

Domače vaje iz LINEARNE ALGEBRE - Analitična geometrija

1. Točke $O(0, 0, 0)$, $A(1, 0, 1)$, $B(1, 1, 2)$ in $C(1, 1, 1)$ določajo paralelepiped. Poišči:

- (a) enačbo premice - nosilke telesne diagonale iz točke O ;
(b) enačbo ravnine, na kateri leži točka A in je vzporedna z ravnino, ki jo določajo točke O , B in C ;
(c) kot pod katerim telesna diagonala iz O seka ploskev, določeno s točkami O , B in C .

2. Določi takšno točko T na ravnini $x - y + 3z = 6$, da bo točka $T'(1, -1, 2)$ njena pravokotna projekcija na ravnino $x + y + z = 2$.

3. Premica q gre skozi točko $T(2, 3, 2)$ in pod pravim kotom seka premico:

$$p: -x = \frac{y+1}{2} = z - 2.$$

Poišči enačbo ravnine, ki vsebuje premico q in točko $R(3, 5, 5)$. Določi še kot med premico p in dobljeno ravnino.

4. Poišči pravokotno projekcijo premice

$$\frac{x-1}{2} = y - 1 = -z$$

na ravnino, ki jo določajo točke $T_1(1, 0, 1)$, $T_2(1, 1, 3)$ in $T_3(5, 1, 1)$. Kje se sekata premica in njena projekcija?

5. Ravnina Π gre skozi točko $T(3, 4, 1)$ in je vzporedna premicama:

$$p: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{-2}, \quad \text{in} \quad q: x = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}.$$

Poišči enačbo ravnine Π , ter ugotovi, kam se preslika točka $S(1, -2, 1)$ pri zrcaljenju čez Π .

6. Poišči enačbo premice, ki gre skozi točko $A(3, -1, -1)$, seka premico $x - 2 = \frac{y-5}{2} = \frac{z+3}{-2}$ in je vzporedna ravnini $x + y + z = 5$.

7. Poišči najkrajšo razdaljo med premicama $x = -2y = z$ in $x = y = z$.

8. Poišči enačbo premice, ki gre skozi točko $T(1, 2, -1)$, ter seka premici $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+3}{3}$ in $\frac{x+2}{3} = y = \frac{z+3}{-1}$.

9. Na premici, ki je določena z enačbama $2x - y = 2$, $x - y - z = 1$, določi točko, ki je enako oddaljena od točke $A(4, 1, 1)$ in $B(2, 1, 1)$.

10. Premica p je podana s presekom ravnin $x + y = 2$, $z - x = -1$. Določi razdaljo točke $T(1, 0, 0)$ do premice p . Na premici p poišči točko, ki je oddaljena od točke T za enoto.

11. Poišči enačbo premice, ki leži v ravnini $x - 4y + 2z = 7$, ter pod pravim kotom seka premico, podano s presekom ravnin $x - 2y - 4z = -3$ in $2x + y - 3z = -1$.

12. Premico p dobimo kot presečišče ravnin

$$x + 2y + 3z = 13,$$

$$3x + y + 4z = 14.$$

Na premici p določi tako točko T , da bo točka $P(0, 3, 1)$ njena pravokotna projekcija na premico

$$q: \frac{x}{3} = 3 - y = z - 1.$$

Kolikšna je razdalja med točko T in premico q ?

13. Dani sta premici:

$$p: x + 1 = \frac{y - 2}{2} = \frac{z - 1}{3} \quad \text{in} \quad q: \frac{5 - x}{3} = \frac{y - 1}{2} = z + 1.$$

Poišči enačbo ravnine Σ , ki vsebuje premico p in je vzporedna premici q . Kolikšna je razdalja premice q do ravnine Σ ?

14. Skozi točki $A(1, 0, -2)$ in $B(0, 2, 2)$ položi ravnino, ki je vzporedna premici p , določeni z enačbama: $x + y - z = 0$, $x - 2y + z = 1$. Kolikšna je razdalja premice p do dobljene ravnine?

15. Poišči pravokotno projekcijo premice

$$p: \frac{x - 1}{2} = \frac{-y - 2}{3} = \frac{z + 1}{-3}$$

na ravnino, ki koordinatne osi seka pri $x = 2.5$, $y = -5$ in $z = 5$. Kje se sekata premica in njena projekcija?

REŠITVE

(Objavljene so le rešitve dokončno oddanih nalog. Za pravilnost rešitev odgovarjajo demonstratorji.)

- (a) $\frac{x}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z}{4}$ (b) $x - y = 1$ (c) $\arcsin \frac{\sqrt{58}}{58} \doteq 7.5^\circ$
- Točka T ima koordinate $T(\frac{1}{3}, -\frac{5}{3}, \frac{4}{3})$.
- Iskana ravnina ima enačbo $-4x + 5y - 2z = 3$, premica p pa z njo oklepa kot $\arcsin\left(\frac{2\sqrt{3}}{15}\right) \doteq 46.9^\circ$.
- Pravokotna projekcija dane premice ima enačbo $\vec{r} = (-2, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) + \lambda(46, 5, -13)$, njuno presečišče pa je točka s koordinatami $(-2, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$.
- Ravnina Π ima enačbo: $x + 4y - 3z = 16$, točka S pa se čez njo prezrcali v točko $S''(3, 6, -5)$.
- Iskana premica ima enačbo: $\vec{r} = (3, -1, -1) + \lambda(-1, 0, 1)$.
- Podani premici se sekata.
- Enačba iskane premice v vektorski obliki je: $\vec{r} = (1, 2, -1) + \lambda(42, 15, -11)$.
- Iskana točka ima koordinate $(3, 4, -2)$.
- Razdalja točke T do premice p je $\frac{\sqrt{6}}{3}$, točki na premici p , ki sta od dane točke T oddaljeni za enoto pa sta: $T_1(1, 1, 0)$ in $T_2(\frac{5}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3})$.
- Vektorska enačba iskane premice je $\vec{r} = (2, -\frac{1}{2}, \frac{3}{2}) + \lambda(-2, 3, 7)$.
- Točka T ima koordinate $T(-3, -1, 6)$, iskana razdalja pa je $d(T, q) = 5\sqrt{2}$.
- Enačba ravnine Σ je $2x + 5y - 4z = 4$, premica q pa je od nje oddaljena za $\sqrt{5}$.
- Iskana ravnina je $-2x + 7y - 4z = 6$, razdalja premice p do te ravnine pa je $\frac{4\sqrt{69}}{23}$.
- Ravnina ima enačbo: $2x - y + z = 5$, pravokotna projekcija premice p na to ravnino pa je premicaž $\vec{r} = (2, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2}) + \lambda(-2, 7, 33)$. Projekcija in premica se sekata v točki $(2, -\frac{7}{2}, -\frac{5}{2})$.