ANALIZA KINEMATIČNIH ENAČB SISTEMA TOGIH TELES

Marjan Stanek [1] in Goran Turk [2]

KINEMATIC EQUATIONS ANALYSIS OF THE SYSTEM OF RIGID BODIES

POVZETEK

V prispevku prikazujeva metodo, s katero s **kinematičnimi enačbami** ugotovimo, če v sistemu togih teles (podprta in med seboj povezana toga telesa) celotni sistem in vsako izmed togih teles pri poljubni obtežbi **miruje**. Obravnavamo sistem togih teles, podprt s **točkovnimi podporami** in povezan s **točkovnimi vezmi**. Podana je tudi zveza med kinematičnimi in ravnotežnimi enačbami.

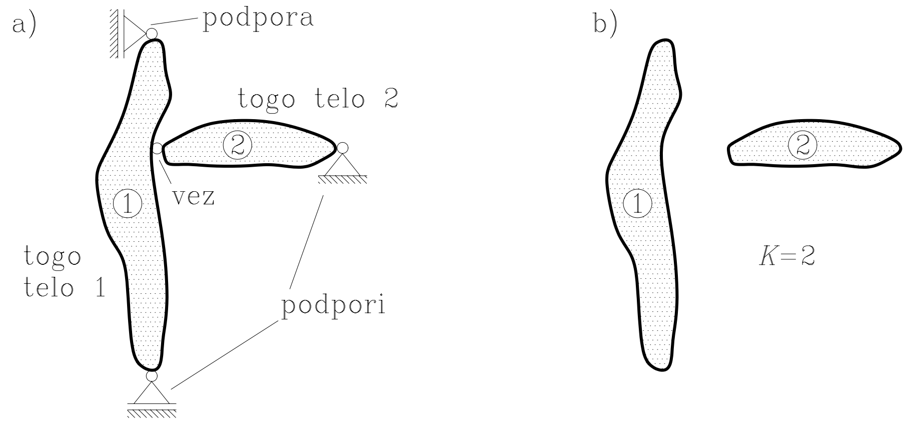
SUMMARY

A **kinematic equations** based method to determine if the system of rigid bodies **moves or not** is presented here. The system of rigid bodies constrained by **point supports** and **connecting points** is explored. The relation between kinematic and equilibrium equations is also discussed.

1. RAČUNSKO ŠTEVILO PROSTOSTNIH STOPENJ SISTEMA TOGIH TELES

Za določitev računskega števila prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$ sistemu **odstranimo podpore** in ga na mestu vezi **razrežemo** na posamezna nepovezana (prosta) toga telesa (slika 1). Število prostih teles označimo s K.

[1] doc.dr. Marjan Stanek, Univerza v Ljubljani, FGG, Katedra za mehaniko, Ljubljana, Jamova 2
[2] asist.dr. Goran Turk, Univerza v Ljubljani, FGG, Katedra za mehaniko, Ljubljana, Jamova 2



SLIKA 1 a) Sistem dveh togih teles. b) Prosti telesi.

Računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$ izračunamo tako, da od števila prostostnih stopenj prostih togih teles $(6K)$ odštejemo število prostostnih stopenj, ki jih odvzamejo podpore in vezi

$$\tilde{n}_{ps} = 6K - \left(\sum_{\text{vse podpore}} n_{opsp} + \sum_{\text{vse vezi}} n_{opsv} \right). \tag{1}$$

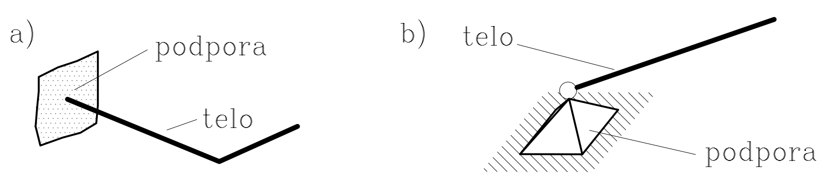
Z n_{opsp} označimo število odvzetih prostostnih stopenj zaradi podpore, z n_{opsv} pa število odvzetih prostostnih stopenj zaradi vezi.

1.1 Število odvzetih prostostnih stopenj zaradi točkovne podpore

Točkovna podpora odvzame togemu telesu toliko prostostnih stopenj, kolikor je število predpisanih pomikov in zasukov v podpori. Taka podpora odvzame najmanj eno in največ šest prostostnih stopenj

$$1 \leq n_{opsp} \leq 6.$$

Na sliki 2 sta prikazani vpeta in nepomična členkasta podpora. V prostoru odvzame vpeta podpora vseh šest prostostnih stopenj, členkasta pa tri.

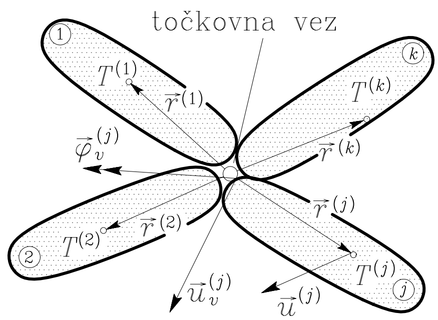


SLIKA 2 a) Vpeta podpora. b) Nepomična členkasta podpora.

1.2 Število odvzetih prostostnih stopenj zaradi točkovne vezi

Vzemimo, da je k **nepodprtih** togih teles povezanih z **eno točkovno vezjo** tako, da so nekatere komponente pomikov oziroma zasukov na mestu vezi za nekatera telesa enake, druge pa različne (slika 3). Pomik $\vec{u}^{\,(j)}$ poljubne točke $T^{(j)}$ na togem telesu j lahko izrazimo s pomikom $\vec{u}_v^{(j)}$ in z zasukom $\vec{\varphi}_v^{(j)}$ telesa j na mestu vezi v z enačbo

$$\vec{u}^{\,(j)} = \vec{u}_v^{(j)} + \vec{\varphi}_v^{(j)} \times \vec{r}^{\,(j)}. \tag{2}$$



SLIKA 3 Vez zagotavlja, da so nekatere komponente $u_{vx}, u_{vy}, u_{vz}, \varphi_{vx}, \varphi_{vy}, \varphi_{vz}$ na mestu vezi enake za nekatera povezana toga telesa.

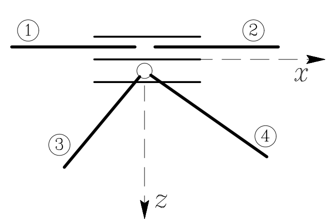
Z $\vec{r}^{(j)}$ je označen krajevni vektor od vezi v do poljubne točke $T^{(j)}$ na telesu j. Enačba (2) velja ob predpostavki, da so zasuki majhni. Število teles, ki imajo na mestu vezi različne pomike v smeri osi x, označimo z n_{ux}, v smeri osi y z n_{uy} in v smeri osi z z n_{uz}. Število teles z različnimi zasuki na mestu vezi okrog osi x označimo z $n_{\varphi x}$, okrog osi y z $n_{\varphi y}$ in okrog osi z z $n_{\varphi z}$. V tem primeru lahko z enačbo (2) pomik poljubne točke katerega koli telesa v sistemu izrazimo z $n_{ux}+n_{uy}+n_{uz}+n_{\varphi x}+n_{\varphi y}+n_{\varphi z}$ pomiki in zasuki. To pomeni, da je število prostostnih stopenj nepodprtih in z eno vezjo med seboj povezanih k togih teles enako $n_{ps} = n_{ux}+n_{uy}+n_{uz}+n_{\varphi x}+n_{\varphi y}+n_{\varphi z}$. Ker je število prostostnih stopenj za k nepovezanih teles v prostoru enako $6k$, taka vez k nepovezanim togim telesom odvzame n_{opsv} prostostnih stopenj

$$n_{opsv} = 6k - (n_{ux}+n_{uy}+n_{uz}+n_{\varphi x}+n_{\varphi y}+n_{\varphi z}). \tag{3}$$

Za gibanje, ki je omejeno na ravnino (x, z), enačbo (3) zapišemo takole

$$n_{opsv} = 3k - (n_{ux}+n_{uz}+n_{\varphi y}).$$

Na sliki 4 je prikazan sistem štirih togih teles, katerega gibanje je omejeno na ravnino (x, z). Telesa so povezana z vezjo, ki zagotavlja, da imajo telesa na mestu vezi tri različne pomike v smeri osi x, enak pomik v smeri osi z in tri različne zasuke okrog osi y. Zato taka vez štirim telesom odvzame $3 \cdot 4 - (3+1+3) = 5$ prostostnih stopenj.



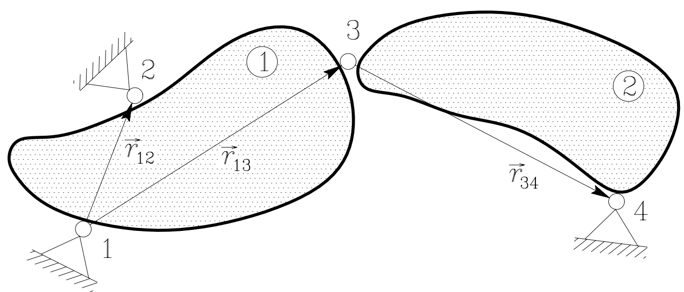
SLIKA 4 Vez zagotavlja, da so nekateri pomiki in zasuki na mestu vezi enaki.

Računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$, ki ga izračunamo po enačbi (1), je lahko nič, pozitivno ali negativno število. Za $\tilde{n}_{ps} > 0$ se sistem togih teles **premika**. **Dejansko število prostostnih stopenj** n_{ps} je nenegativno celo število. Če je računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps} \leq 0$, je dejansko število prostostnih stopenj $n_{ps} = 0$ le, če so podpore in vezi pravilno razporejene. Takrat telo miruje pri poljubni obtežbi. Če so podpore in vezi nepravilno razporejene, je $n_{ps} > 0$ in se sistem teles lahko premika. Pravilnost razporeditve podpor in vezi ugotovimo, če za vsako nepovezano togo telo zapišemo naslednje **kinematične enačbe**:

- kinematične pogoje na mestu podpor in vezi;
- kinematične pogoje, s katerimi izrazimo pomike $\vec{u}_{jpv}$ in zasuke $\vec{\varphi}_{jpv}$ na mestu podpor in vezi j s pomiki $\vec{u}_{ipv}$ in zasuki $\vec{\varphi}_{ipv}$ v drugi poljubno izbrani podpori ali vezi i togega telesa; te pogoje zapišemo z enačbama

$$\vec{u}_{jpv} = \vec{u}_{ipv} + \vec{\varphi}_{ipv} \times \vec{r}_{ij}, \qquad \vec{\varphi}_{jpv} = \vec{\varphi}_{ipv}. \tag{4}$$

Z $\vec{r}_{ij}$ označujemo vektor od podpore ali vezi i do podpore oziroma vezi j. Če ima telo v sistemu togih teles m podpor in vezi, zanj zapišemo $m-1$ enačb (4). Za telo 1 na sliki 5 lahko izrazimo pomik in zasuka podpore 2 in vezi 3 s pomikoma in zasukom podpore 1, za telo 2 pa pomika in zasuk podpore 4 s pomikoma in zasukom vezi 3.

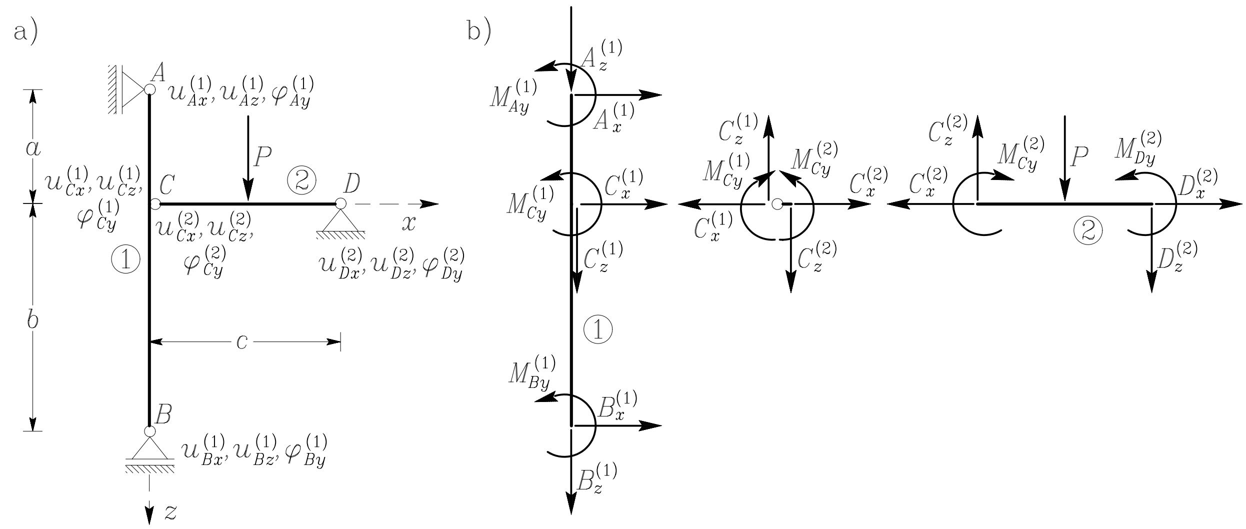


SLIKA 5 Telesi sta podprti s tremi podporami in povezani z eno vezjo.

Kinematične enačbe za podpore, vezi in toga telesa zapišimo v matrični obliki

$$[\,A\,]\,\{u\} = \{0\}\,. \tag{5}$$

Vektor $\{u\}$ v enačbi (5) določajo pomiki in zasuki podpor in vezi vsakega od togih teles. Za vsako togo telo upoštevamo $6m$ (če je gibanje omejeno na ravnino pa $3m$) komponent pomikov in zasukov. Celotno število komponent vektorja $\{u\}$ označimo z n_{kn} (število kinematičnih neznank). Oglejmo si sistem togih teles na sliki 6a, katerega gibanje je omejeno na ravnino (x, z).



SLIKA 6 a) Sistem dveh togih teles v ravnini (x, z). b) Sile in momenti v podporah in v vezi.

Sistem enačb (5) ima obliko

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & a & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & -b & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & c & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
u_{Ax}^{(1)} \\ u_{Az}^{(1)} \\ \varphi_{Ay}^{(1)} \\ u_{Bx}^{(1)} \\ u_{Bz}^{(1)} \\ \varphi_{By}^{(1)} \\ u_{Cx}^{(1)} \\ u_{Cz}^{(1)} \\ \varphi_{Cy}^{(1)} \\ u_{Cx}^{(2)} \\ u_{Cz}^{(2)} \\ \varphi_{Cy}^{(2)} \\ u_{Dx}^{(2)} \\ u_{Dz}^{(2)} \\ \varphi_{Dy}^{(2)}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0
\end{Bmatrix}. \quad (6)
$$

Zapišimo **pogoje**, ki jih mora izpolnjevati matrika $[\,A\,]$ v enačbi (5), da sistem teles **miruje**. Enačba (5) predstavlja homogen linearen sistem enačb. Če je $\{u\} = \{0\}$, potem vsa telesa mirujejo. Če je rang matrike $[A]$ manjši od n_{kn}, potem rešitev $\{u\} = \{0\}$ ni edina. Zato tak sistem togih teles pri poljubni obtežbi ne miruje. **Če je rang matrike $[A]$ enak n_{kn}, potem je rešitev $\{u\} = \{0\}$ enolična rešitev sistema enačb (5). Tak sistem togih teles pri poljubni obtežbi miruje.**

3. STATIČNO DOLOČEN IN STATIČNO NEDOLOČEN SISTEM TOGIH TELES TER ŠTEVILO PROSTOSTNIH STOPENJ SISTEMA TOGIH TELES

Statično določen sistem togih teles ima računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$ enako nič, podpore in vezi pa razporejene tako, da vsa telesa pri poljubni obtežbi mirujejo

$$\tilde{n}_{ps} = 0, \qquad \det[A] \neq 0 \leftrightarrow \text{rang}[A] = n_{kn}. \tag{7}$$

$|\tilde{n}_{ps}|$**–krat statično nedoločen sistem togih teles** ima računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$ manjše od nič, podpore in vezi pa razporejene tako, da vsa telesa pri poljubni obtežbi mirujejo

$$\tilde{n}_{ps} < 0, \qquad \text{rang}[A] = n_{kn}. \tag{8}$$

Število prostostnih stopenj sistema togih teles n_{ps} je enako številu skalarnih spremenljivk, ki enolično določajo premaknjeno lego sistema teles v prostoru. Število n_{ps} lahko definiramo z enačbo

$$n_{ps} = n_{kn} - \text{rang}[A]. \tag{9}$$

Enačbi (7) in (8) upoštevamo v (9) in dobimo pogoj za pravilno razporeditev podpor in vezi v sistemu togih teles

$$n_{ps} = 0. \tag{10}$$

Pogoje za mirovanje sistema togih teles v odvisnosti od računske stopnje statične nedoločenosti $\tilde{n}_{ps}$ in od ranga matrike $[A]$ ter definicijo statično določenega in statično nedoločenega sistema togih teles zapišimo v preglednico.

Preglednica: Pogoji za mirovanje sistema togih teles

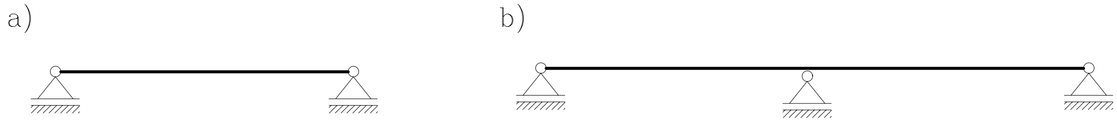
$\tilde{n}_{ps} > 0$	$\tilde{n}_{ps} = 0$		$\tilde{n}_{ps} < 0$	
$\text{rang}[A] < n_{kn}$ $n_{ps} > 0$	$\text{rang}[A] = n_{kn}$ $\det[A] \neq 0$ $n_{ps} = 0$	$\text{rang}[A] < n_{kn}$ $\det[A] = 0$ $n_{ps} > 0$	$\text{rang}[A] = n_{kn}$ $n_{ps} = 0$	$\text{rang}[A] < n_{kn}$ $n_{ps} > 0$
STT se premika	STT miruje: SDSTT	STT se premika	STT miruje: SNSTT	STT se premika

STT ... sistem togih teles
SDSTT ... statično določen sistem togih teles
SNSTT ... $|\tilde{n}_{ps}|$-krat statično nedoločen sistem togih teles

Primeri sistemov togih teles, katerih gibanje je omejeno na ravnino

1) Pomično podprto togo telo (slika 7a):
$\tilde{n}_{ps} = 1$, $\text{rang}[A] = 5 < 6 = n_{kn}$, $n_{ps} = 1 > 0$; telo se premika.

2) Pomično podprto togo telo (slika 7b):
$\tilde{n}_{ps} = 0$, $\det[A] = 0 \leftrightarrow \text{rang}[A] = 8 < 9 = n_{kn}$, $n_{ps} = 1 > 0$; togo telo se premika.

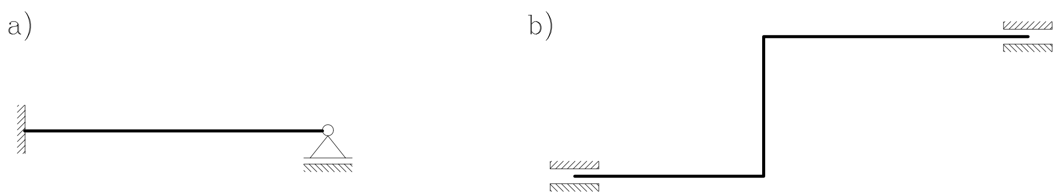


SLIKA 7 a) Telo je podprto z dvema podporama. b) Telo je podprto s tremi podporami.

3) Sistem dveh togih teles (slika 6a):
$\tilde{n}_{ps} = 0$, $\det[A] \neq 0 \leftrightarrow \text{rang}[A] = 15 = n_{kn}$, $n_{ps} = 0$; sistem togih teles miruje; statično določen sistem togih teles.

4) Nepomično podprto togo telo (slika 8a):
$\tilde{n}_{ps} = -1 < 0$, $\text{rang}[A] = 6 = n_{kn}$, $n_{ps} = 0$; sistem togih teles miruje; statično nedoločen sistem togih teles.

5) Pomično podprto togo telo (slika 8b):
$\tilde{n}_{ps} = -1 < 0$, $\text{rang}[A] = 5 < 6 = n_{kn}$, $n_{ps} = 1 > 0$; sistem togih teles se premika.



SLIKA 8 a) Togo telo miruje. b) Togo telo se lahko premika.

4. PRIMERJAVA KINEMATIČNIH IN RAVNOTEŽNIH ENAČB

Reakcije in **sile v vezeh** računamo po naslednjem postopku:

- Podpore odstranimo in njihov vpliv nadomestimo z reakcijami.
- Vezi izrežemo in medsebojni vpliv med telesi in vezjo nadomestimo s silami in momenti v vezeh. Nato zapišemo enačbe, s katerimi opišemo znane reakcije in sile v vezeh ter ravnotežne enačbe za vezi in prosta telesa. Ravnotežne enačbe za vezi v smeri, v kateri vez ne preprečuje premikanja, ne pišemo. Zato v primeru, ki ga opisuje slika 6b ne napišemo momentnega ravnotežnega pogoja za vez C. Tako dobimo sistem enačb oblike

$$[\,B\,]\,\{R\} = \{P\}\,. \tag{11}$$

Vektor $\{R\}$ sestavljajo reakcije podpor ter sile in momenti v vezeh, vektor $\{P\}$ pa obtežbo na sistemu togih teles. Sistem ravnotežnih enačb bo imel enolično rešitev le v primeru, da je število enačb enako številu neznank in je determinanta matrike $[\,B\,]$ različna od nič. V tem primeru govorimo o statično določenih sistemih togih teles (glej preglednico). Če je enačb več kot neznank oziroma, ko je rang([B]) manjši od števila ravnotežnih enačb, sta možna dva primera, ki sta odvisna od obtežbe: sistem ima lahko eno ali neskončno rešitev ali pa nima rešitve. Za statično nedoločen sistem togih teles je število ravnotežnih enačb n_{re} manjše od števila sil in momentov n_{sm} v podporah in vezeh.

Računsko število prostostnih stopenj $\tilde{n}_{ps}$ izračunamo po enačbi

$$\tilde{n}_{ps} = n_{re} - n_{sm}.$$

Preproste zveze med matrikama $[A]$ in $[B]$ ni mogoče določiti. Izkaže pa se, da za ravnotežne in kinematične enačbe velja naslednja zveza

$$n_{ps} = n_{re} - \mathrm{rang}[B] = n_{kn} - \mathrm{rang}[A]. \tag{12}$$

Iz enačbe (12) sledi, da lahko **pogoj za pravilnost razporeditve podpor in vezi določimo z ravnotežnimi ali s kinematičnimi enačbami**. V nadaljevanju zapišimo količine n_{re}, n_{sm} in rang$[B]$ za primere na slikah 6 do 8.

Primer 1): $n_{re} = 7$, $n_{sm} = 6$, rang$[B] = 6 \quad \rightarrow \quad n_{ps} = 7 - 6 = 1$.
Primer 2): $n_{re} = 9$, $n_{sm} = 9$, rang$[B] = 8 \quad \rightarrow \quad n_{ps} = 9 - 8 = 1$.
Primer 3): $n_{re} = 15$, $n_{sm} = 15$, rang$[B] = 15 \quad \rightarrow \quad n_{ps} = 15 - 15 = 0$.
Primer 4): $n_{re} = 5$, $n_{sm} = 6$, rang$[B] = 5 \quad \rightarrow \quad n_{ps} = 5 - 5 = 0$.
Primer 5): $n_{re} = 5$, $n_{sm} = 6$, rang$[B] = 4 \quad \rightarrow \quad n_{ps} = 5 - 4 = 1$.

Za boljše razumevanje zapišimo sistem enačb (11) za primer iz slike 6a v eksplicitni obliki (glej sliko 6b):

$$\begin{bmatrix}
0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
-(a+b) & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & -b & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & -c & 1
\end{bmatrix}
\begin{Bmatrix}
A_X^{(1)} \\ A_Z^{(1)} \\ M_{AY}^{(1)} \\ B_X^{(1)} \\ B_Z^{(1)} \\ M_{BY}^{(1)} \\ C_X^{(1)} \\ C_Z^{(1)} \\ M_{CY}^{(1)} \\ C_X^{(2)} \\ C_Z^{(2)} \\ M_{CY}^{(2)} \\ D_X^{(2)} \\ D_Z^{(2)} \\ M_{DY}^{(2)}
\end{Bmatrix}
=
\begin{Bmatrix}
0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ -P \\ Pc/2
\end{Bmatrix}.$$

ZAKLJUČEK

Pri linearni teoriji konstrukcij ravnotežne enačbe zapišemo za nedeformirano lego. Zato je prikazani postopek določanja pravilnosti razporeditve podpor in vezi uporaben za poljubno deformabilno konstrukcijo, obravnavano po teoriji prvega reda. Statično analizo konstrukcije običajno opravimo z računalniškimi programi. Pri tem lahko namesto pričakovanih rezultatov program izpiše: "Togostna matrika konstrukcije je singularna!". Razlog za singularno matriko je velikokrat v nepravilni razporeditvi podpor in vezi, pri kateri se del konstrukcije ali cela konstrukcija pri določeni obtežbi premakne kot sistem togih teles. Da lahko izračunamo statične količine take konstrukcije, jo moramo podpreti tako, da so preprečeni vsi pomiki in zasuki. V prispevku je podan kinematični pogoj, s katerim ugotovimo, če sistem togih teles pri poljubni obtežbi miruje.

LITERATURA

M. Stanek, G. Turk, Statika I, Univerza v Ljubljani, Fakulteta za gradbeništvo in geodezijo, Ljubljana, 1996.