

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE

Farmacija – univerzitetni študij
28. november 2008

A

1. S popolno indukcijo dokažite, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja enakost:

$$1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n + 1)^2 = \frac{(n + 1)(2n + 1)(2n + 3)}{3}.$$

2. Dano je zaporedje:

$$a_n = \ln(3n - 2) - \ln(2n + 1).$$

- Določite, ali je zaporedje naraščajoče oziroma padajoče.
- Dokažite, da je zaporedje konvergentno, in izračunajte njegovo limito.
- Določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot $\varepsilon = \ln(3/2)$.

3. Določite, za katere $x \in \mathbb{R}$ konvergira vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n^n}.$$

4. Določite tangento na krivuljo:

$$(x^3 - 2x^2)y^3 + 2y + 6 = 0$$

v točki $T(2, y)$.

5. Dana je funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} \left(1 + \frac{2}{x}\right)^2 & ; x \leq -1 \\ c \operatorname{arctg} x & ; x > -1 \end{cases}.$$

- Določite konstanto c , tako da bo funkcija zvezna na vsej realni osi.
- Narišite graf funkcije in določite njeno zalogo vrednosti.