

1. KOLOKVIJ IZ MATEMATIKE

Farmacija – univerzitetni študij
28. november 2008

B

1. S popolno indukcijo dokažite, da za vsak $n \in \mathbb{N}$ velja enakost:

$$1 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 7 + \cdots + (2n - 1)(2n + 1) = \frac{n(4n^2 + 6n - 1)}{3}.$$

2. Dano je zaporedje:

$$a_n = \ln(n + 3) - \ln(2n - 1).$$

- Določite, ali je zaporedje naraščajoče oziroma padajoče.
- Dokažite, da je zaporedje konvergentno, in izračunajte njegovo limito.
- Določite, od kod naprej se členi od limite razlikujejo za manj kot $\varepsilon = \ln 2$.

3. Določite, za katere $x \in \mathbb{R}$ konvergira vrsta:

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n! 3^n x^n}{(2n)!}.$$

4. Določite tangento na krivuljo:

$$(x^3 + 2x^2)y^3 + 2y - 6 = 0$$

v točki $T(-2, y)$.

5. Dana je funkcija:

$$f(x) = \begin{cases} c \operatorname{arctg} x & ; x \leq 1 \\ -\left(1 - \frac{2}{x}\right)^2 & ; x > 1 \end{cases}.$$

- Določite konstanto c , tako da bo funkcija zvezna na vsej realni osi.
- Narišite graf funkcije in določite njeno zalogo vrednosti.