

CLK = 0.0

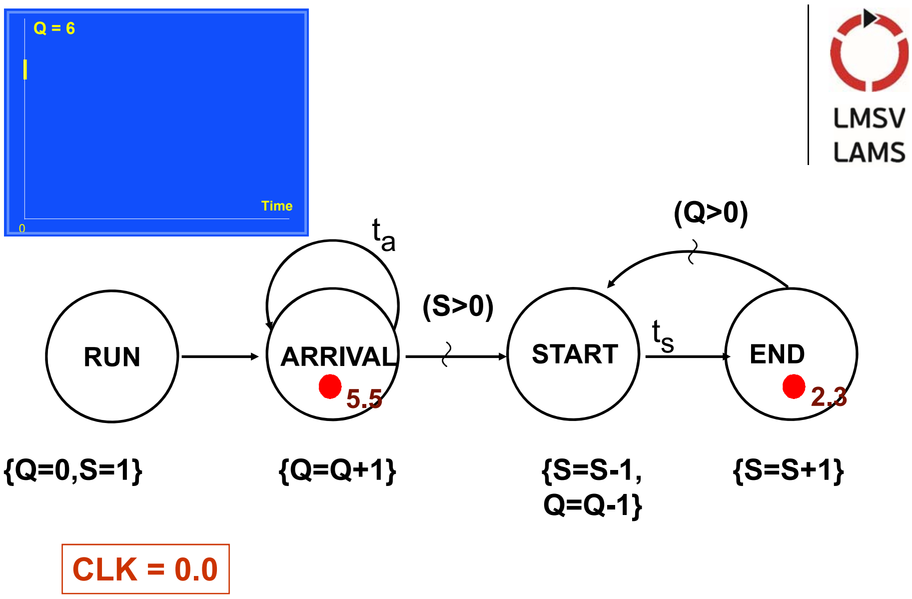


CLK = 0.0

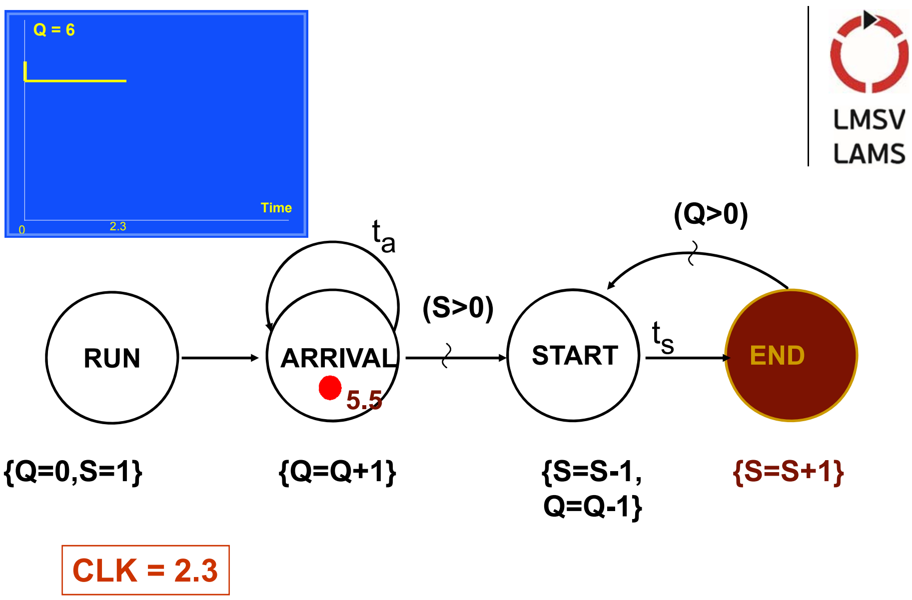


CLK = 0.0

(Privzemimo t_s = 2.3)

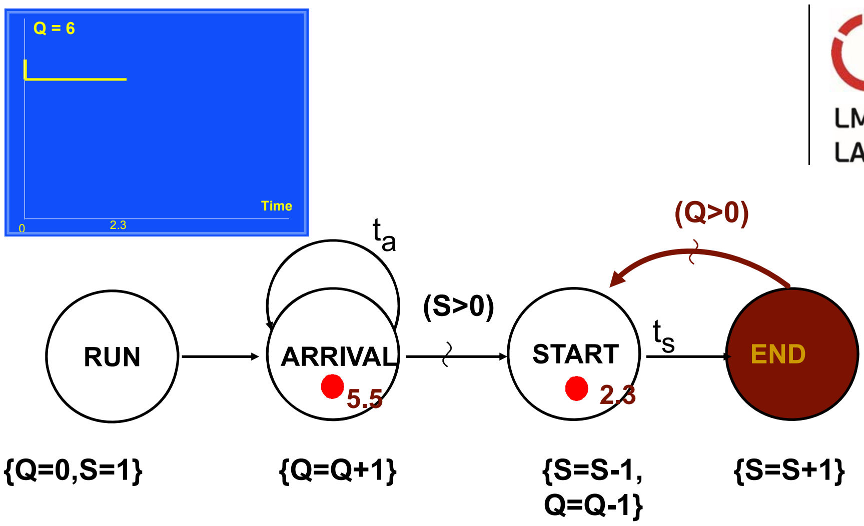


Q = 6
Time
0
LMSV
LAMS
(Q>0)
t_a
(S>0)
t_s
RUN
ARRIVAL
5.5
START
END
2.3
{Q=0,S=1}
{Q=Q+1}
{S=S-1,
Q=Q-1}
{S=S+1}
CLK = 0.0



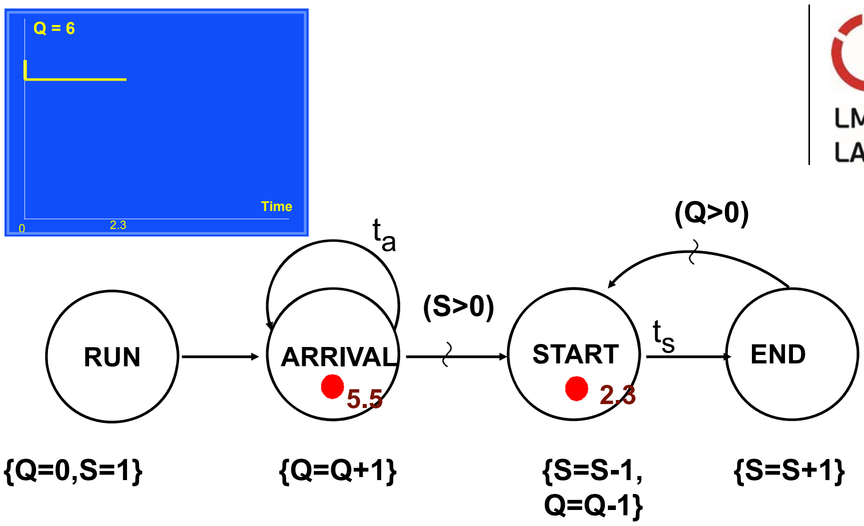
Q = 6
Time
0
2.3
LMSV
LAMS
(Q>0)
t_a
(S>0)
t_s
RUN
ARRIVAL
5.5
START
END
{Q=0,S=1}
{Q=Q+1}
{S=S-1,
Q=Q-1}
{S=S+1}
CLK = 2.3

LMSV
LAMS



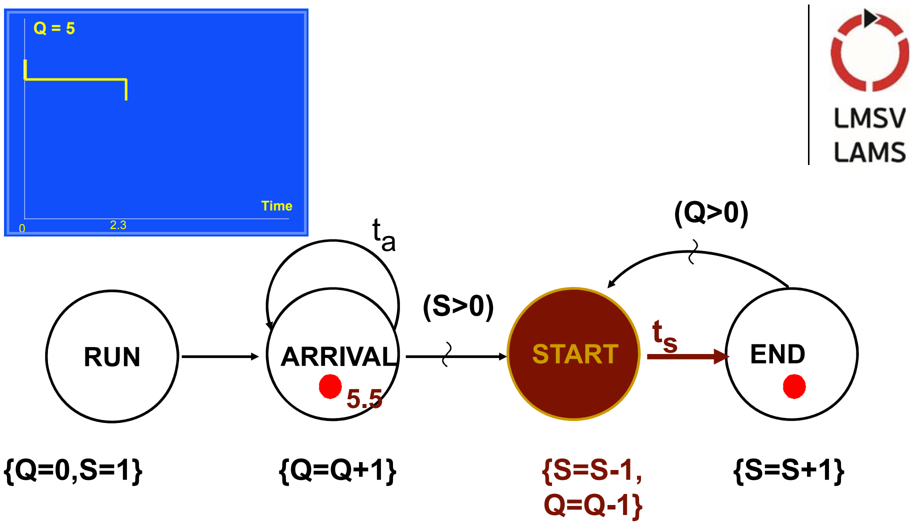
CLK = 2.3

LMSV
LAMS

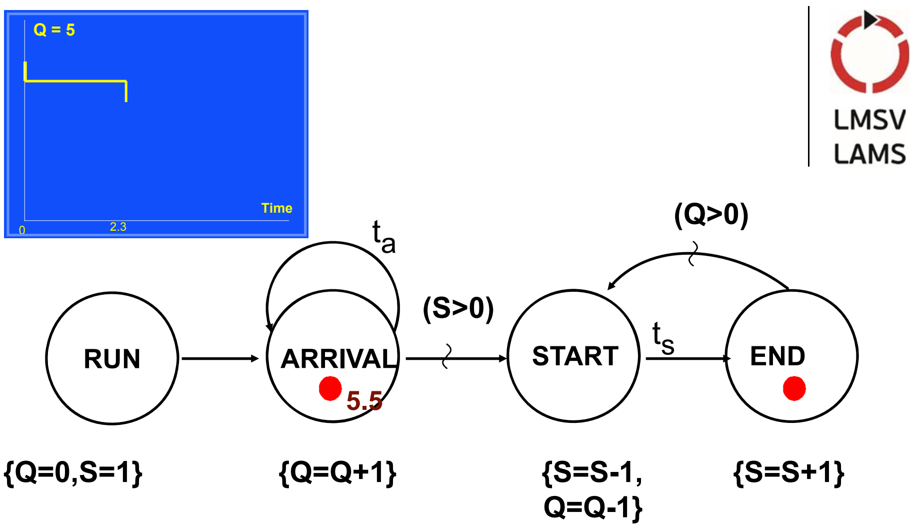


Kateri dogodek se bo izvedel naslednji? Kdaj?

Kakšna bo vrednost Q po naslednjem dogodku?



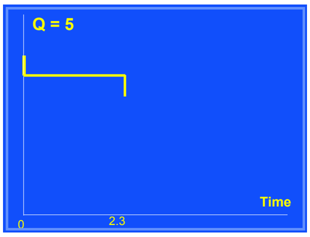
CLK = 2.3

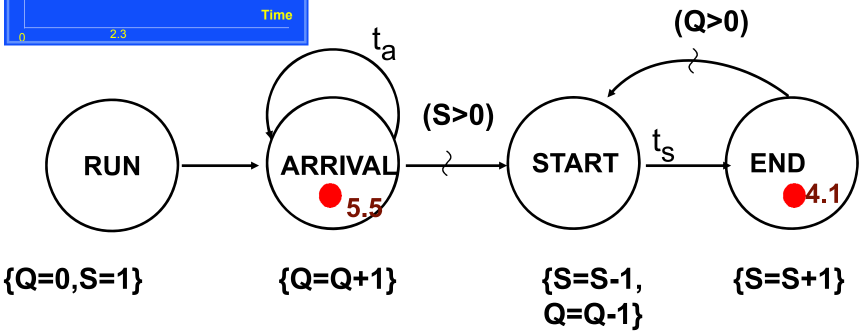


CLK = 2.3

Privzemimo t_s = 1.8.
Vprašanje:
Kdaj bo razvrščen pojav dogodka END?

LMSV
LAMS

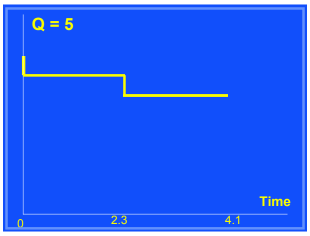


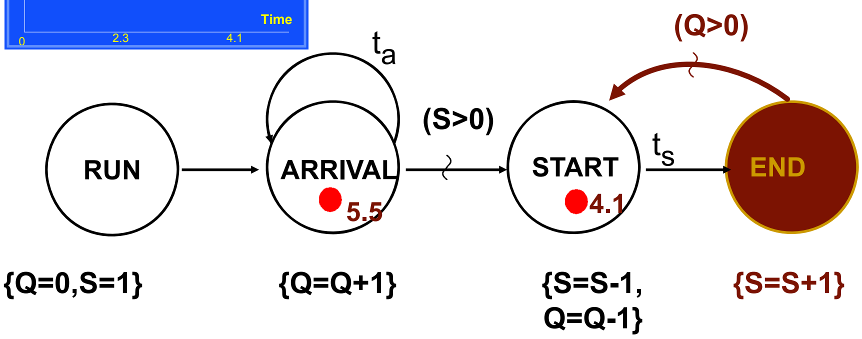


CLK = 2.3

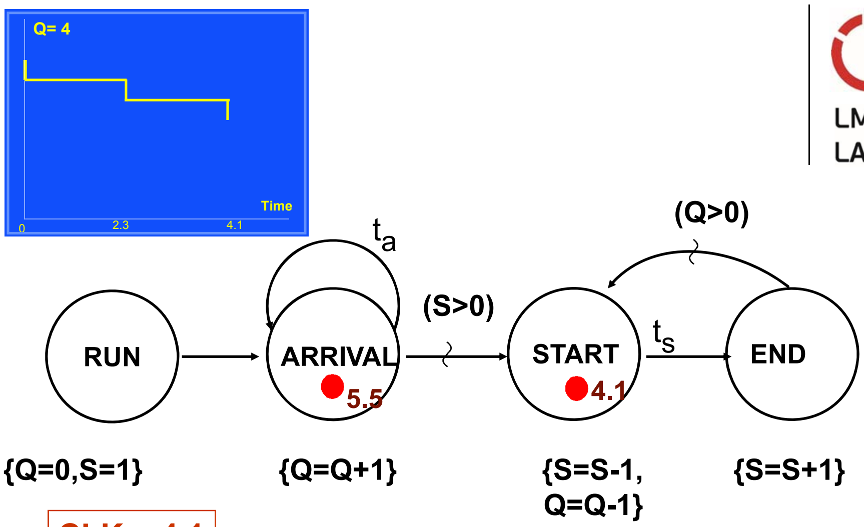
END bo razvrščen ob času
CLK + 1.8 =
2.3 + 1.8 = 4.1

LMSV
LAMS





CLK = 4.1



CLK = 4.1

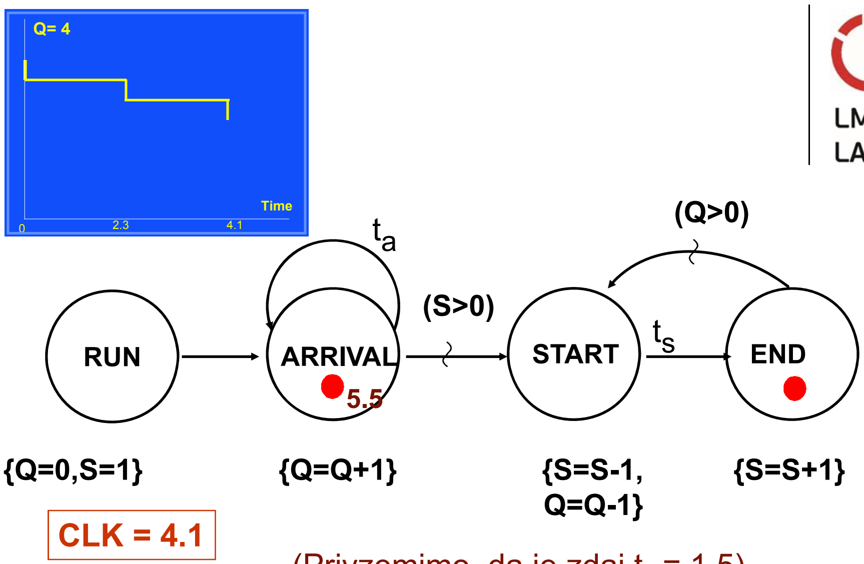
Vprašanje: Za kateri interval časov storitve t_s bi dobili Q=5 pred Q=3? (torej ARRIVAL pred naslednjim dogodkom START)

LMSV
LAMS

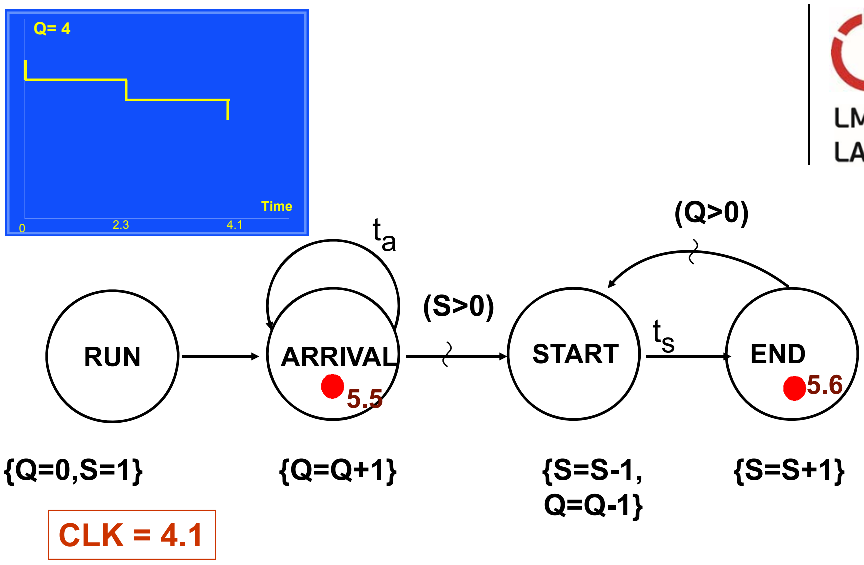
Odgovor: Čas storitve mora biti večji od 1.4

- Kot primer privzemimo, da je naslednji čas storitve 1.5
- Naslednji dogodek END bo razvrščen tako, da se zgodi ob 4.1 + 1.5 = 5.6
- Naslednji dogodek ARRIVAL je bil razvrščen na čas 5.5, zato se bo zgodil prej
- Q se bo zato povečal s 4 na 5

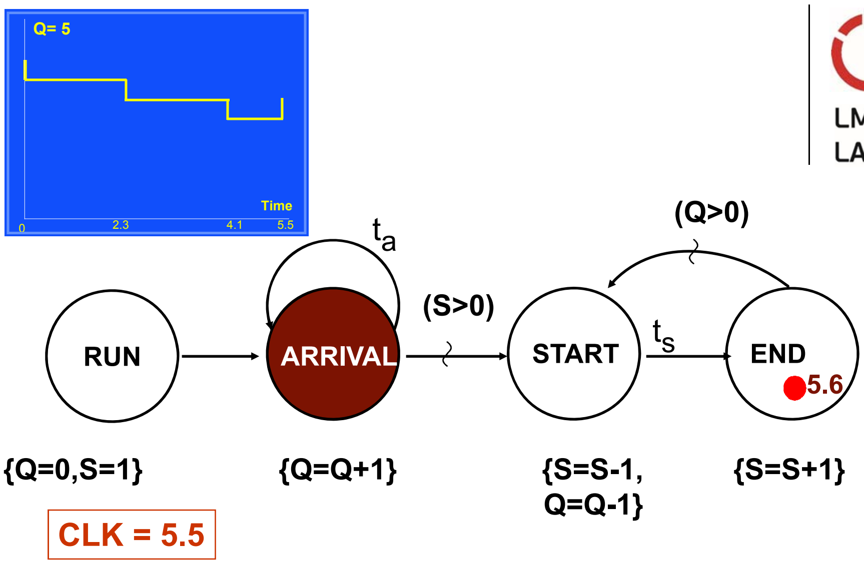
LMSV
LAMS



(Privzemimo, da je zdaj t_s = 1.5)

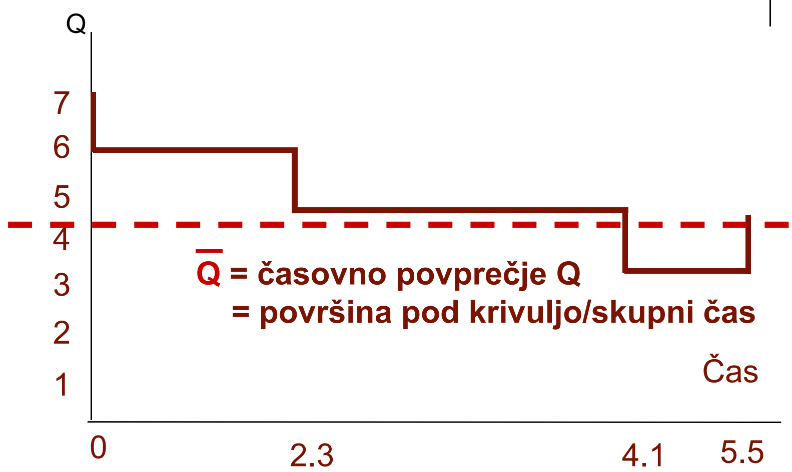


LMSV
LAMS



Oglejmo si zgodovino dogodkov in Q

LMSV
LAMS



Komponente simulatorja

- Stanje
  - lista, v katero se shranjujejo spremenljivke stanja
- Čas
  - spremenljivka, v katero se shranjuje simulacijski čas
- Lista razvrščenih dogodkov
  - lista, v katero se shranjujejo vsi razvrščeni dogodki skupaj z njihovimi časi pojavljanja
- Podatkovni registri
  - spremenljivke in/ali seznami, kamor se shranjujejo podatki za potrebe ocenjevanja relevantnih veličin
- Initializacijska procedura
  - inicializira vse simulacijske podatkovne strukture ob pričetku simulacijskega teka

Komponente simulatorja

- Procedura osveževanja časa
  - identificira naslednji dogodek, ki se bo zgodil, in pomakne simulacijski čas naprej do pojavnega časa tega dogodka
- Procedura osveževanja stanja
  - osveži stanje glede na naslednji dogodek, ki se bo pojavil
- Procedure generiranja naključnih vrednosti
  - zbirka procedur, ki preslikajo generirana naključna števila v naključne vrednosti (random variates) v skladu s uporabniško določeno porazdelitvijo dogodkovnih časov
- Procedura generiranja poročil
  - izračuna ocene zanimivih veličin na podlagi podatkov zbranih med simulacijskim tekom
- Glavni program
  - odgovoren za usklajevanje vseh komponent

Strategije modeliranja – sovplivanje procesov

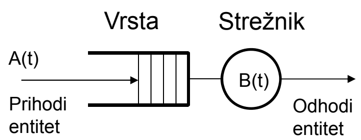
LMSV
LAMS

- Razvrščanje dogodkov
  - generični funkcionalni model simulacije, a v sodobnih simulacijskih orodjih pogosto skrito uporabniku
  - pri teh orodjih je poudarek na grafičnih pristopih k načrtovanju, verifikaciji in validaciji procesov v sistemu
- Procesno usmerjena simulacijska shema
  - široko sprejet konceptualni okvir sodobnih simulacijskih orodij
  - pri modeliranju izhajamo iz "entitet", npr. obdelovancev, ki gredo skozi nek proces na poti skozi sistem DES
  - proces je zaporedje dogodkov v smislu aktivnosti in ustreznih trajanj
  - obnašanje sistema DES opišemo skozi niz procesov za različne tipe entitet

Primer: sistem z enim strežnikom

LMSV
LAMS

- V sistemu je ena sama vrsta entitet (npr. obdelovanec) in en sam vir (strežnik)



- Vsaka entiteta v sistemu gre skozi naslednji proces:
  - pride v sistem
  - vstopi v čakalno vrsto
  - zahteva storitev od strežnika; če je le-ta prost, entiteta "zasede" vir, v nasprotnem primeru ostane v vrsti, dokler ni strežnik prost
  - ko enkrat zasede strežnik, ostane v obdelavi neko časovno obdobje, ki ustreza času storitve
  - ko je storitev končana, entiteta "sprosti" strežnik
  - entiteta zapusti sistem

Komponente procesno usmerjene simulacijske sheme

LMSV
LAMS

- Entitete:
  - objekti, ki zahtevajo storitev
    - npr. stranke, sporočila, dokumenti, obdelovanci, …
  - vsaka vrsta entitete gre po vstopu v sistem DES skozi specifičen proces
    - npr. v proizvodnem sistemu sta lahko dva različna izdelka, ki gresta skozi različni proceduri izdelave
- Atributi:
  - informacija, ko označuje posamezno individualno entiteto določenega tipa – običajno k vsaki entiteti pripnemo unikaten zapis, ki ga sestavljajo atributi te entitete
    - npr. obdelovancu pripnemo informacije o času prihoda, vrsti obdelovanca, roku izdelave

Komponente procesno usmerjene simulacijske sheme

LMSV
LAMS

- Funkcije procesa:
  - trenutne akcije ali zakasnitve, ki jih občuti entiteta
- Viri:
  - objekti, ki entitetam nudijo storitve
    - npr. stroji v proizvodnem sistemu
  - časovne zakasnitve na poti entitete nastajajo zaradi čakanja na storitev določenega vira ali zaradi izvajanja storitve na tem viru
- Vrste:
  - množice entitet s neko skupno značilnostjo
    - npr. vse entitete v množici čakajo na uporabo določenega vira
  - entiteta na poti skozi sistem je vedno bodisi v neki čakalni vrsti bodisi v storitvenem procesu na nekem viru

3.6 Simulink SimEvents

LMSV
LAMS

- Knjižnica SimEvents
  - razširja Simulink z orodji za diskretno-dogodkovno simulacijo transakcij med komponentami v arhitekturi sistema
  - vključuje orodja za modeliranje in simulacijo sistemov diskretnih dogodkov z uporabo čakalnih vrst in strežnikov
  - simulira potovanje entitet skozi mrežo vrst, strežnikov, vrat in stikal na podlagi dogodkov
  - omogoča natančno predstavitev sistema s prilagajanjem delovanja, kot je prilagajanje načina usmerjanja entitet, določanje procesnih zakasnitev in dodeljevanje prioritet

Uvod v SimEvents

LMSV
LAMS

- Knjižnica SimEvents
  - z njo lahko analiziramo performančne značilnosti, kot npr. vhodno-izhodne zakasnitve, prepustnost, izgube podatkov pri prenosu
  - z njo lahko simuliramo procese, kot npr. plan operacije ali proizvodni proces, z namenom ugotavljanja potreb po virih in določanje ozkih grl
- SimEvents skupaj s Simulinkom tvori integrirano okolje za modeliranje hibridnih dinamičnih sistemov:
  - časovno zvezne komponente
  - časovno diskretne komponente
  - diskretno-dogodkovne komponente

Entitete in dogodki

- Entiteta
  - diskretni objekt zanimanja
  - primeri
    - komunikacijsko omrežje -> paketi, okvirji ali sporočila, ki jih je treba prenesti
    - tekoči trak ali sestavljalna linija -> deli, ki se sestavljajo
    - računalniški OS -> računska opravila ali procesi
- Atributi
  - podatki, ki jih prenašajo entitete (opcija)
- Dogodek
  - trenuten diskretni pojav, ki spremeni spremenljivko stanja, izhod, in/ali vpliva na pojav drugih dogodkov

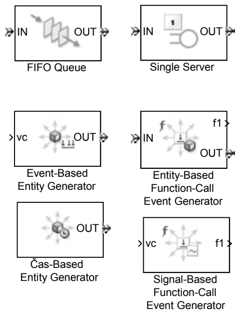
Tipi dogodkov

- Primeri dogodkov
  - napredovanje entitete od enega bloka k drugemu
  - zaključek storitve entitete na določenem strežniku
  - prehod signala skozi nič – prožilna fronta
  - klic funkcije
    - prenaša se s posebnim signalom – function-call signal
    - priporočen način odziva na asinhrone spremembe stanja
- Simultani dogodki
  - dogodki z isto časovno značko
  - so lahko v vzročno-posledični zvezi
  - obravnava z dodeljevanjem prioritet

Predstavitev gradnikov

LMSV
LAMS

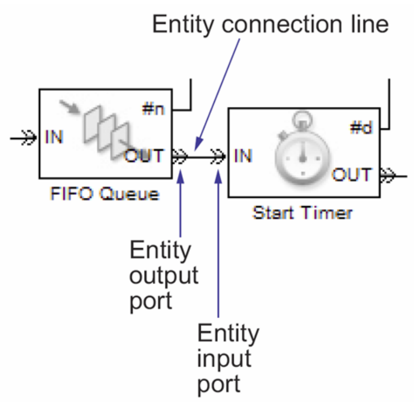
- Bloki
  - komponente, ki obdelujejo entitete
- Entitete in dogodki
  - se lahko generirajo
  - nimajo grafične predstavitve
  - dogodke lahko opazujemo posredno, preko njihovih posledic
- Fokus modeliranja in simulacije
  - lahko na entitetah (npr. povprečni čas čakanja)
  - lahko na procesu (npr. v katerem koraku procesa se najpogosteje dogajajo napake?)



Predstavitev gradnikov

LMSV
LAMS

- Entitetna vrata in povezave med bloki



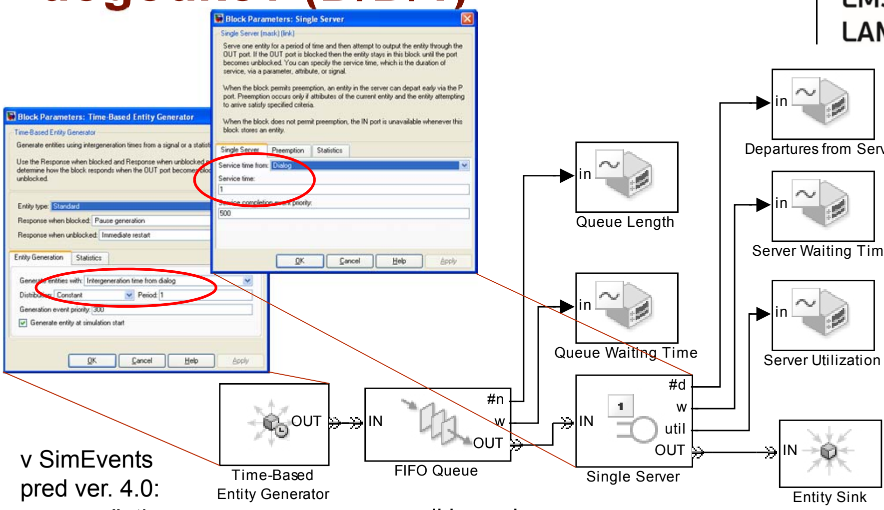
Primer sistema diskretnih dogodkov (D/D/1)

LMSV LAMS

- "Stranke" – entitete – prihajajo s fiksno deterministično frekvenco, čakajo v vrsti in prehajajo na strežnik, ki deluje s fiksno deterministično hitrostjo
  - ena čakalna vrsta in en strežnik
  - prihod entitet s frekvenco 1/s
  - čas storitve je 1 s
  - strežnik lahko nudi storitev eni entiteti naenkrat
  - želimo opazovati dolžino čakalne vrste, čas čakanja, čas entitete na strežniku, izrabo strežnika, število obdelanih entitet

Primer sistema diskretnih dogodkov (D/D/1)

LMSV LAMS



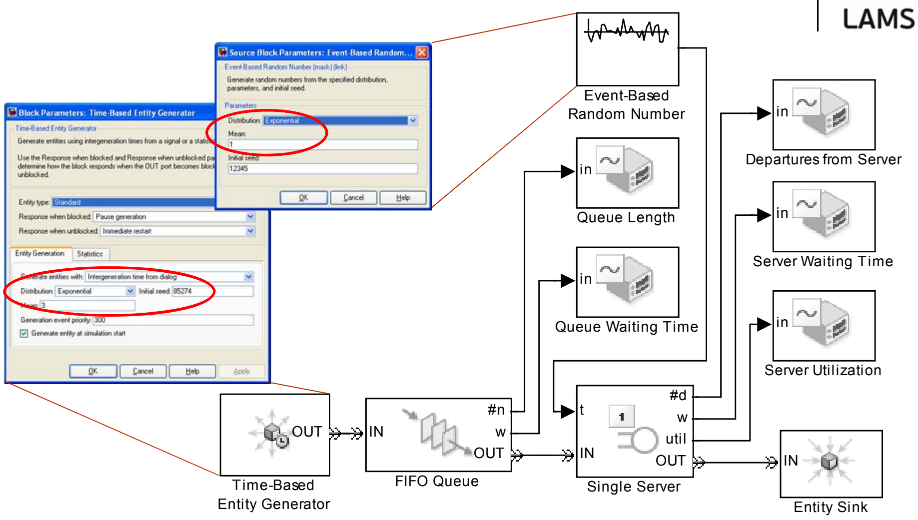
v SimEvents pred ver. 4.0:
na začetku:
>> simeventsstartup('des');

ali kasneje:
>> simeventsconfig(bdroot,'des');

Drugi primer sistema diskretnih dogodkov (M/M/1)

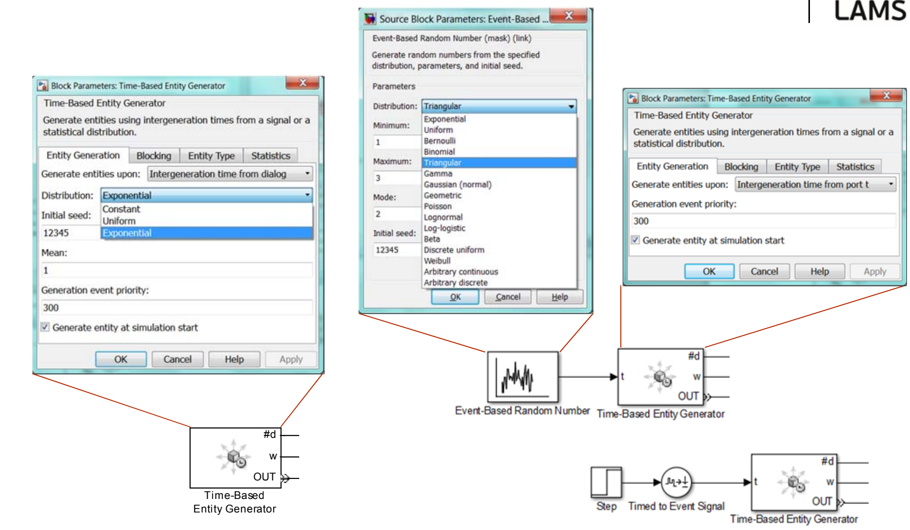
- "Stranke" – entitete – prihajajo z nedeterministično frekvenco, čakajo v vrsti in prehajajo na strežnik, ki deluje z nedeterministično hitrostjo
  - ena čakalna vrsta in en strežnik
  - čas med prihodoma zaporednih entitet sledi eksponentni porazdelitvi s srednjo vrednostjo 3 s (Poissonov proces prihajanja)
  - čas storitve sledi eksponentni porazdelitvi s srednjo vrednostjo 1 s (Poissonov strežnik)
  - strežnik lahko nudi storitev eni entiteti naenkrat
  - želimo opazovati dolžino čakalne vrste, čas čakanja, čas entitete na strežniku, izrabo strežnika, število obdelanih entitet

Drugi primer sistema diskretnih dogodkov (M/M/1)



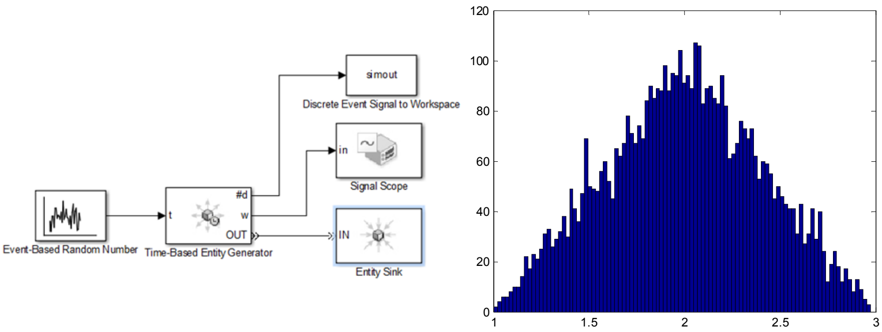
Možnosti generiranja entitet

LMSV
LAMS



Možnosti generiranja entitet

LMSV
LAMS

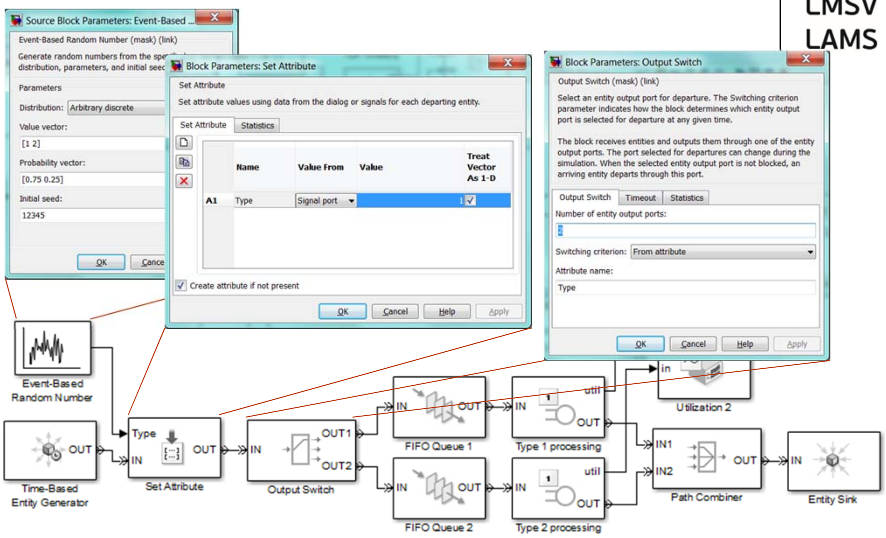


Matlabova koda za izris:

```
>> dt=simout.time(2:end)-simout.time(1:end-1);
>> hist(dt,100);
```

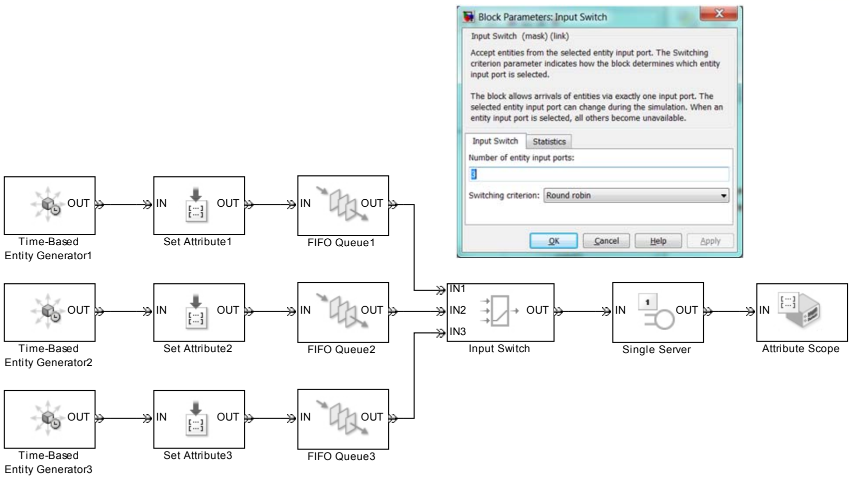
Atributi in usmerjanje entitet

LMSV
LAMS



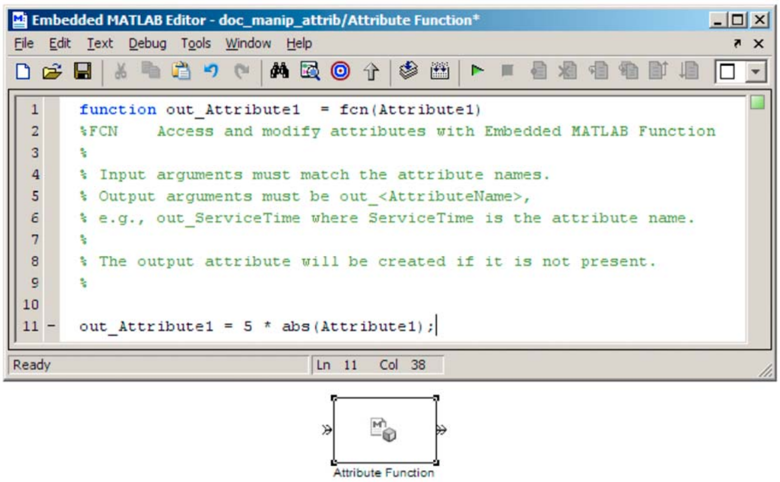
Atributi in usmerjanje entitet

LMSV
LAMS



LMSV
LAMS

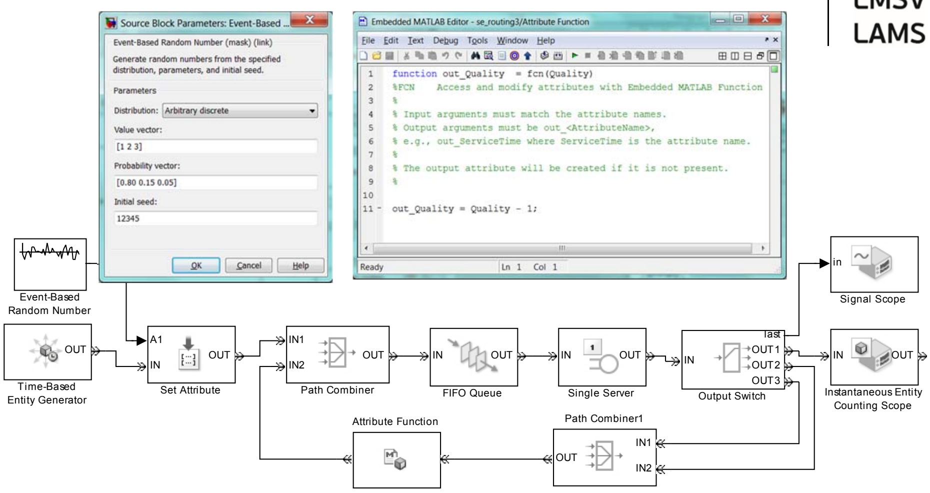
Blok *Attribute Function*



Manipulating Attribute Value Using Attribute Function Block

LMSV
LAMS

Atributi in usmerjanje entitet



Hibridni primer

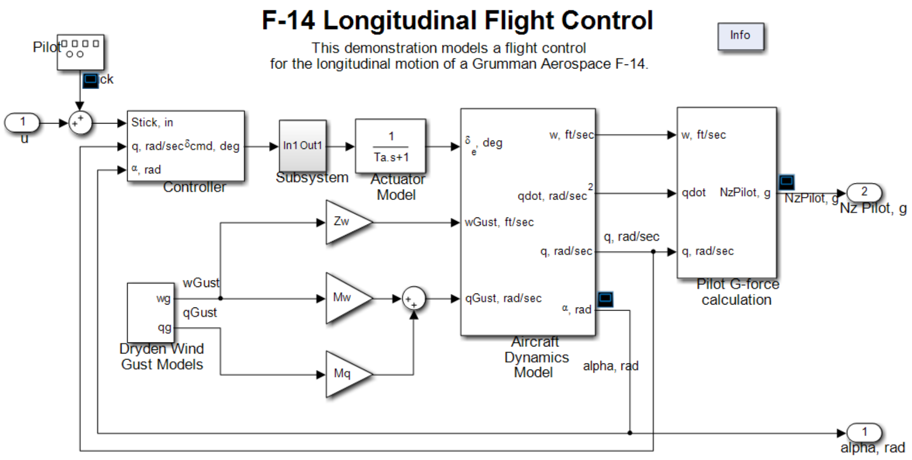
LMSV
LAMS

- Sloni na demonstracijskem primeru Simulink F-14 demo
- Simuliramo porazdeljeno vodenje letala
  - regulator vpadnega kota in letalo (proces) sta ločena in izmenjujeta informacije po komunikacijskem kanalu
  - ločitev modeliramo kot nedeterministično časovno zakasnitev (obravnavamo le prenos podatkov v smeri od regulatorja k aktuatorjem letala)
  - variacija primera modelira tudi občasne napake pri komunikaciji

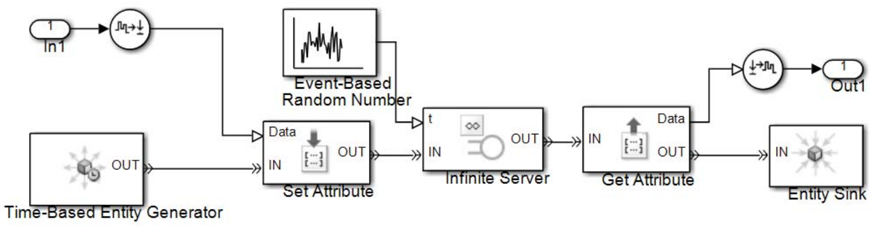
Hibridni primer

LMSV
LAMS

>> simeventsdocex('doc_sldemo_f14_des')

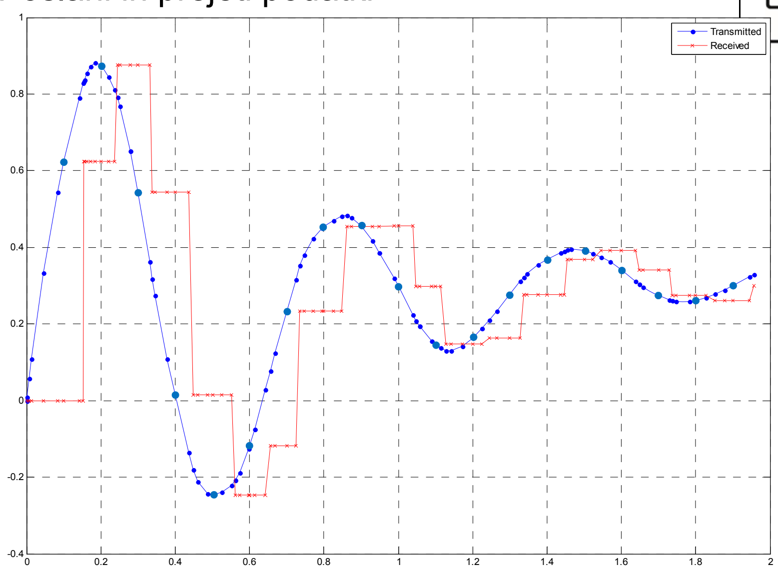


Hibridni primer

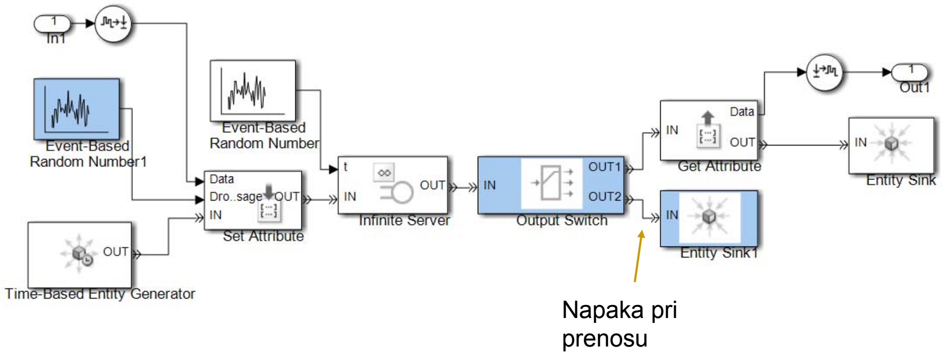


Hibridni primer – rezultati

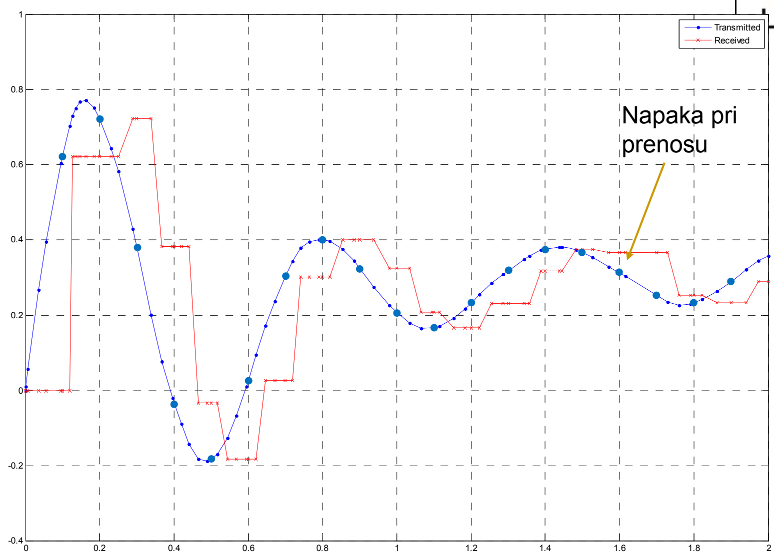
- Poslani in prejeti podatki



Modificiran hibridni primer



Modificiran hibridni primer – rezultati



Modeliranje in simulacija proizvodnih sistemov

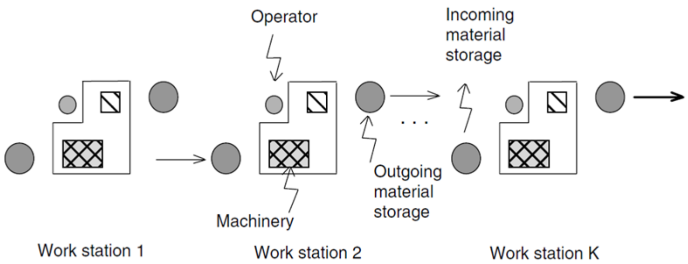
LMSV
LAMS

- Modeliranje
  - proizvodne linije
  - transport materiala
  - odpovedi strojev
  - operacije sestavljanja
- Analiza
  - učinkovitost
  - potrebne kapacitete virov
  - ozka grla

Proizvodne linije

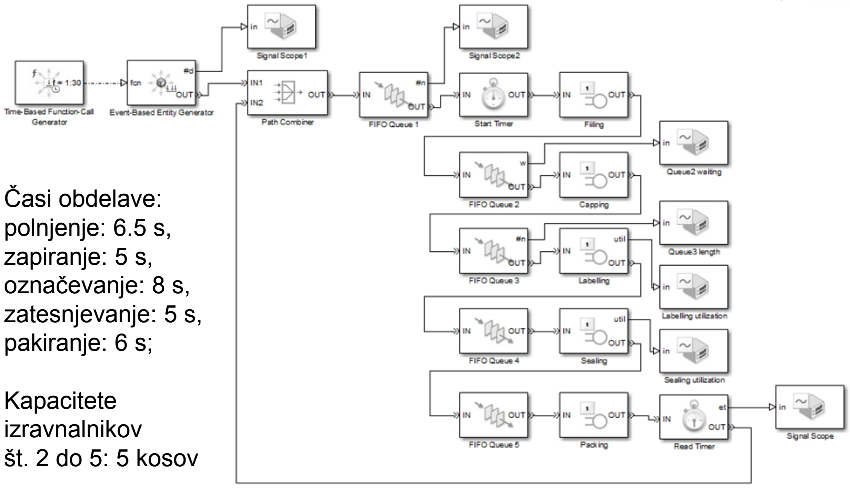
LMSV
LAMS

- Splošna proizvodna linija



- Primer: pakirna linija
  - procesi polnjenja, zapiranja, označevanja, zatesnjevanja, pakiranja

Pakirna linija



Časi obdelave:
polnjenje: 6.5 s,
zapiranje: 5 s,
označevanje: 8 s,
zatesnjevanje: 5 s,
pakiranje: 6 s;

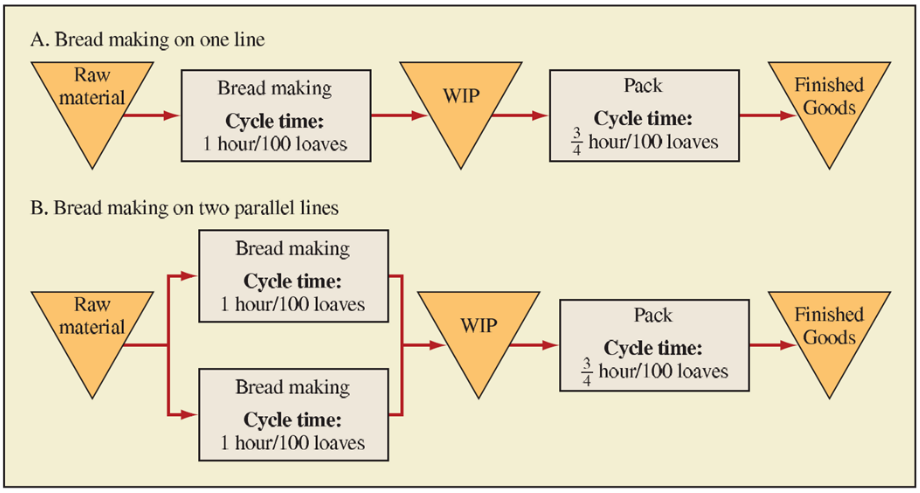
Kapacitete
izravnalnikov
št. 2 do 5: 5 kosov

Analiza pakirne linije

- Čas prehoda (throughput time) oz. čas v sistemu
  - čas merimo od pričetka polnjenja do konca pakiranja
  - takt linije določa označevanje, ki je ozko grlo
    - ko se izravnalniki napolnijo, delajo vse postaje z istim taktom
- Izračun časa prehoda
  - Littlov zakon omogoča izračun čakanja med postajami, če je kapaciteta izravnalnika 5 kosov: $W = 5/(1/8) = 40\ s$
  - dodatno čaka vsak kos na postajah polnjenja in zapiranja tudi na samem stroju po koncu operacije, skupaj ostane na stroju 8 s
  - na postajah zatesnjevanja in pakiranja ni dodatnega čakanja
- Čas prehoda: $T = 8 + 48 + 48 + 5 + 6 = 115\ s$

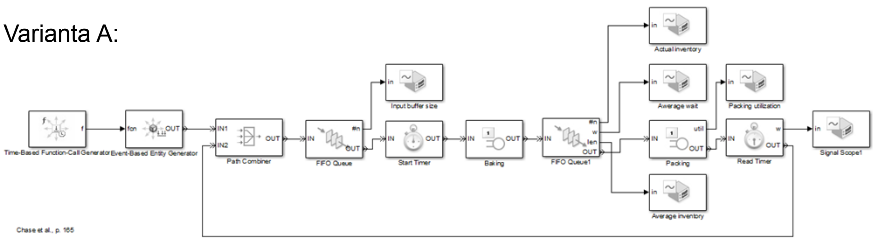
Pekarna

LMSV
LAMS

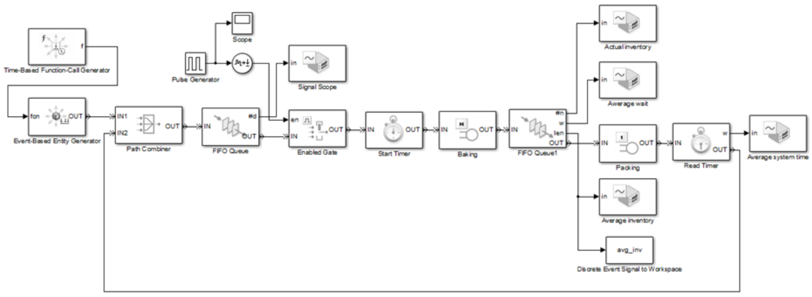


Pekarna

Varianta A:



Varianta B:

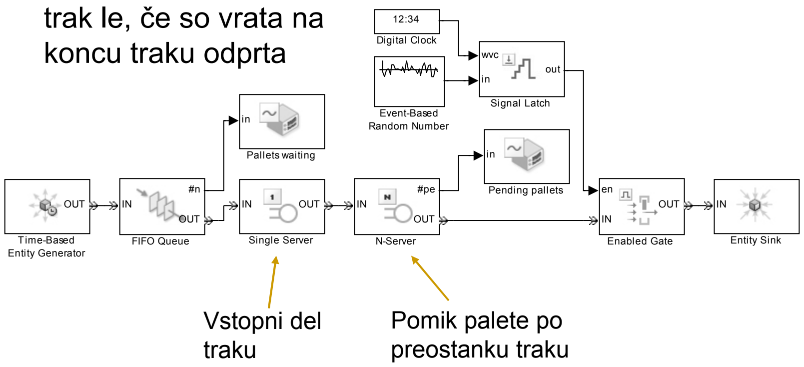


Analiza

- V varianti B rešimo problem ozkega grla pakiranja z uvedbo nove izmene
  - peka poteka v dveh 8 urnih izmenah
  - pakiranje poteka v treh 8 urnih izmenah
- Vprašanje: Kolikšen je čas prehoda?
  - rešitev: potrebno je upoštevati čakanje v medprocesni zalogi
  - uporabimo Little-ov zakon
    - s simulacijo ocenimo povprečno zalogo na 550 kosov
    - zaradi pakiranja je prepustnost 133,3 kosa/h
    - povprečen čas čakanja je 550/133,3 = 4,125 h
  - povprečni skupni čas prehoda je 1 h + 4,125 h + 0.75 h = 5,875 h (z uporabo časovnikov ga ocenimo tudi neposredno)

Primer transporta materiala

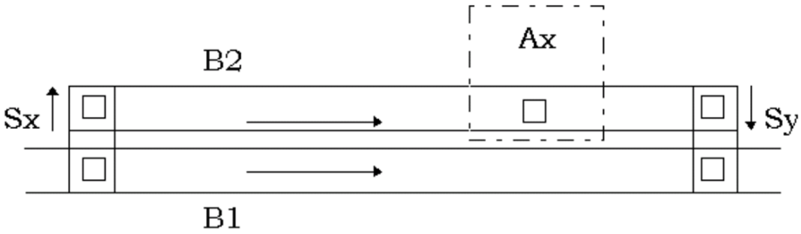
- Transportni trak in palete
  - palete vstopajo na transportni trak
  - paleta lahko vstopi na trak le, če se je prejšnja že pomaknila naprej
  - paleta lahko zapusti trak le, če so vrata na koncu traku odprta



Dodatni primer proizvodnega sistema

LMSV
LAMS

- Dva transportna trakova in sestavljalna postaja (ARGESIM comparison C2)



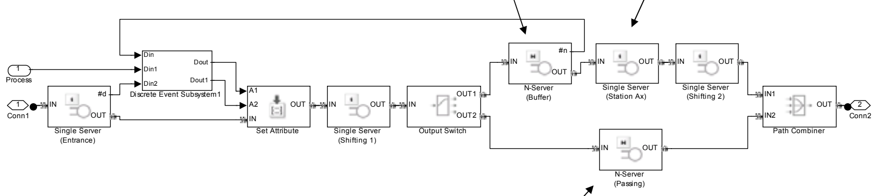
Podrobnosti primera proizvodnega sistema

LMSV
LAMS

- SimEvents sub-model

Sestavljalna postaja

Trak B2



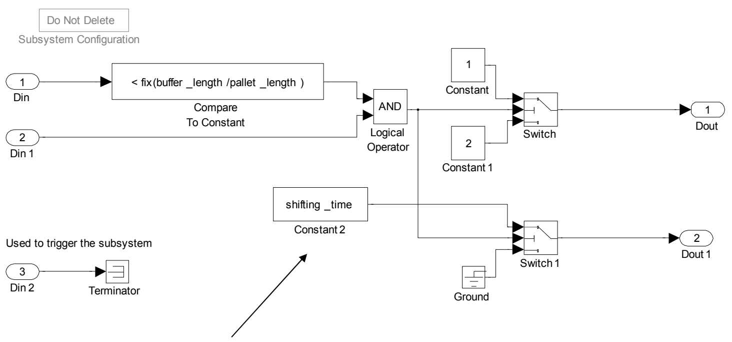
Ko se trak pred postajo napolni (znana je dolžina traku in dimenzije palet), gredo palete mimo

Trak B1

Podrobnosti primera proizvodnega sistema

LMSV
LAMS

- Discrete Event Subsystem1



Preklop na trak B2 traja nekaj časa

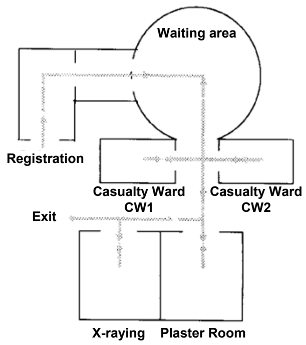
Diskretno-dogodkovni podsistemi in nadzor izvajanja

LMSV
LAMS

- Potreba po nadzoru izvajanja blokov
  - kadar kombiniramo časovno-zvezne bloke (Simulink library) in diskretno-dogodkovne bloke (SimEvents library)
    - povratno-zančne informacije
    - spreminjanje atributov entitet na njihovi poti ...
- Diskretno-dogodkovni podsistemi
  - način, s katerim doseženo, da se skupina časovno-zveznih blokov odziva na dogodke
  - lahko vsebujejo časovno-zvezne bloke, a brez dinamike
  - ne smejo vsebovati diskretno-dogodkovnih blokov
  - bloki znotraj tovrstnega podsistema niso proženi glede na integracijski korak zvezne simulacije, temveč z dogodki

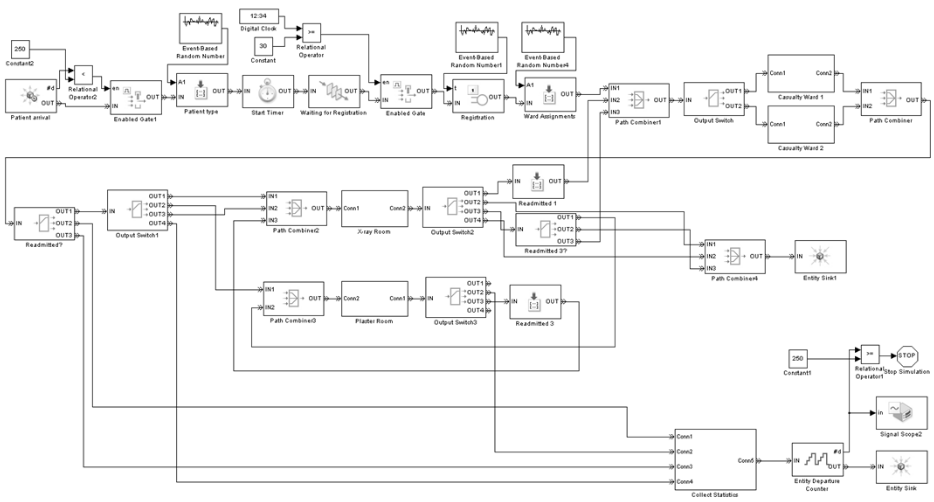
Organizacijski primer

- Urgentni blok (Emergency Department – ED) (ARGESIM comparison C6)
  - blok sestavljajo: registracija; dve ambulanti za poškodovance, vsaka z dvema zdravnikoma; rentgenska ambulanta z dvema aparatoma; mavčarna
  - predpostavljamo štiri tipe poškodovancev
  - vsi pacienti gredo skozi postopek registracije, njihova nadaljnja pot pa je odvisna od vrste poškodb



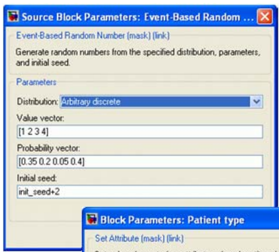
Model ED v okolju SimEvents

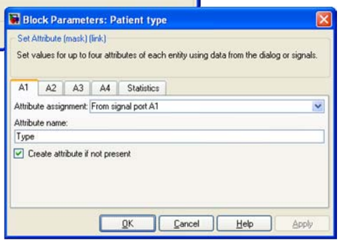
Podane so porazdelitve časov obravnave in drugi relevantni podatki



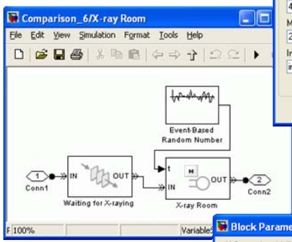
Model ED v SimEvents

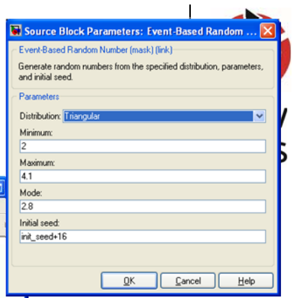
Podana je porazdelitev štirih tipov poškodovancev v relativnih deležih:



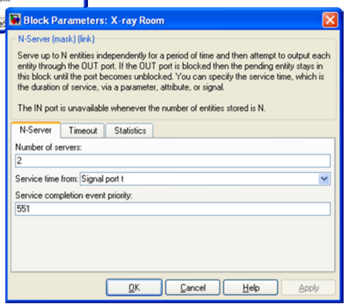


Rentgenska ambulanta



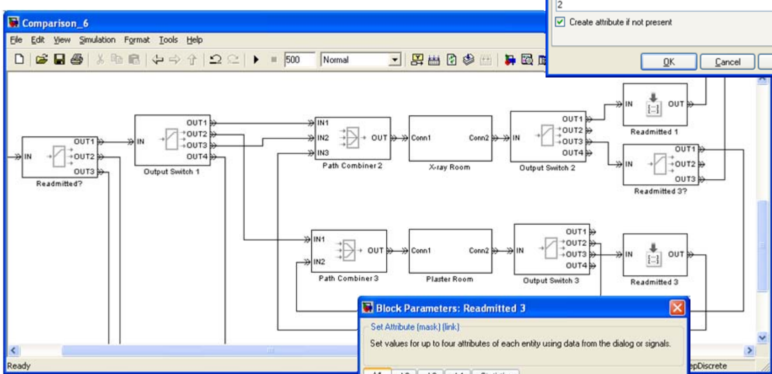


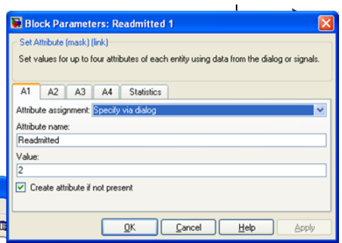
Trikotna porazdelitev časov obravnave

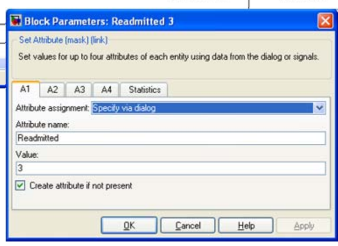


Model ED v SimEvents

Izvedba usmerjanja pacientov:







Zbiranje statističnih podatkov

LMSV
LAMS

- Namen
  - analiza časov
  - sprotno vodenje simulacijskega teka
- Problem analize podatkov
  - Katere statistike potrebujemo?
  - Kako izračunati zahtevane statistike?
  - Koliko ponovitev simulacije potrebujemo?

Zbiranje statistik iz niza simulacijskih tekov

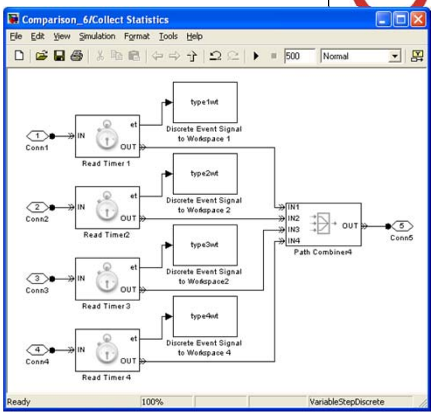
LMSV
LAMS

- Dostop do statistik
  - med simulacijo – dodatni signali na izhodih blokov glede na nastavljeno konfiguracijo blokov
  - post-simulacijska analiza – blok Discrete Event Signal to Workspace
- Ustvarjanje neodvisnih ponovitev
  - spreminjati moramo parameter 'Initial seed'
  - če se parameter 'Initial seed' pojavi na več mestih v modelu, moramo zagotoviti, da so nastavitve v različnih blokih različne
    - „ročno" nastavljanje preko spremenljivke + specifičen odmik
    - uporaba se_randomizeseeds, npr.:

      `>> se_randomizeseeds(bdroot,'verbose','on')`

Model ED v SimEvents (nad.)

Zbiranje časov prehoda:



Izračunavanje statistik v Matlabu:

```
system_name='Comparison_6';
load_system(system_name);
nruns = 100;
w = zeros(nruns,6);
h = waitbar(0,'Please wait...');
seedarray =
   ceil(rand(nruns,1)*999999)*2+1;
for k = 1:nruns
   waitbar(k/nruns,h);
   init_seed = seedarray(k);
   sim(system_name);
   w(k,1) = mean(type1wt.signals.values);
            ...
   w(k,5) = std([type1wt.signals.values;type2wt.signals.values;...]);
   w(k,6) = max([type1wt.time(end);type2wt.time(end);...]);
end
close(h);
result = mean(w);
```

Dodatno orodje za simulacijo sistemov diskretnih dogodkov v Simulinku: Stateflow

LMSV
LAMS

- Grafično orodje kot dodatek Simulinku
  - modeliranje in simulacija dogodkovno-proženih sistemov, ki jih imenujemo tudi reaktivni sistemi
    - modeliranje z diagrami stanj – Statecharts
  - razširja opisno moč klasičnih diagramov prehajanja stanj
    - vključevanje hierarhije in vzporednih stanj
  - generiranje C-kode
    - simulacija temelji na prevedbi v C-kodo
    - z dodatnim orodjem lahko ustvarimo prenosljivo C-kodo
- Primarno za deterministične sisteme

Sklepne ugotovitve

LMSV
LAMS

- Simulacija sistemov diskretnih dogodkov
  - proces sistematične numerične obravnave sistema
  - iz zbranih podatkov ocenjujemo določene veličine, ki predstavljajo mere učinka (performance measures)
  - za diskretno-dogodkovne sisteme je simulacija pogosto edina izvedljiva oblika analize dinamičnih lastnosti
- Strategije modeliranja sistemov diskretnih dogodkov
  - strategije razvoja simulacijskih modelov
    - razvrščanje dogodkov (Event Scheduling world view)
    - pregledovanje aktivnosti (Activity Scanning world view)
    - sovplivanje procesov (Process Interaction world view)
      - entitete, čakalne vrste, strežniki