

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE

Farmacija – univerzitetni študij

16. januar 2008

B

1. S popolno indukcijo dokažite, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja neenakost:

$$1 \cdot 3 + 2 \cdot 3^2 + 3 \cdot 3^3 + \cdots + n \cdot 3^n > \frac{(2n-1)3^{n+1}}{4}.$$

2. Rešite neenačbo:

$$x|x-5| < 6.$$

Množico rešitev zapišite kot interval ali unijo intervalov.

3. Izračunajte limiti:

$$\text{a) } \lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n^2 + 4n + 3} - n), \quad \text{b) } \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3^n - 2}{3^n + 4} \right)^{3^n}.$$

4. Določite, za katere $x \in \mathbb{R}$ konvergira vrsta:

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-2x)^n}{\sqrt{n} - 1}.$$

5. Določite, za katere $a \in \mathbb{R}$ je funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1 + a^2 x^2)}{x^2} & ; x > 0 \\ 9 \cos x & ; x \leq 0 \end{cases}$$

zvezna na vsej realni osi.