

IZPIT IZ MATEMATIKE

Farmacija – univerzitetni študij
22. junij 2007

1. Dokažite, da je število:

$$2 \cdot 13^n + 3^{n+1} - 5$$

deljivo z 10 za vsak $n \in \mathbb{N}$.

2. Izračunajte:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^2 + 1}{n^2 + 2n} \right)^{2-3n}, \quad \text{b) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin x}{\cos x - \cos(2x)}.$$

3. Dana je funkcija:

$$f(x) = \ln x + \ln(x + 2) - \frac{3}{x} - x.$$

- Določite njeno definicijsko območje ter raziščite, kje je konveksna in kje konkavna.
- Določite, koliko ekstremov ima funkcija in kakšne. Vsak ekstrem locirajte med dve zaporedni celi števili (pomagajte si s prvim odvodom).
- Skicirajte graf funkcije.

4. Izračunajte ločno dolžino krivulje, ki je v polarnih koordinatah podana z enačbo:

$$r = \varphi^4 \quad ; \quad 0 \leq \varphi \leq 1.$$

5. Poiščite tisto rešitev diferencialne enačbe:

$$y'' + 2y' = e^{-x},$$

za katero je $y(0) = 0$ in $y'(0) = -3$.