

Univerza
v Ljubljani

Fakulteta
za gradbeništvo
in geodezijo



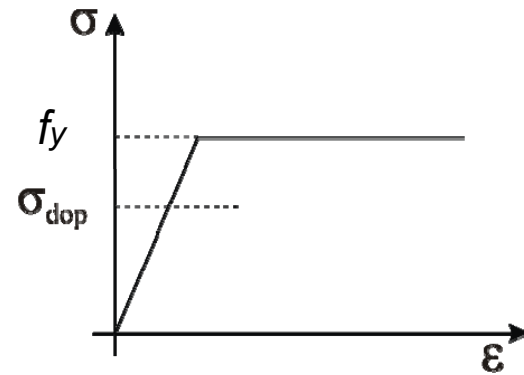
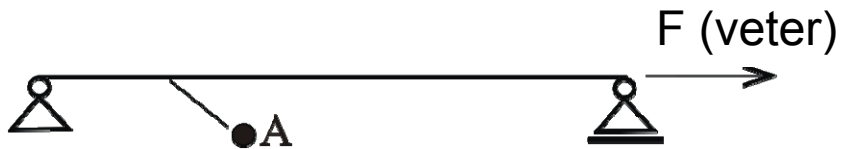
Katedra za metalne konstrukcije

JEKLENE KONSTRUKCIJE I

4.0 VARNOST IN ZANESLJIVOST KONSTRUKCIJ

prof. dr. Darko Beg
Sodelavci: Blaž Čermelj

Projektiranje konstrukcij



$$\sigma = \frac{F}{A} \leq \sigma_{dop} = \frac{f_y}{\gamma}$$

$$\sigma_{dop} = \frac{f_y}{\gamma}$$

$$\gamma \approx 1,5$$

Varnostni faktor

Točnost enačbe ?

f_y, F, A, γ ?

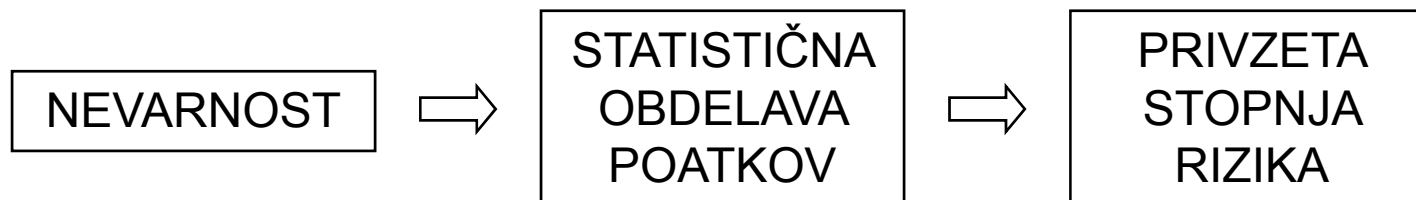
Kako natančno poznamo te
parametre?

Pristop k projektiranju konstrukcij

- klasični **deterministični** pristop



- sodobni **verjetnostni** pristop



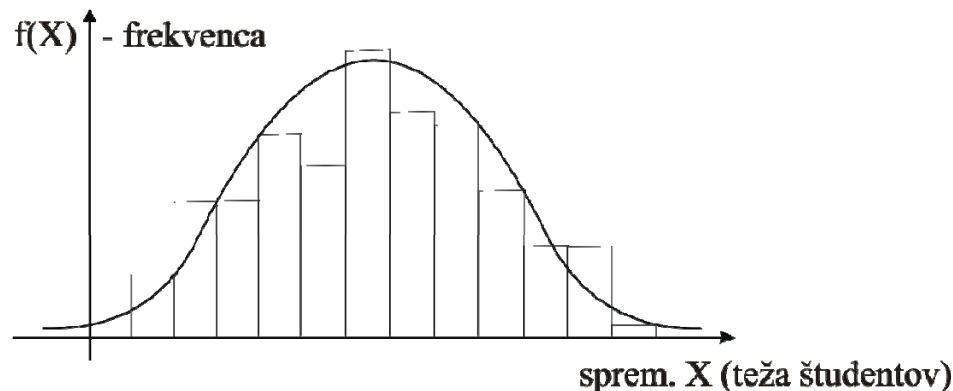
Deterministični pristop: (D.P.)

- Vse spremenljivke so določene: predpisi, podatki proizvajalcev, ...
- Pri determinističnem pristopu se postavlja ostra meja med varno in nevarno konstrukcijo.
- Varo pomeni enako kot absolutno varno in izključuje možnosti večje človeške napake, nastopa višje sile, ...
- Varnostni faktor je bil določen na osnovi dosedanjih izkušenj, po katerih je upoštevanje takega faktorja varnosti zadoščalo. **Na osnovi tako določenih varnostnih faktorjev ni mogoče določiti dejanske varnosti konstrukcije.** Tako določeni “v” tudi ni odvisen od vhodnih podatkov!
- Z determinističnega vidika bi lahko varnostni faktor bil enak 1, če ne bi bilo nobenih nezanesljivosti pri gradnji. Vendar taka situacija v naravi ni mogoča.

Probabilistični pristop: (P.P.)

- Vse količine so **slučajne spremenljivke** (lahko delno med seboj odvisne).
- Probabilistični pristop pušča vedno neko majhno nevarnost, da pri istočasnem vplivu neugodnih faktorjev pride do rušitve konstrukcije.
- Varnostni faktorji se pri probabilistični analizi razlikujejo za različne vplive in so določeni na osnovi zahtevane zanesljivosti konstrukcije. Pri manj zanesljivih količinah so obtežni faktorji večji (veter), pri bolj zanesljivih (lastna teža) pa manjši.

Diagram za slučajne spremenljivke –realni primer:



Porazdelitev slučajnih spremenljivk

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i$$

povprečna vrednost

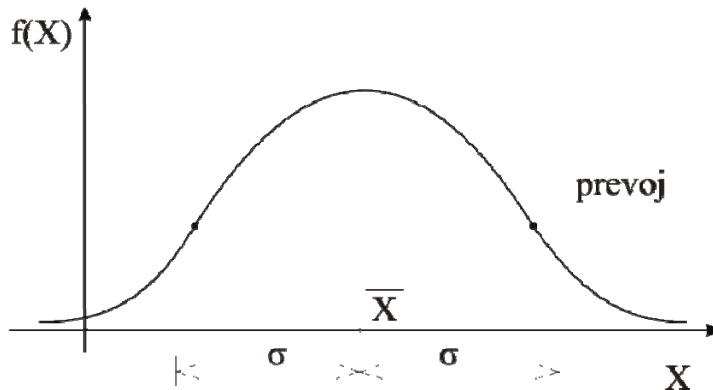
$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}$$

standardna deviacija

$$V = \frac{\sigma}{\bar{X}}$$

koeficient variacije

Običajno normalna ali Gausova porazdelitev



$$f(X) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\bar{x}}{\sigma} \right)^2}$$

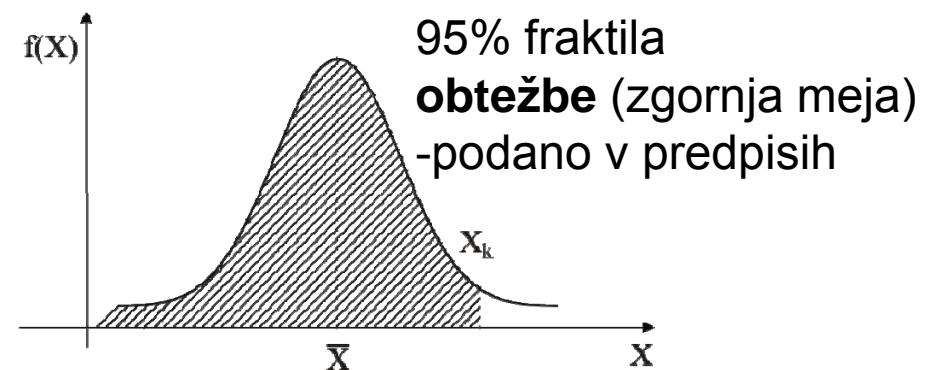
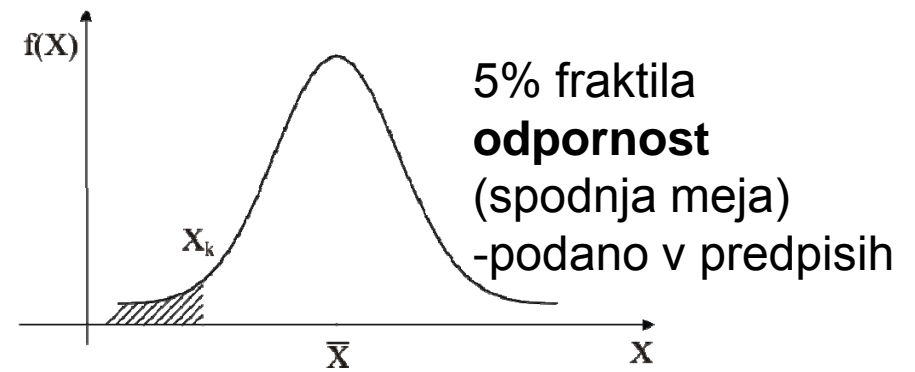
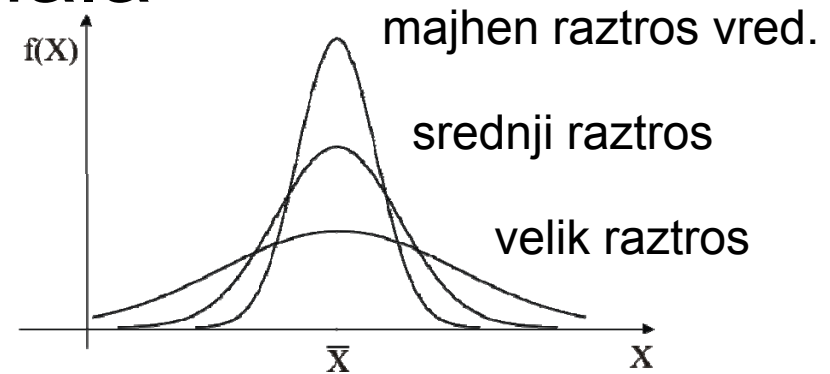
Karakteristična vrednost lastnosti materiala

Verjetnost, da bo $X < X_0$

$$P_{(X < X_0)} = \frac{\int_{-\infty}^{X_0} f(x) dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx}$$

Pri $p = 0.05$ ali 0.95 : $X_0 \longrightarrow$

$X_0 \longrightarrow X_{\text{KARAKTERISTIČNO}}$ (v predpisih)



Nivoji analize konstrukcij s P.P.

- **Nivo III:**

- popolna probabilistična analiza;
- veliko število neznank;
- zelo zahtevna.

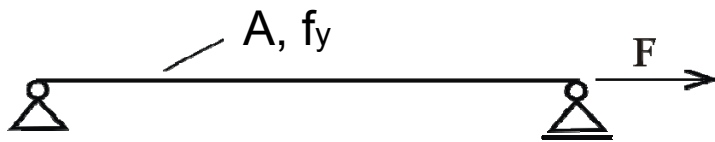
- **Nivo II:**

- Statistična in probabilistična analiza z upoštevanjem:
 - \bar{X} , σ , normalna razporeditev;
 - samo bistvene neznanke slučajne.

- **Nivo I:**

- parcialni faktorji varnosti – določeni z metodo II ali III (vsak vpliv ima svoj faktor);
- primerno za uporabo v praksi.

Dimenzioniranje po probabilistični metodi (II)



$$R = (A f_y)$$

odpornost

$$S = (F)$$

zunanji vpliv

R, S slučajni, normalni in neodvisi spremenljivki

$R > S$ nosilnost ni prekoračena

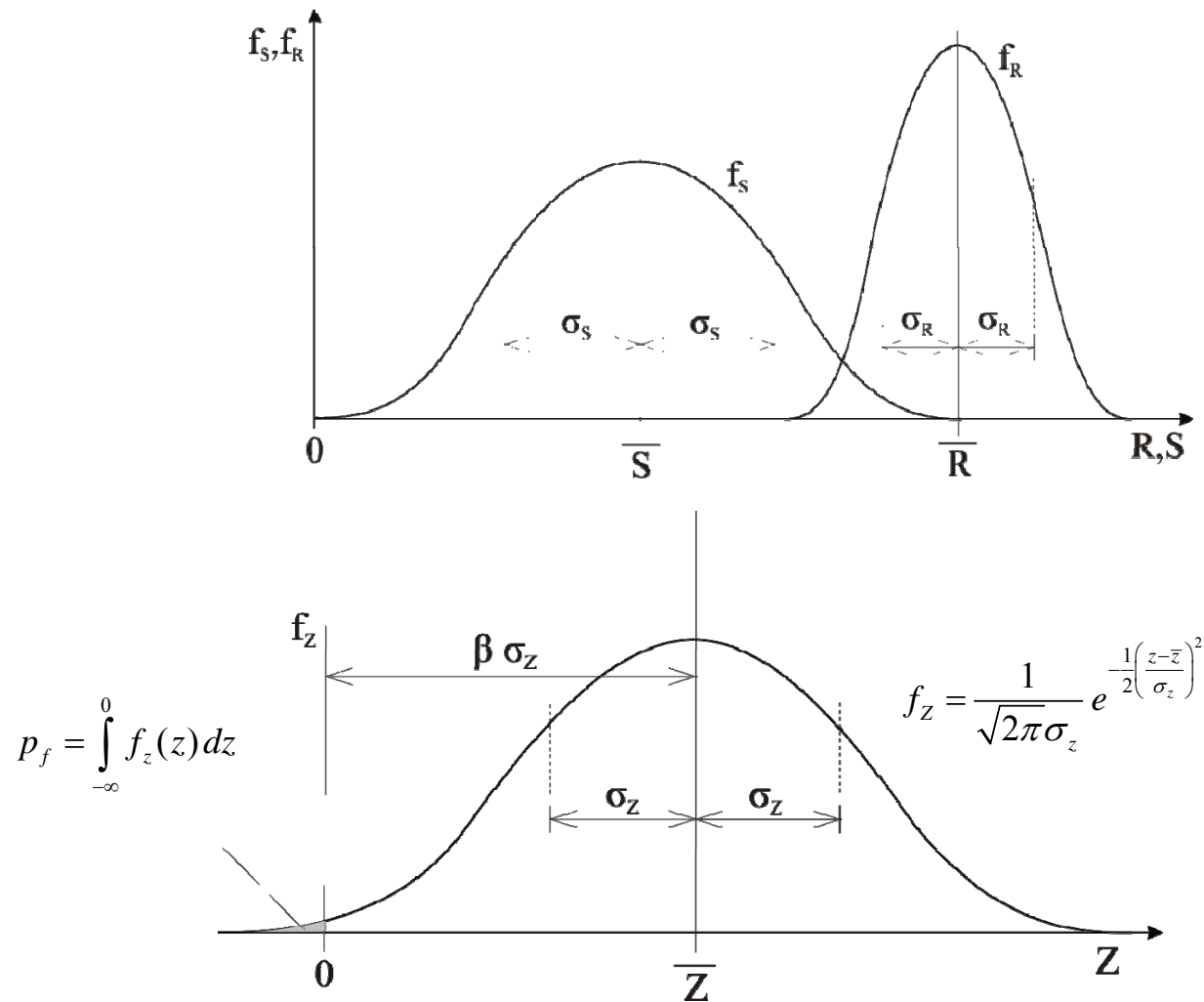
$R = S$ nosilnost ni prekoračena

$R < S$ nosilnost prekoračena

$Z = R - S \geq 0 \rightarrow$ iščemo $p_f(z \leq 0)$ **verjetnost da pride do porušitve**

Dimenzioniranje po probabilistični metodi (II)

Gostota porazdelitve spremenljivk S, R in Z:



Dimenzioniranje po probabilistični metodi (II)

$Z = R - S$... Z je tudi slučajna spremenljivka

$$\sigma_Z = \sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}$$

$\beta = \frac{\bar{Z}}{\sigma_Z} = \frac{1}{V_Z}$... indeks zanesljivosti

V_Z ... koeficient variacije

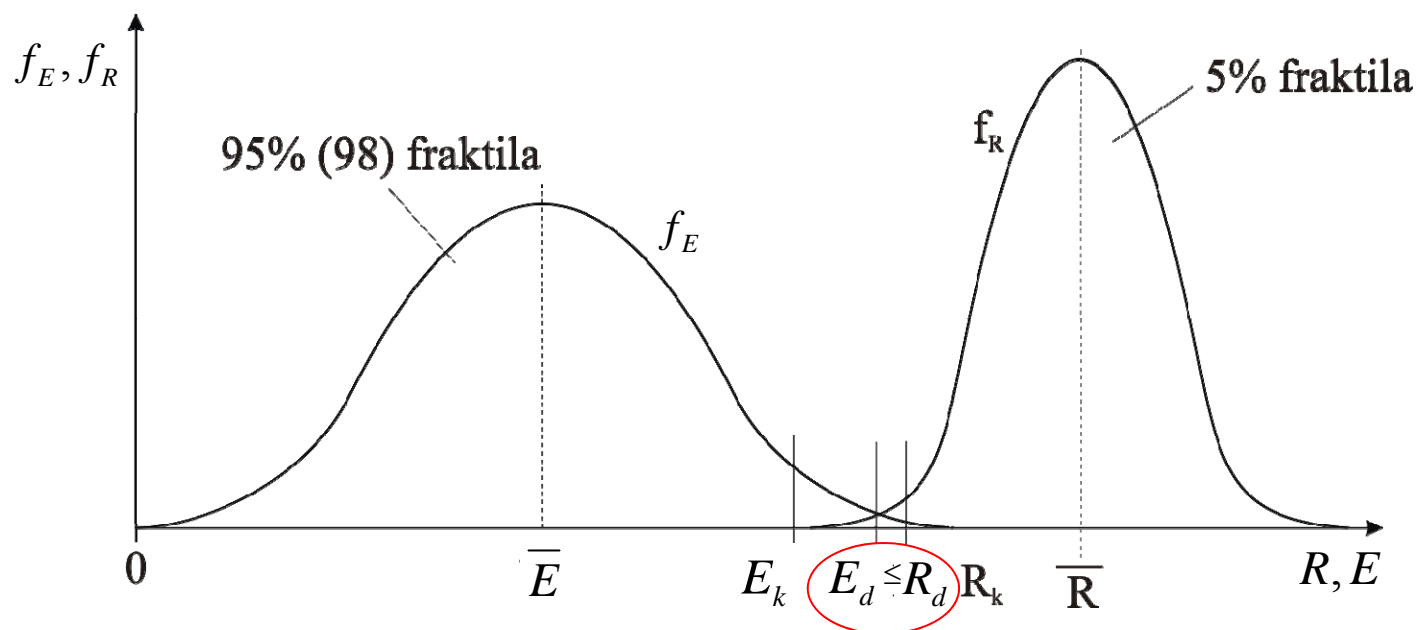
$$p_f(z \leq 0) \Rightarrow p_f(z \leq 0) = \Phi\left(-\frac{\bar{z}}{\sigma_Z}\right) = \Phi(-\beta)$$

Φ = **kumulativna porazdelitvena funkcija standardne normalne porazdelitve**

$p_f(z < 0) \approx 7 \cdot 10^{-5} \Leftrightarrow \beta = 3,8 \rightarrow$ EUROCODE 3 (privzeta stopnja rizika)

Metoda nivoja I

Grafična ponazoritev metode nivoja I:



$$E_d \leq R_d \quad \text{ali} \quad \gamma_E E_k \leq \frac{R_k}{\gamma_M} \quad \text{kjer je}$$

$E_d = \gamma_E E_k$... projektna vrednost zunanjega vpliva;

$R_d = \frac{R_k}{\gamma_M}$... projektna vrednost nosilnosti ali odpornosti;

E_k, R_k ... karakteristični vrednosti zunanjega vpliva (obtežbe) in nosilnosti.

Metoda nivoja I

γ_S, γ_M ... delna varnostna faktorja obtežbe in materiala

Metoda nivoja I uporablja EUROCODE (obtežbe, beton, jeklo, sovprežne konstrukcije, ...)

- zanesljivost ob upoštevanju 50 letne življenjske dobe konstrukcije

	MSN	MSU
P_f	$7 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-2}$

Nevarnost smrti/uro za 10^8 oseb 1970-73 VB

alpinizem	2700
letalski prevoz	120
avto	56
nesreče doma	2,1
rušenje konstrukcij	0,002

EUROCODE

Dimenzioniranje po mejnih stanjih

- mejno stanje nosilnosti (MSN):
 - stalno, začasno (gradnja);
 - potresno;
 - nezgodno (požar, eksplozija, trk vozila).

- mejno stanje uporabnosti (MSU):
 - pomiki;
 - vibracije;
 - napetosti.

EUROCODE

Obtežbe

- stalna obtežba G (lastna teža, instalacije, fiksna oprema) majhen V
- spremenljiva obtežba Q:
 - koristna obtežba;
 - veter;
 - sneg;
 - temperatura;
 - posedanje podpor.večji V
- nezgodna obtežba A (eksplozija, trk vozila) zelo velik V

EUROCODE

V predpisih so podane karakteristične vrednosti, npr. Q_k

		splošno	stopnice	balkon
stan. hiše	q_k [kN/m ²]	2,0	3,0	4,0
šole, pisarne	q_k [kN/m ²]	3,0	4,0	
prireditvene dvorane, trgovine	q_k [kN/m ²]	4,0		

Vsaki obtežbi pripada svoj obtežni faktor, ki se razlikuje glede na naravo obtežbe:

$$\left. \begin{aligned} G_D &= G_K \cdot \gamma_G ; & \gamma_G &= 1,35 & (1,0) \\ Q_D &= Q_K \cdot \gamma_Q ; & \gamma_Q &= 1,5 \\ A_D &= A_K \cdot \gamma_A ; & \gamma_A &= 1,0 \end{aligned} \right\}$$

**γ zajema nezanesljivost obtežbe
in računskega postopka.**

EUROCODE

Obtežne kombinacije

MSN

- stalno in začasno stanje

$$\sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} ;$$

- nezgodno stanje

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_d + (\psi_{1,1} \text{ ali } \psi_{2,1}) \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot G_{k,i} ;$$

- potresno projektno stanje

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + A_{Ed} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} .$$

EUROCODE

MSU

- karakteristična kombinacija (nereverzibilni pojavi – plastifikacija)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} ;$$

- pogosta kombinacija (reverzibilni pojavi – pomiki, vibracije)

$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \psi_{1,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} ;$$

- navidezno stalna kombinacija

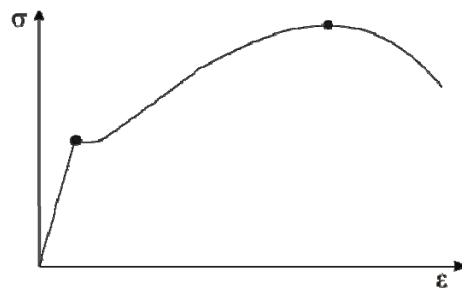
$$\sum_{j \geq 1} G_{k,j} + \sum_{i \geq 1} \psi_{2,i} \cdot Q_{k,i} .$$

EUROCODE

Material

Mehka konstrukcijska jekla

Standard in kvaliteta jekla	Nominalna deblina elementa t [mm]			
	$t \leq 40$ mm		$40 \text{ mm} < t \leq 80$ mm	
	f_y [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]	f_y [N/mm ²]	f_u [N/mm ²]
EN 10025-2				
S 235	235	360	215	360
S 275	275	430	255	410
S 355	355	510	335	470
S 450	440	550	410	550



Vijaki:

$$f_{yb} \rightarrow 240 - 900 \text{ N / mm}^2$$

$$f_{ub} \rightarrow 400 - 1000 \text{ N / mm}^2$$

EUROCODE

Material → delni faktorji γ_M

R_d → nosilnost prereza, elementa, ...



$\frac{f_y}{\gamma_{M0}}$	– Nosilnost prečnih prerezov ne glede na razred kompaktnosti:	γ_{M0}
$\frac{f_y}{\gamma_{M1}}$	– Odpornost elementov na nestabilnost - kontrola na nivoju elementa:	γ_{M1}
$\frac{f_u}{\gamma_{M2}}$	– Odpornost natezno obremenjenih neto prečnih prerezov na pretrg, vijaki, zvari :	γ_{M2}

$$\gamma_{M0} = 1.0$$

$$\gamma_{M1} = 1.0$$

$$\gamma_{M2} = 1.25$$

γ_{Mi} zajema **nezanesljivost pri kvaliteti materiala in geometriji konstrukcije.**

Mejna stanja uporabnosti

- Kontrola napetosti (karakteristična kombinacija) – nereverzibilen proces

$$\sigma_{ser} \leq f_y \cdot$$

- Kontrola pomikov in vibracij (pogosta kombinacija) – reverzibilen proces.

Kriteriji za ugotavljanje mejnih stanj uporabnosti so stvar dogovora med naročnikom in projektantom (projektna naloga).

V evrokodih so podane samo priporočene vrednosti (NA k SIST EN 1990).

Kontrola MSU - upogibki

Del konstrukcije	Mejne vrednosti pri karakteristični kombinaciji vplivov	
	w_{max}	$w_2 + w_3$
strehe nasploh	$L/200^*$	$L/250$
pohodne strehe (ne le pri vzdrževanju)	$L/250$	$L/300$
stropovi nasploh	$L/250$	$L/300$
strehe in stropovi, ki nosijo krhke obloge (npr. mavec), in zelo toge predelne stene	$L/300$	$L/350$
stropovi, ki podpirajo stebre, razen v primerih, če so ti upogibki izračunani pri celoviti analizi konstrukcije	$L/400$	$L/500$
*v primeru, da je w_{max} pomemben za videz konstrukcije	$L/250$	-
L razpon med podporami ali dvojna dolžina konzole		
Pomen simbolov:		
w_c	nadvišanje neobremenjenega konstrukcijskega elementa	
w_1	začetni del upogibka zaradi stalnih vplivov v ustrezni kombinaciji skladno z enačbami (6.14a) do (6.16b)	
w_2	del upogibka zaradi dolgotrajnega delovanja stalne obtežbe	
w_3	dodatni del upogibka zaradi spremenljivih vplivov v ustrezni kombinaciji skladno z enačbami (6.14a) do (6.16b)	
w_{tot}	celoten upogibek kot vsota w_1 , w_2 in w_3	
w_{max}	končni upogibek z upoštevanjem nadvišanja	

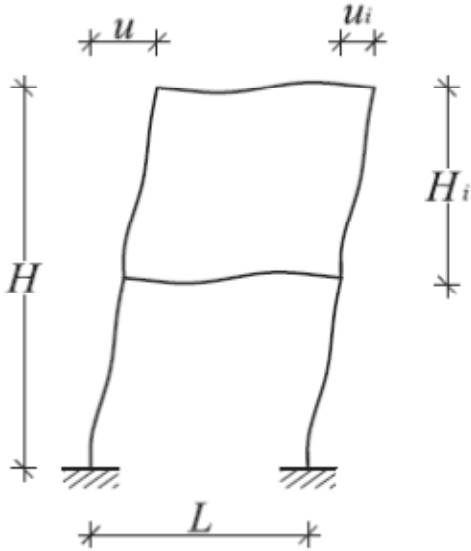
Kontrola MSU - upogibki

Nosilni element	Mejne vrednosti	
	δ_{max}	δ_2
<ul style="list-style-type: none"> - strehe nasploh - pohodne strehe (ne samo za vzdrževanje) - stropovi nasploh - strehe in stropovi, ki nosijo krhke obloge (npr. mavec) in zelo toge predelne stene - stropovi, ki podpirajo stebre (razen, če ti upogibki niso vključeni v globalno analizo pri mejnem stanju nosilnosti) 	$L/200^*$ $L/250$ $L/250$ $L/250$ $L/400$	$L/250$ $L/300$ $L/300$ $L/350$ $L/500$
* v primeru, ko δ_{max} lahko neugodno vpliva na izgled konstrukcije	$L/250$	
<p>razpon L:</p>		

Kontrola MSU – horizontali pomiki

Vrsta stavbe	Mejne vrednosti pri karakteristični kombinaciji vplivov	
	u_i	u
pritlične industrijske stavbe brez žerjavnih prog	$H_1/150$	-
pritlične stavbe	$H_1/300$	-
večnadstropne stavbe	$H_i/300$	$H/500$



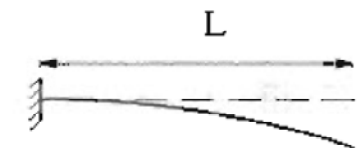

Pomen simbolov:



The diagram illustrates a building frame with two columns and a beam. The total height of the frame is labeled H . The total horizontal displacement at the top is labeled u . The horizontal displacement at a specific floor level is labeled u_i . The width of the frame is labeled L . The building is shown with fixed supports at the base.

u	celotni vodoravni pomik konstrukcije višine H
u_i	vodoravni pomik etaže višine H_i

Kontrola MSU – vibracije

Način uporabe stropov	Najnižja lastna * frekvenca f_e (Hz)	Skupni upogibek * $\delta_1 + \delta_2$ (mm)	
* dovolj je izpolniti enega izmed pogojev			
stropovi na katerih ljudje pogosto hodijo	3	28	
stropovi, na katerih se pleše ali skače (plesne dvorane, telovadnice, ...)	5	10	
$f_e = \frac{\alpha}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}$			
f_e - lastna frekvenca E - elastični modul I - vztrajnostni moment		L - razpon nosilca m - masa na enoto dolžine α - koeficient nihajne oblike in robnih pogojev	
 <p style="text-align: center;">$\alpha=9.869$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha=22.37$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha=3.516$</p>	 <p style="text-align: center;">$\alpha=15.42$</p>