

IZPIT IZ MATEMATIKE

Farmacija – univerzitetni študij
28. junij 2002

1. S popolno izdukcijo pokažite, da je vsota kubov treh zaporednih naravnih števil deljiva z 9!

2. a) Določite x tako, da bo zaporedje:

$$a_n = \frac{(-2)^n + 5^n}{(-2)^{n+1} + 5^{n+1}} + \left(\frac{n+1}{n-1}\right)^n + (1+x) \sin \frac{n\pi}{2}$$

konvergentno, in izračunajte njegovo limito!

b) Razvijte funkcijo:

$$f(x) = e^{x^3 - 15x^2 + 75x - 118}$$

v Taylorjevo vrsto okoli točke $a = 5$ in izračunajte $f^{(45)}(5)$.

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \frac{2x + 4}{\sqrt{x^2 + 2}}$$

Določite definicijsko območje, ničle, vodoravni asimptoti, ekstreme, intervale naraščanja in padanja, prevoje ter območja konveksnosti in konkavnosti. Narišite še graf!

4. a) Pokažite, da za primerne konstante A, B, C, D in E , odvisne od a, b in c , velja zveza:

$$\int (ax^2 + bx + c)\sqrt{1+x^2} dx = (Ax^3 + Bx^2 + Cx + D)\sqrt{1+x^2} + E \int \frac{dx}{\sqrt{1+x^2}}$$

b) Izračunajte površino in prostornino telesa, ki ga dobimo, če lik:

$$D := \left\{ (x, y); x^2 + 2x + 1 \leq y \leq \frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2} \right\}$$

zavrtimo okoli osi x .

Namig: Pomagajte si s točko a).

5. Poiščite točko na ploskvi $z = 3x + 6y + 2$, ki je najbližje koordinatnemu izhodišču.

Namig: Vezani ekstrem.