

Rado Flajs

Rešene naloge iz STATIKE

Zadnja sprememba: 13. julij 2000

Poglavje 1

Uvod

1.1 Predgovor

V nadaljevanju je podanih nekaj rešenih nalog iz STATIKE. Pri nekaterih nalogah so podani namigi, pri drugih celoten postopek, pri večini pa samo rešitev.

Vse naloge so bile rešene z uporabo programa MATLAB. Več o MATLABU lahko bralec najde na spletnem naslovu <http://www.mathworks.com>. Program MATLAB moremo s pridom uporabiti pri reševanju vseh nalog iz STATIKE, kot tudi pri reševanju nalog pri ostalih strokovnih predmetih, kadar nimamo na razpolago specialnih programov za reševanje le teh. Na nekaj primerih je prikazana uporaba MATLAB-a pri reševanju izbranih nalog.

Literatura: Egon Zakrajšek: MATLAB, Ljubljana, 1998 (2. poglavje v knjigi "Matematične metode" ki se nahaja na datotekah <http://valjihun.fmf.uni-lj.si/~egon> mm.ps v Postscript formatu in mm.dvi v DVI formatu).

Pomen nekaterih oznak:

PI = pisni izpit

DN = domača naloga

VSŠ = visokošolski strokovni študij

UNI = univerzitetni študij

1.1.1 Globalni koordinatni sistemi

V ravninskih primerih namesto običajnega XY koordinatnega sistema uporabljamo XZ koordinatni sistem, ki je podrobneje predstavljen v učbeniku za STATIKO avtorjev Marjana Staneka in Gorana Turka. V prostoru uporabljamo običajen XYZ koordinatni sistem.

1.1.2 Nove naloge, popravki in druge spremembe

Ker je dokument "živ" (avtor dodaja nove naloge, odpravlja morebitne napake in vnaša druga dopolnila kot so namigi, postopki itd...) so spodaj so podani kazalci na vse spremembe v dokumentu.

Avtor se lepo zahvaljuje vsem, ki bi ga opozorili na kakršnekoli napake ali pomankljivosti.

Okrajšave:

- DNS = diagram notranjih sil
- N = paličje
- RE = ravnotežne enačbe, reakcije
- KE = kinematične enačbe
- T = težišče – uporabne naloge

Nove naloge

7. 6. 99 N PI 19.11.98/2, PI 15.12.98/2,
DNS PI 27.03.97/3, PI 15.05.97/2, PI 16.06.97/2 PI 30.06.97/2 PI 15.12.97/2, PI 15.12.97/3, PI 16.06.98/2, PI 30.06.98/2, PI 04.09.98/2a, PI 04.09.98/2b, PI 04.09.98/2c, PI 04.09.98/2d, PI 04.09.98/3, PI 17.09.98/2b, PI 17.09.98/3, PI 19.11.98/3, PI 19.11.98/4, PI 15.12.98/1, PI 15.12.98/3,
T PI 15.12.98/4
2. 10. 99 N PI 18.06.96/1, PI 28.06.96/1, PI 05.09.96/1, PI 27.03.97/1, PI 26.03.99/2, KOL 24.05.99/1, PI 08.06.99/2, PI 09.09.99/2, PI 23.09.99/1, PI 23.09.99/2, DN 99/3/1a, DN 99/3/3,
DNS PI 26.03.99/1 PI 26.03.99/3 PI 09.09.99/1 PI 09.09.99/3 PI 23.09.99/3
T PI 23.09.99/4
27. 05. 00 N KOL 22.05.00/1,
DNS KOL 22.05.00/2,
12. 07. 00 N PI 6.6.00/2, PI 30.6.00/2,
DNS PI 6.6.00/3, PI 30.6.00/3,

Popravki pri starih nalogah

27. 05. 00 Slika pri nalogi PI 05.09.96/1

Druge spremembe

21. 10. 99 Prevedba vseh dosedanjih nalog v novo obliko (uporaba MikTeX-a 1.20). Prevod s PDFLaTeX-om, (uporaba AMS paketa).

Poglavje 2

Naloge

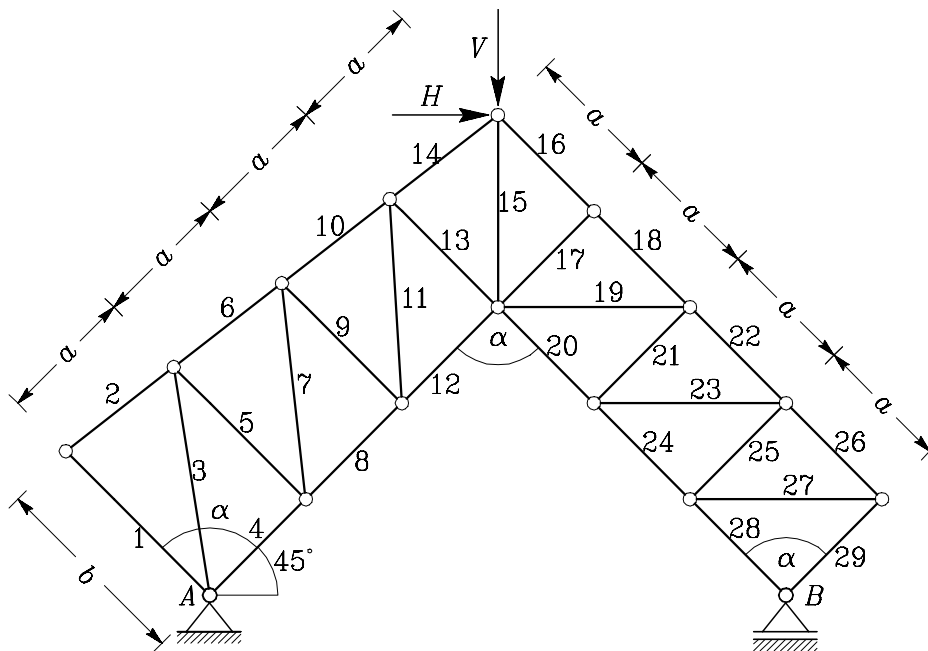
2.1 Paličja

2.1.1 PI 18.06.96/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno z horizontalno silo H in z vertikalno silo V kot prikazuje slika. Palice 1, 5, 9, 13 in 16 so vzporedne. Palice 2, 6, 10 in 14 ležijo na isti premici. Palice 4, 8, 12 in 17 ležijo na isti premici.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osne sile v palicah 7, 11 in 19.

Podatki: $a = \sqrt{2} \text{ m}$, $b = \frac{3}{2} \sqrt{2} \text{ m}$, $H = 1 \text{ kN}$, $V = 2 \text{ kN}$.



Slika 2.1: Računski model konstrukcije in obtežbe.

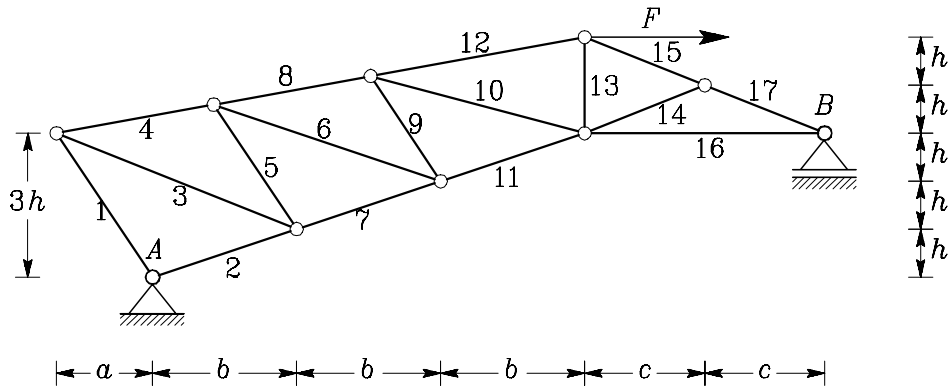
rešitev

2.1.2 PI 28.06.96/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno z horizontalno silo F kot prikazuje slika. Palice 1, 5 in 9 so vzporedne. Palice 4, 8 in 12 ležijo na isti premici. Palice 2, 7 in 11 ležijo na isti premici.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osne sile v palicah 6, 10 in 13.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $b = 1.5\text{ m}$, $c = 2.5\text{ m}$, $h = 0.5\text{ m}$, $F = 10\text{ kN}$.



Slika 2.2: Računski model konstrukcije in obtežbe.

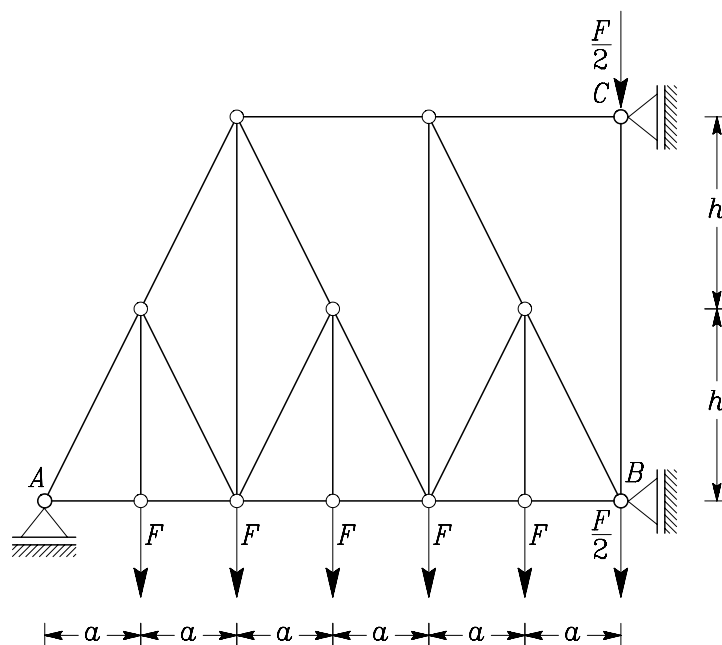
rešitev

2.1.3 PI 05.09.96/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silami, kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sile.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $h = 2\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.3: Računski model konstrukcije in obtežbe.

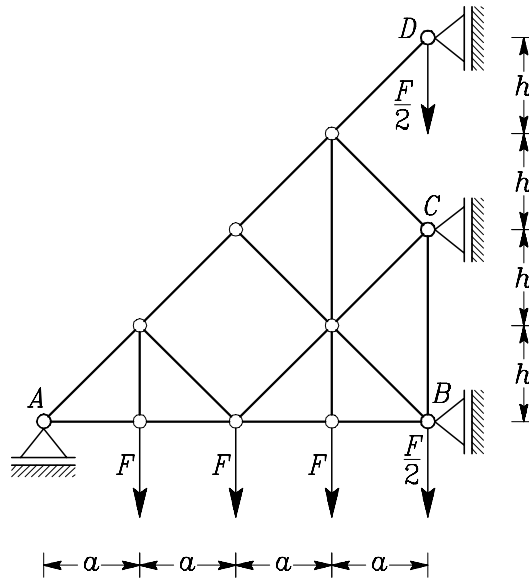
rešitev

2.1.4 PI 27.03.97/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silami, kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osne sile.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $h = 1\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.4: Računski model konstrukcije in obtežbe.

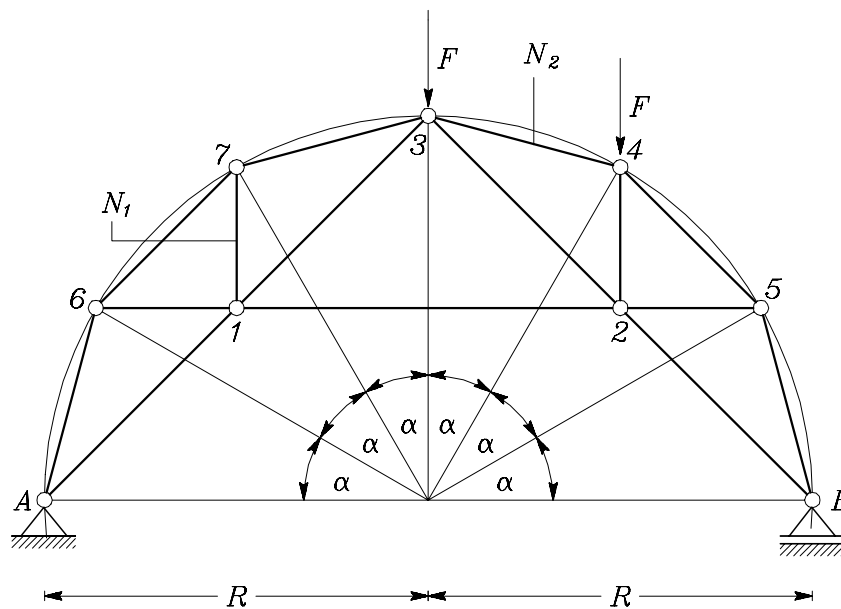
rešitev

2.1.5 PI 19.11.98/2

Ravninsko paličje na sliki je v vozliščih 3 in 4 obremenjeno s silama F .

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za paličje.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj osni sili N_1 v palici 1 – 7 in N_2 v palici 3 – 4.

Podatki: $F = 1 \text{ kN}$, $R = 4 \text{ m}$, $\alpha = 30^\circ$.



Slika 2.5: Računski model konstrukcije in obtežbe.

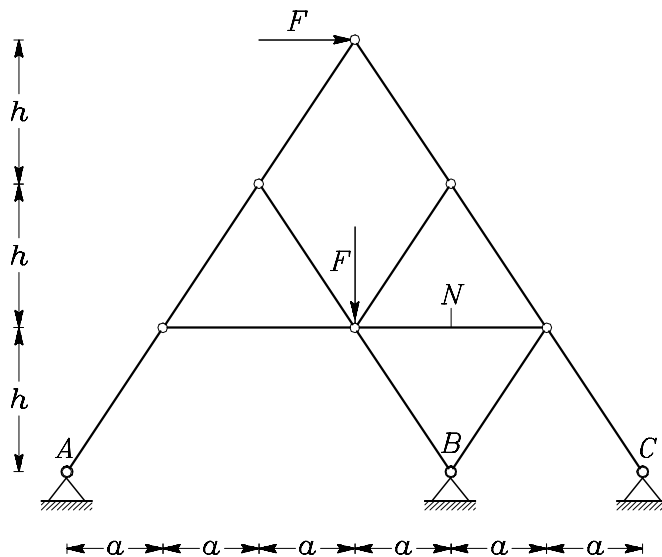
rešitev

2.1.6 PI 15.12.98/2

Ravninsko paličje je obremenjeno s silama F , kot prikazuje slika.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za paličje.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj osno silo N (glej sliko).

Podatki: $F = 1 \text{ kN}$, $a = 2 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$.



Slika 2.6: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

2.1.7 PI 26.03.99/2

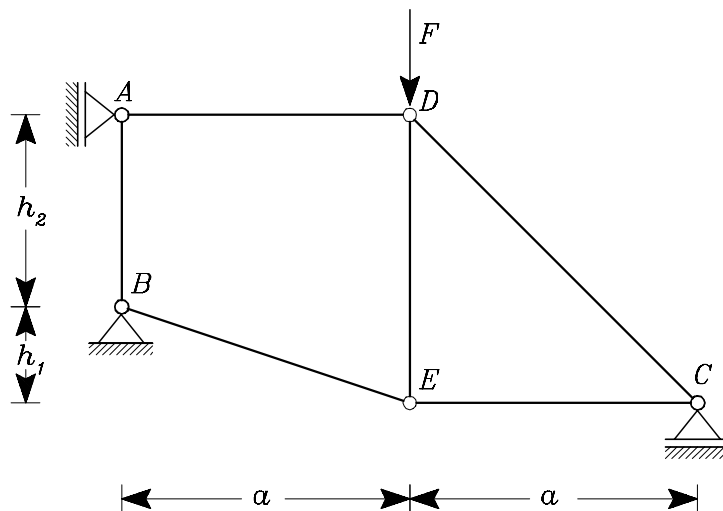
Ravninsko paličje na sliki je obteženo s silo F .

Izračunaj računsko število prostostnih stopenj za konstrukcijo \tilde{n}_{ps} .

Izračunaj reakcije.

Izračunaj osno silo v palici DE .

Podatki $a = 3\text{ m}$, $h_1 = 1\text{ m}$, $h_2 = 2\text{ m}$, $F = 3\text{ kN}$.



Slika 2.7: Računski model konstrukcije in obtežbe.

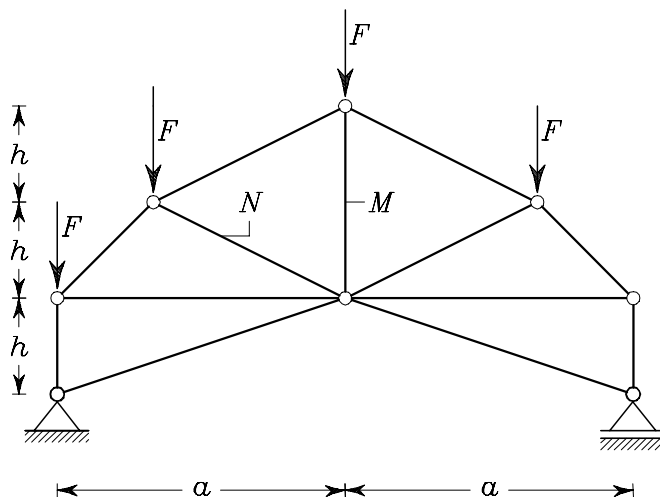
rešitev

2.1.9 PI 08.06.99/2

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silami F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $a = 3\text{ m}$, $h = 1\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.9: Računski model konstrukcije in obtežbe.

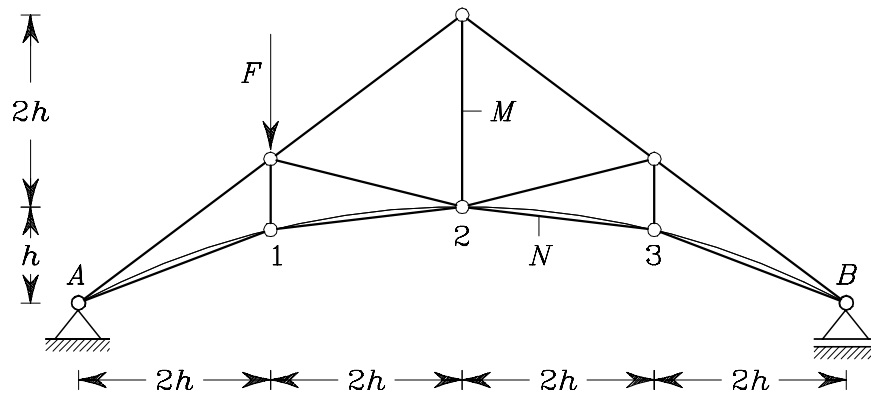
rešitev

2.1.10 PI 09.09.99/2

Simetrično ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silo F , kot prikazuje slika. Vozlišča A , 1, 2, 3 in B ležijo na krožnici.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $h = 1$ m, $F = 1$ kN.



Slika 2.10: Računski model konstrukcije in obtežbe.

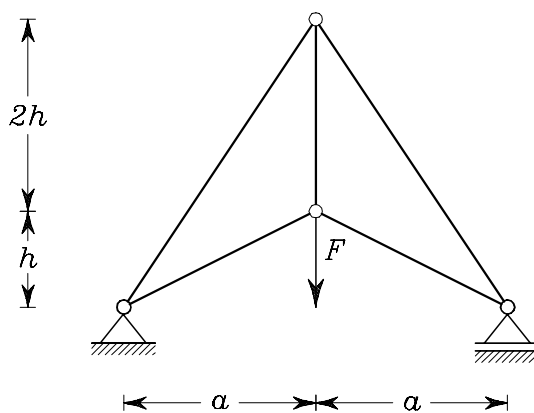
rešitev

2.1.11 PI 23.09.99/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silo, kot prikazuje slika.

- Izračunaj reakcije in osne sile v palicah.

Podatki: $a = 2\text{ m}$, $h = 1\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.11: Računski model konstrukcije in obtežbe.

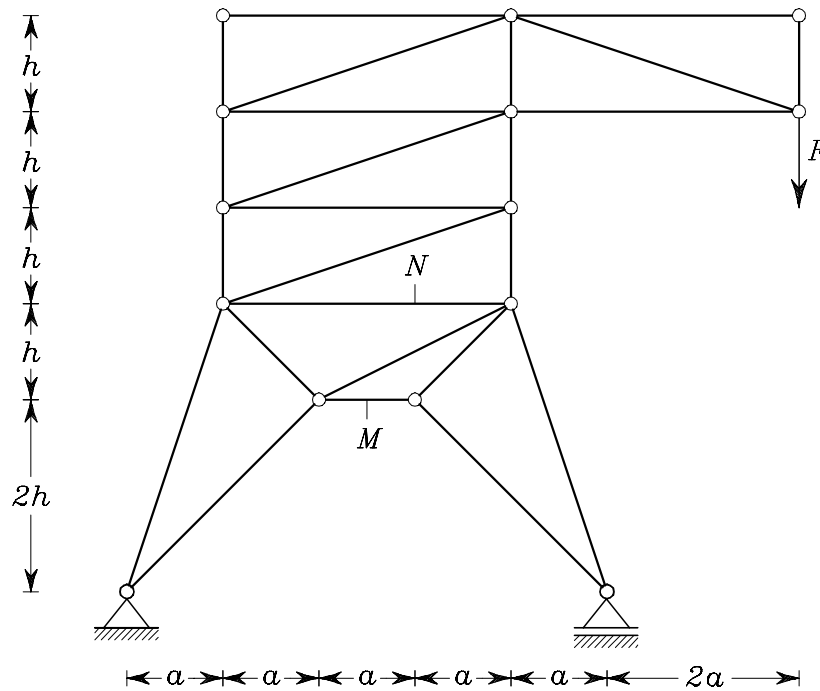
rešitev

2.1.12 PI 23.09.99/2

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silo F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $h = 1\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.12: Računski model konstrukcije in obtežbe.

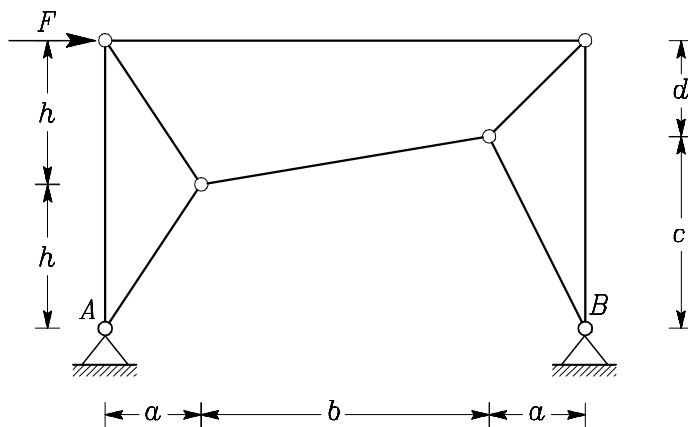
rešitev

2.1.13 DN 99/3/1a

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silo F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osne sile.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $b = 3\text{ m}$, $c = 2\text{ m}$, $d = 1\text{ m}$, $F = 1\text{ kN}$.



Slika 2.13: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

2.1.14 DN 99/3/3

Podane so točke (vozlišča prostorskega paličja na sliki) $A(x_A, y_A, 0)$, $B(x_B, y_B, 0)$, $C(x_C, y_C, 0)$ in $D(x_D, y_D, d)$, kjer velja

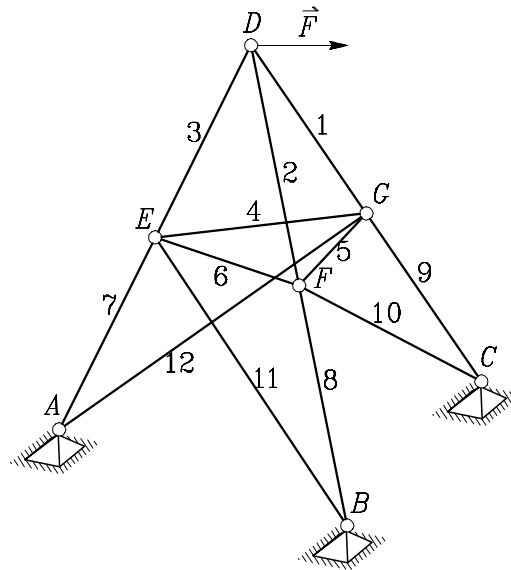
$$x_D = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} \quad \text{in} \quad y_D = \frac{y_A + y_B + y_C}{3}.$$

Točke E , F in G ležijo na razpoloviščih stranic AD , BD in CD .

Podatki: $x_A = 0$, $y_A = 0$, $z_A = 0$, $x_B = a$, $y_B = 0$, $z_B = 0$, $x_C = b$, $y_C = c$, $z_C = 0$. Prostorsko paličje na sliki je obremenjeno s silo \vec{F} , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za prostorsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osne sile v palicah.

Podatki: $a = 5$ m, $b = 5$ m, $c = 5$ m, $\vec{F} = \{1, 1, 0\}^T$ kN.



Slika 2.14: Računski model konstrukcije in obtežbe.

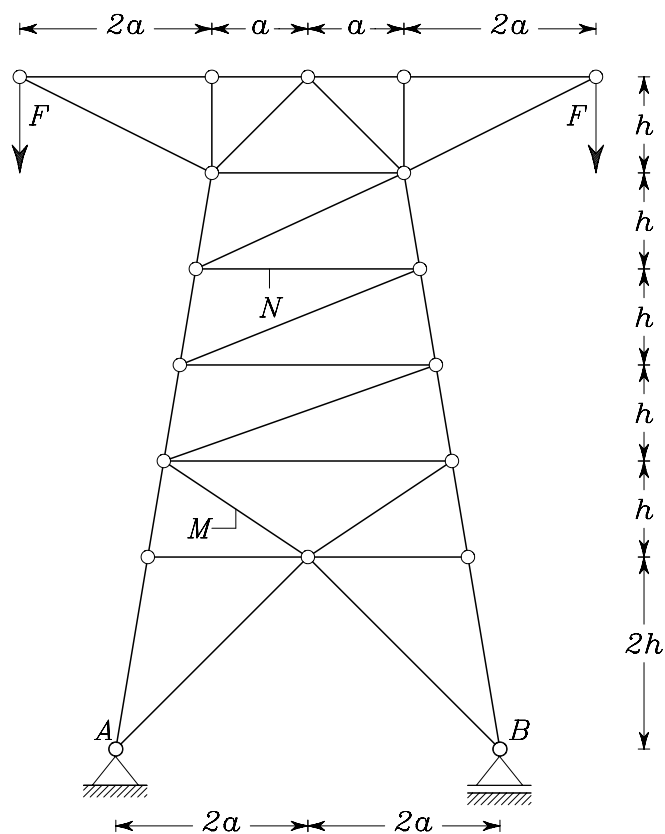
rešitev

2.1.15 KOL 22.05.00/1

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silama F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $h = 1\text{ m}$, $F = 2\text{ kN}$.



Slika 2.15: Računski model konstrukcije in obtežbe.

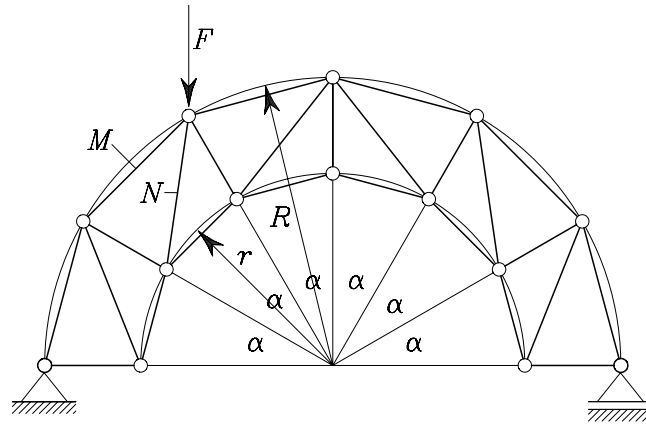
rešitev

2.1.16 PI 06.06.00/2

Ravninsko paličje na sliki je obremenjeno s silo F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $\alpha = 30^\circ$, $r = 2$ m, $R = 3$ m, $F = 2$ kN.



Slika 2.16: Računski model konstrukcije in obtežbe.

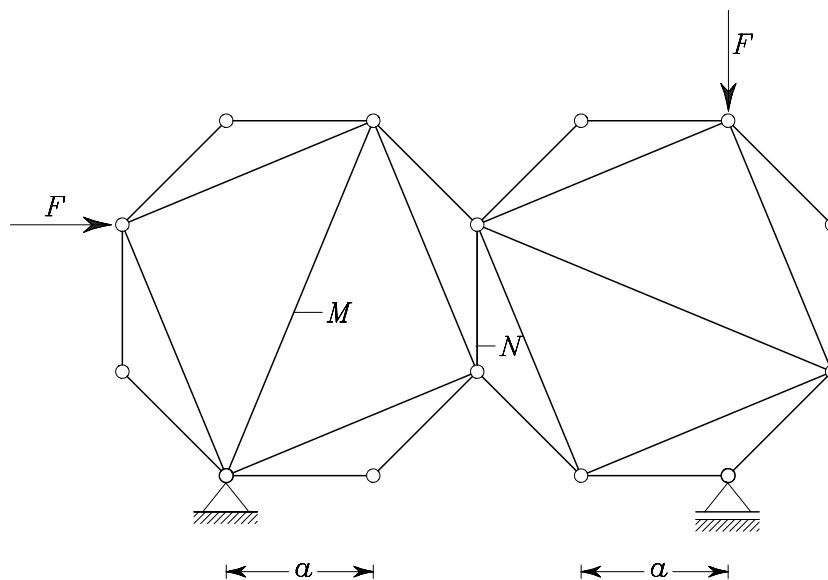
rešitev

2.1.17 PI 30.06.00/2

Ogrodje ravninskega paličja na sliki tvorita dva povezana pravilna osemkotnika s stranico a . Paličje je obremenjeno s silama F , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za ravninsko paličje na sliki.
- Izračunaj reakcije in osni sili v palicah M in N .

Podatki: $a = 2\text{ m}$, $F = 2\text{ kN}$.



Slika 2.17: Računski model konstrukcije in obtežbe.

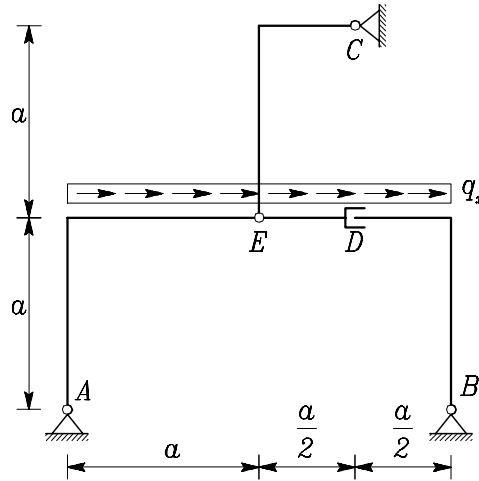
rešitev

2.2 Ravninski okvirji – diagrami notranjih sil

2.2.1 PI 27.03.97/3

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q_x na tekoči meter. V točki D je omogočen medsebojni pomik v smeri x , medsebojni zasuk in pomik v smeri z pa sta preprečena. Pokaži, da je konstrukcija statično določena in izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q_x = 2 \text{ kN/m}$, $a = 2 \text{ m}$.



Slika 2.18: Računski model konstrukcije in obtežbe.

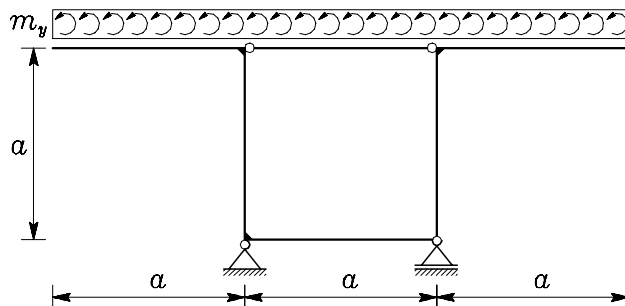
rešitev

2.2.2 PI 15.05.97/2

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno momentno obtežbo m_y na tekoči meter.

1. Pokaži, da je konstrukcija statično določena.
2. Izračunaj reakcije.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $m_y = 2 \text{ kNm/m}$, $a = 2 \text{ m}$.



Slika 2.19: Računski model konstrukcije in obtežbe.

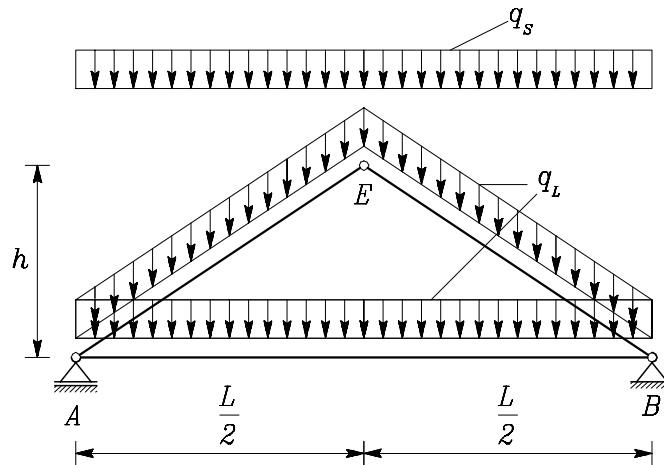
rešitev

2.2.3 PI 16.06.97/2

Ravninski okvir na sliki je (po elementih AE in EB) obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q_S na tekoči meter tlorisa (obtežba z snegom) in z enakomerno zvezno obtežbo na tekoči meter dolžine nosilca q_L (obtežba zaradi lastne teže). Po elementu AB je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo na tekoči meter dolžine nosilca q_L , kot prikazuje slika.

1. Določi število prostostnih stopenj n_{ps} .
2. Določi q_S , tako da bodo maksimalni upogibni momenti v poljih AB , BC in AC enaki. Če ne znaš izračunati take obtežbe q_S , izberi $q_S = 2 \text{ KN/m}$. (-15%)
3. Za izračunano (ali izbrano) obtežbo q_S izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q_L = 0.3 \text{ KN/m}$, $L = 6 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.



Slika 2.20: Računski model konstrukcije in obtežbe.

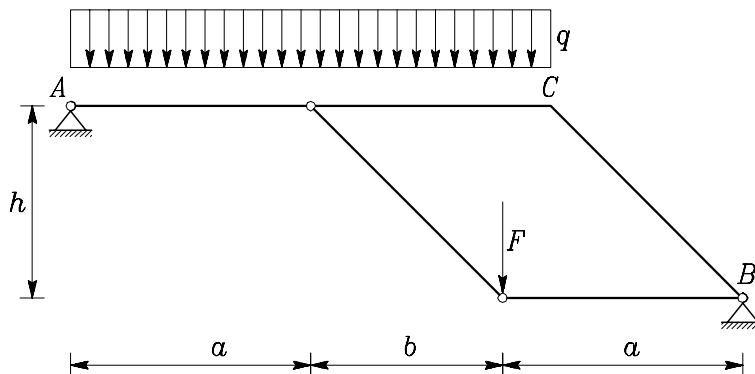
rešitev potek reševanja

2.2.4 PI 30.06.97/2

Ravninski okvir na sliki je (na delu AC) obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q na tekoči meter tlorisa (obtežba z snegom) in z vertikalno silo F , kot prikazuje slika.

1. Določi število prostostnih stopenj n_{ps} .
2. Izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 0.8 \text{ KN/m}$, $F = 4 \text{ KN}$,
 $a = 2.5 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.



Slika 2.21: Računski model konstrukcije in obtežbe.

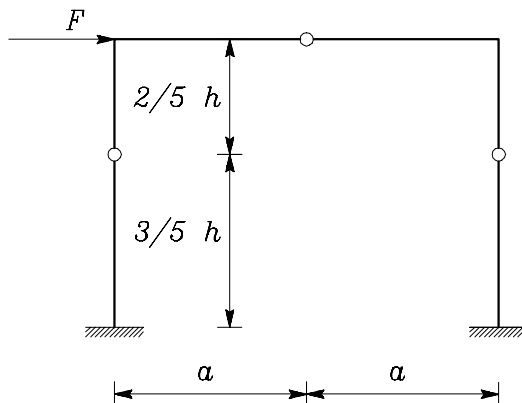
rešitev

2.2.5 PI 15.12.97/2

Ravninski okvir na sliki je obtežen s horizontalno silo F , kot prikazuje slika.

1. Določi število prostostnih stopenj n_{ps} .
2. Izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $F = 2 \text{ KN}$, $a = 2 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$.



Slika 2.22: Računski model konstrukcije in obtežbe.

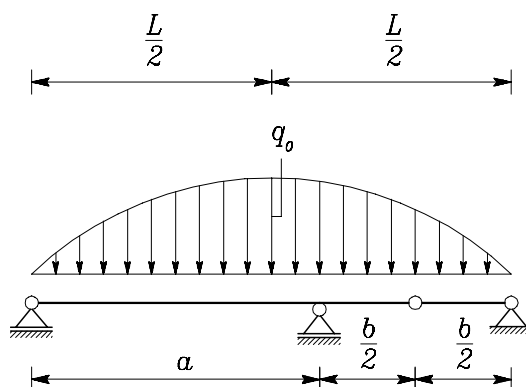
rešitev

2.2.6 PI 15.12.97/3

Gerberjev nosilec na sliki je obtežen z zvezno simetrično obtežbo oblike kvadratne parabole.

1. Določi število prostostnih stopenj n_{ps} .
2. Izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 3$ m, $b = 2$ m, $q_0 = 3$ KN/m.



Slika 2.23: Računski model konstrukcije in obtežbe.

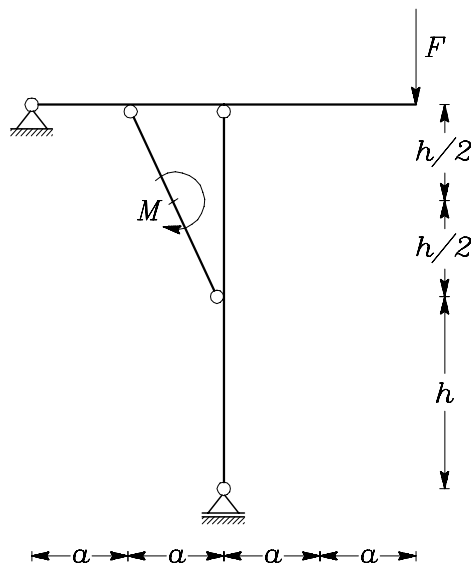
rešitev potek reševanja

2.2.7 PI 16.06.98/2

Ravninski okvir na sliki je obtežen z momentom M in s silo F .

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} .
2. Izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $M = 3 \text{ kNm}$, $F = 2 \text{ kN}$, $a = 2 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$.



Slika 2.24: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

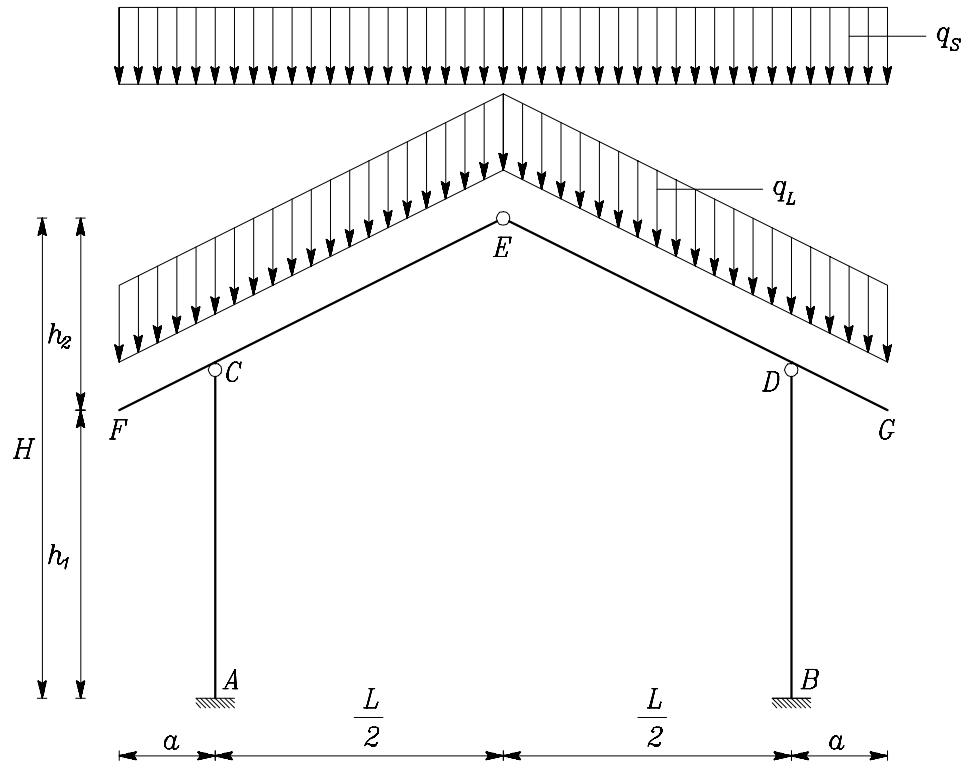
2.2.8 PI 30.06.98/2

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q_L (lastno težo) na tekoči meter dolžine nosilca (kot prikazuje slika) in z enakomerno zvezno obtežbo q_S (obtežbo s snegom) na tekoči meter tlorisa.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.
4. Določi mesto in velikost maksimalnega upogibnega momenta v polju CE .

Namig: Upoštevaj simetrijo.

Podatki: $q_L = 2 \text{ kN/m}$, $q_S = 2 \text{ kN/m}$,
 $h_1 = 2 \text{ m}$, $h_2 = 2 \text{ m}$, $L = 6 \text{ m}$, $a = 1 \text{ m}$.



Slika 2.25: Računski model konstrukcije in obtežbe.

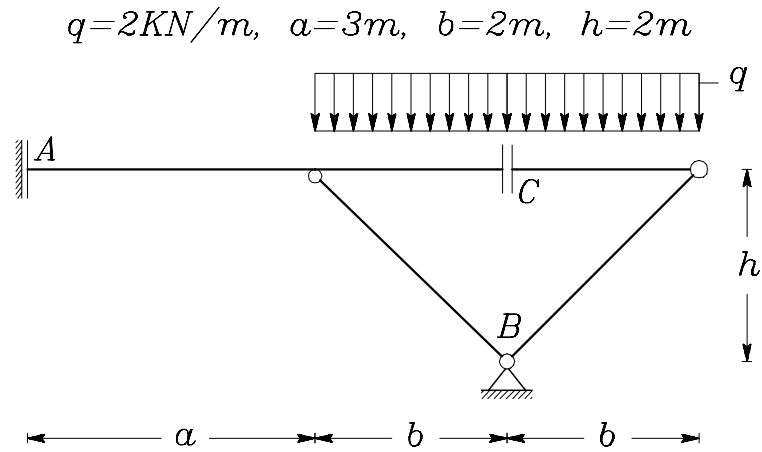
rešitev

2.2.9 PI 04.09.98/2a

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q . V podpori A sta preprečena zasuk in pomik v horizontalni smeri. V točki C je dovoljen medsebojni pomik v vertikalni smeri.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 2 \text{ kN/m}$, $h = 2 \text{ m}$, $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$.



Slika 2.26: Računski model konstrukcije in obtežbe.

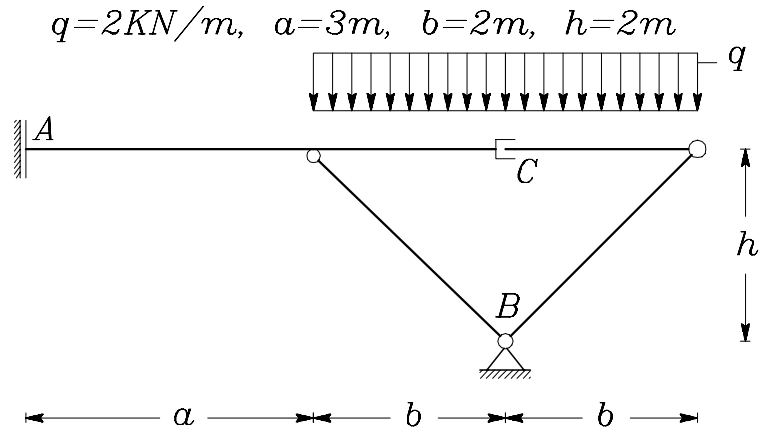
rešitev

2.2.10 PI 04.09.98/2b

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q . V podpori A sta preprečena zasuk in pomik v horizontalni smeri. V točki C je dovoljen medsebojni pomik v horizontalni smeri.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 2 \text{ kN/m}$, $h = 2 \text{ m}$, $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$.



Slika 2.27: Računski model konstrukcije in obtežbe.

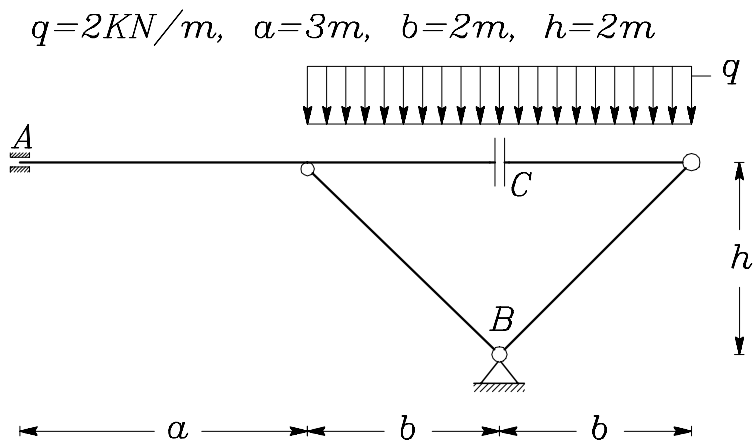
rešitev

2.2.11 PI 04.09.98/2c

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q . V podpori A sta preprečena zasuk in pomik v vertikalni smeri. V točki C je dovoljen medsebojni pomik v vertikalni smeri.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 2 \text{ KN/m}$, $h = 2 \text{ m}$, $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$.



Slika 2.28: Računski model konstrukcije in obtežbe.

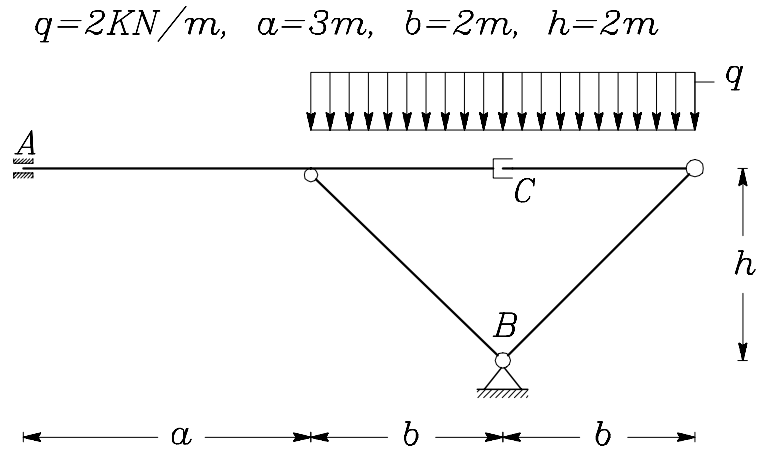
rešitev

2.2.12 PI 04.09.98/2d

Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q . V podpori A sta preprečena zasuk in pomik v vertikalni smeri. V točki C je dovoljen medsebojni pomik v horizontalni smeri.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 2 \text{ KN/m}$, $h = 2 \text{ m}$, $a = 3 \text{ m}$, $b = 2 \text{ m}$.



Slika 2.29: Računski model konstrukcije in obtežbe.

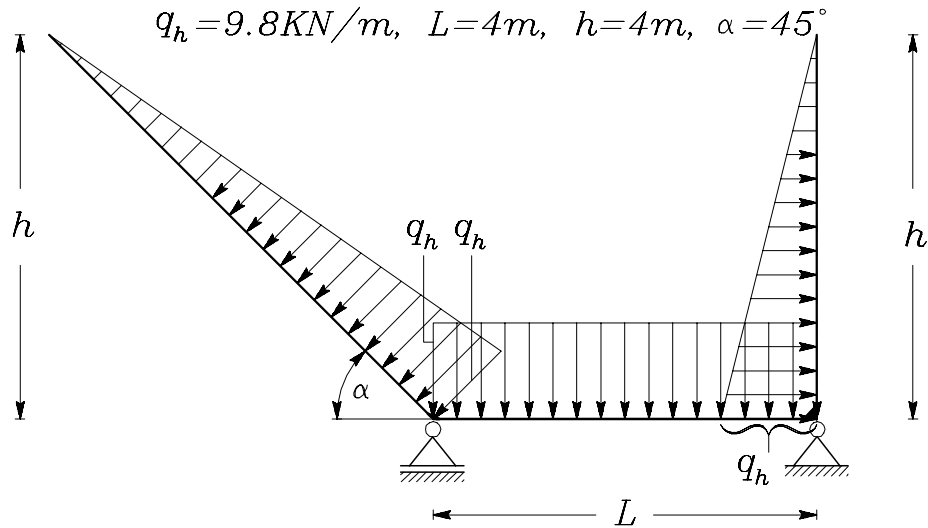
rešitev

2.2.13 PI 04.09.98/3

Ravninski nosilec na sliki, sloni na dveh podporah. Obtežen je s trikotno zvezno obtežbo, ki deluje pravokotno na os nosilca in z enakomerno zvezno obtežbo q_h .

1. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
2. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $L = 4 \text{ m}$, $h = 4 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $q_h = 9.8 \text{ KN/m}$.



Slika 2.30: Računski model konstrukcije in obtežbe.

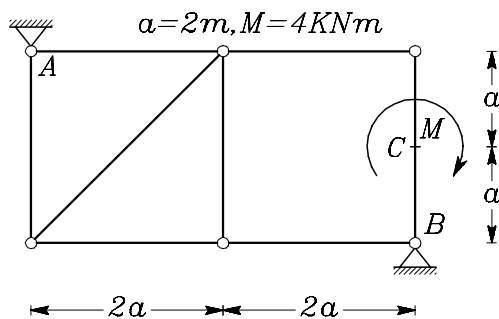
rešitev

2.2.14 PI 17.09.98/2b

Ravninski okvir na sliki je v točki C obtežen z momentom M .

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 2\text{ m}$, $M = 4\text{ KNm}$.



Slika 2.31: Računski model konstrukcije in obtežbe.

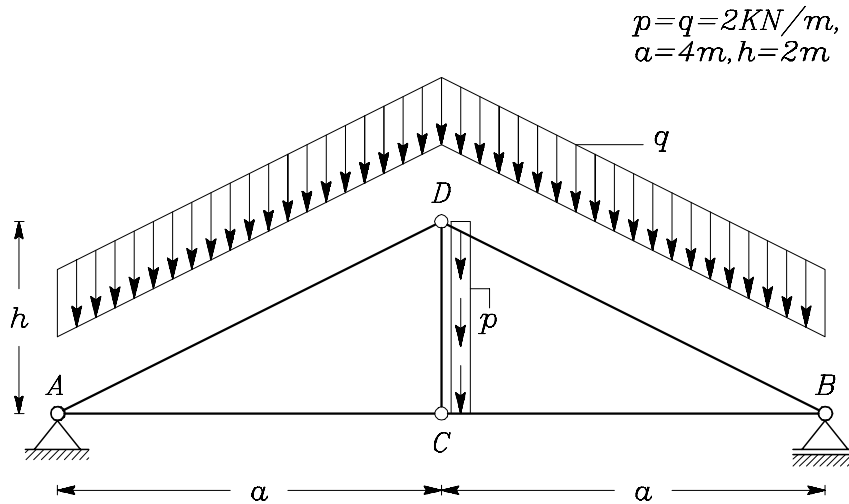
rešitev

2.2.15 PI 17.09.98/3

Ravninski okvir na sliki je po elementih $A - D$ in $B - D$ obtežen z enakomerno obtežbo q na tekoči meter dolžine nosilca (lastna teža). Prav tako je po elementu $C - D$ obtežen z enakomerno obtežbo p .

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $q = 2 \text{ KN/m}$, $p = 2 \text{ KN/m}$, $a = 4 \text{ m}$, $h = 2 \text{ m}$.



Slika 2.32: Računski model konstrukcije in obtežbe.

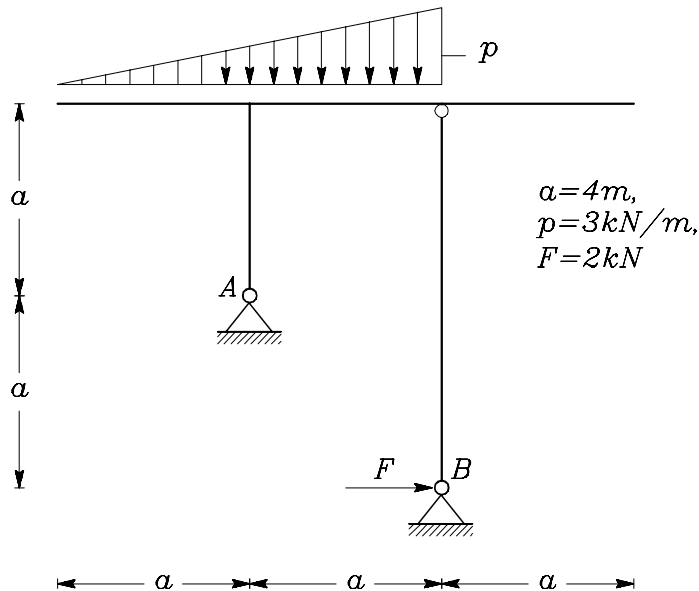
rešitev

2.2.16 PI 19.11.98/3

Ravninski okvir na sliki je obtežen s trikotno zvezno obtežbo v vertikalni smeri (glej sliko).

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 4\text{ m}$, $p = 3\text{ kN/m}$, $F = 2\text{ kN}$.



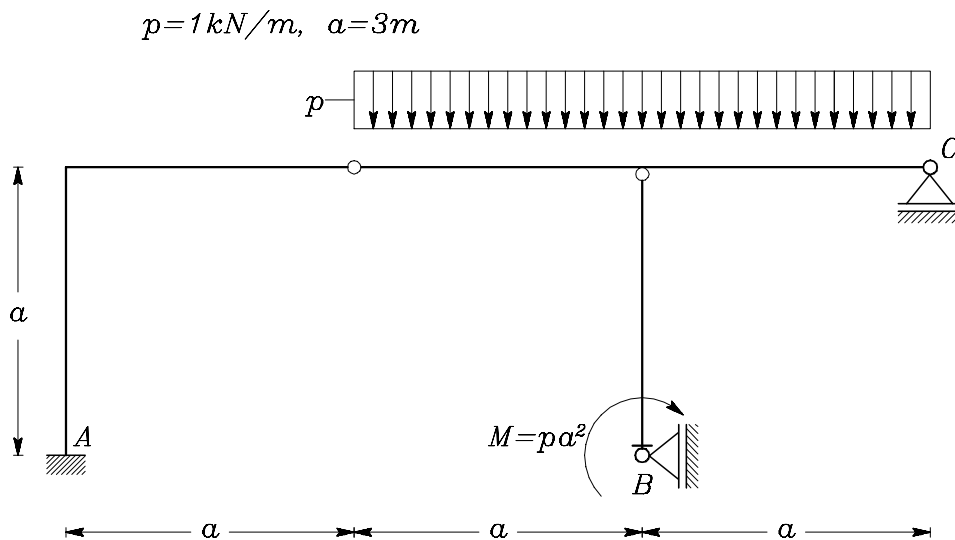
Slika 2.33: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

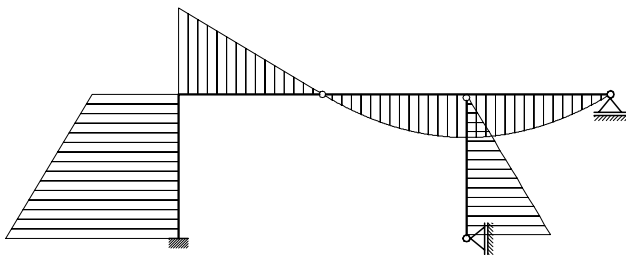
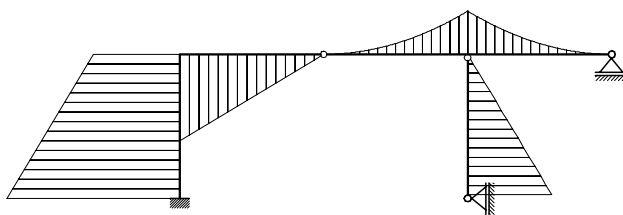
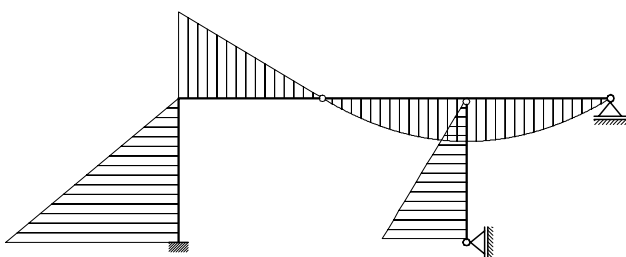
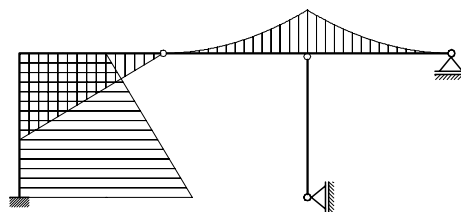
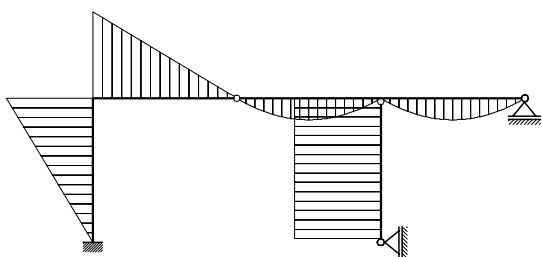
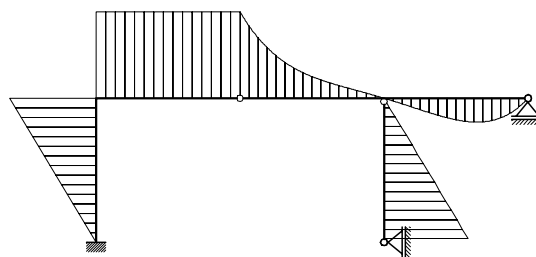
2.2.17 PI 19.11.98/4

Podana konstrukcija na sliki je obtežena z enakomerno zvezno obtežbo p in z momentom M , ki deluje poleg členka B (glej sliko). Spodaj je prikazanih 6 diagramov upogibnih momentov, od katerih je eden pravilen. Določi pravilen diagram, s tem da pri vsakem od preostalih 5 diagramov najdeš vsaj eno napako.

Podatki: $a = 3 \text{ m}$, $p = 1 \text{ kN/m}$.



Slika 2.34: Računski model konstrukcije in obtežbe.

Slika 2.35: Diagram upogibnih momentov M_y^1 .Slika 2.36: Diagram upogibnih momentov M_y^2 .Slika 2.37: Diagram upogibnih momentov M_y^3 .Slika 2.38: Diagram upogibnih momentov M_y^4 .Slika 2.39: Diagram upogibnih momentov M_y^5 .Slika 2.40: Diagram upogibnih momentov M_y^6 .

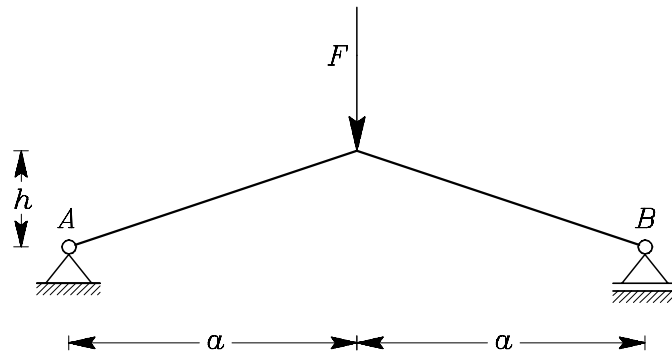
rešitev

2.2.18 PI 15.12.98/1

Prostoležec nosilec je obtežen s silo F , kot prikazuje slika.

1. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
2. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $F = 1 \text{ kN}$, $a = 3 \text{ m}$, $h = 1 \text{ m}$.



Slika 2.41: Računski model konstrukcije in obtežbe.

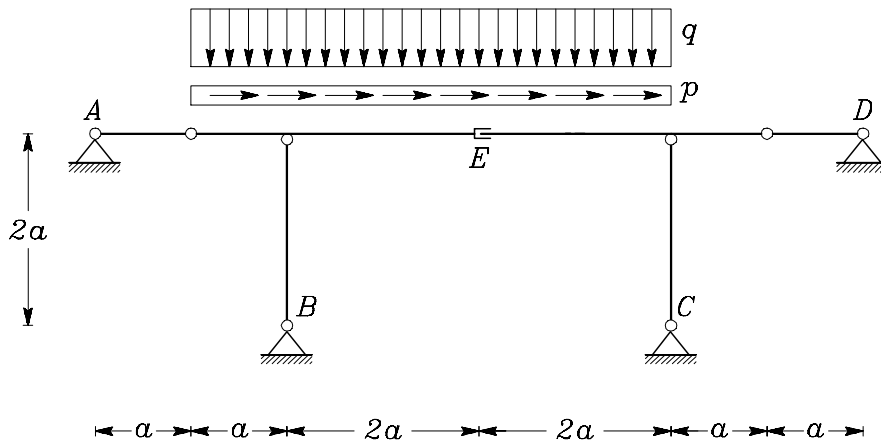
rešitev

2.2.19 PI 15.12.98/3

Ravninski okvir na sliki (mostna konstrukcija) je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q v vertikalni smeri in z enakomerno zvezno obtežbo p v horizontalni smeri. (glej sliko). Vez v točki E je dopušča medsebojni pomik v horizontalni smeri, preprečuje pa medsebojni pomik v vertikalni smeri in zasuk.

1. Določi računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
2. Izračunaj reakcije in jih kontroliraj.
3. Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 4\text{ m}$, $q = 3\text{ kN/m}$, $p = 1\text{ kN/m}$.



Slika 2.42: Računski model konstrukcije in obtežbe.

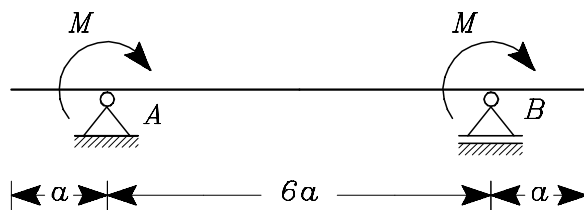
rešitev

2.2.20 PI 26.03.99/1

Prostoležec nosilec s previsnima poljema na sliki je obtežen s točkovnima momentoma M nad podpora A in B .

Izračunaj reakcije, notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $M = 2\text{ kNm}$.



Slika 2.43: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

2.2.21 PI 26.03.99/3

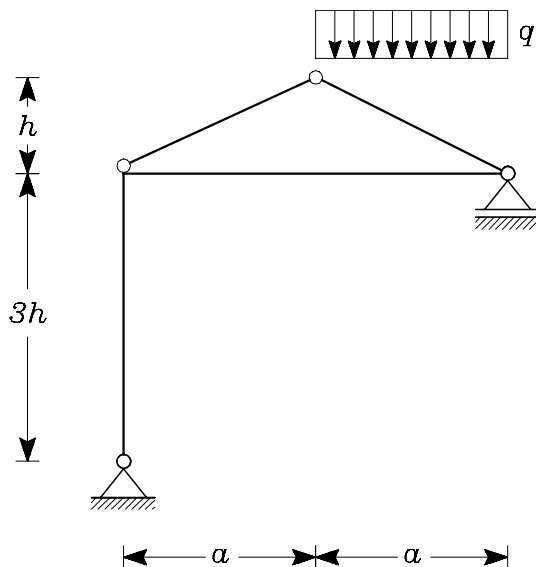
Ravninski okvir na sliki je obtežen z enakomerno zvezno obtežbo q na tekoči meter tlorisa.

Izračunaj računsko število prostostnih stopenj za konstrukcijo \tilde{n}_{ps} .

Izračunaj reakcije.

Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki $a = 2 \text{ m}$, $h = 1 \text{ m}$, $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.



Slika 2.44: Računski model konstrukcije in obtežbe.

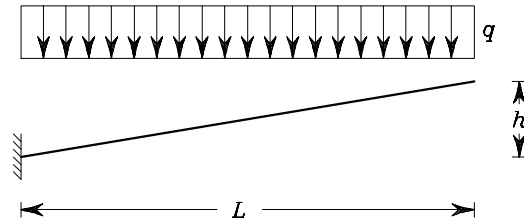
rešitev

2.2.22 PI 09.09.99/1

Konzola na sliki je obremenjena z enakomerno zvezno obtežbo q na tekoči meter tlorisa (sneg), kot prikazuje slika.

- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $L = 6$ m, $h = 1$ m, $q = 2 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.



Slika 2.45: Računski model konstrukcije in obtežbe.

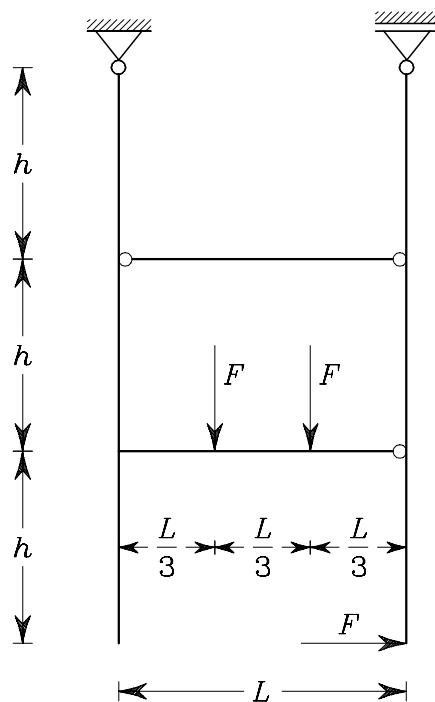
rešitev

2.2.23 PI 09.09.99/3

Ravninski okvir na sliki je obremenjen s silama F v vertikalni smeri in s silo F v horizontalni smeri, kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $L = 3$ m, $h = 2$ m, $F = 1$ kN.



Slika 2.46: Računski model konstrukcije in obtežbe.

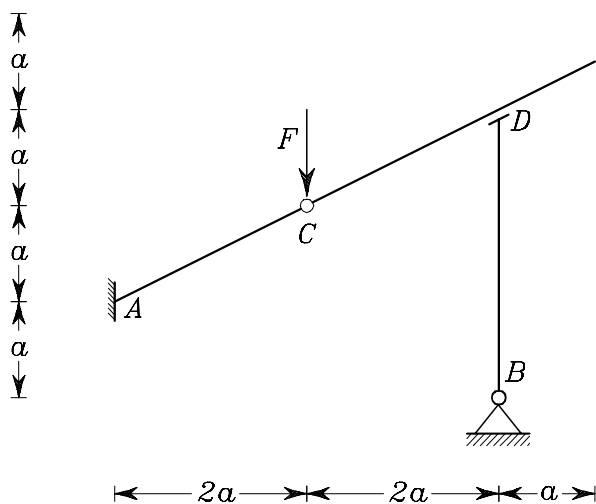
rešitev

2.2.24 PI 23.09.99/3

Ravninski okvir na sliki je obremenjen s silo F v vertikalni smeri, kot prikazuje slika. (V vezi D je dovoljen medsebojni pomik elementov CD in BD vzdolž osi CD).

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 1 \text{ m}$, $F = 1 \text{ kN}$.



Slika 2.47: Računski model konstrukcije in obtežbe.

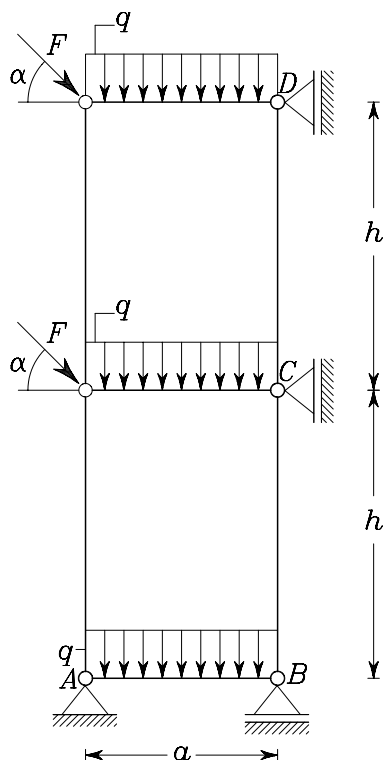
rešitev

2.2.25 KOL 22.05.00/2

Ravninski okvir na sliki je obremenjen z enakomerno zvezno obtežbo q v vertikalni smeri, kot prikazuje slika in s silama F po kotom $\alpha = 45^\circ$.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 2 \text{ m}$, $h = 3 \text{ m}$, $\alpha = 45^\circ$, $F = 2 \text{ kN}$, $q = 1 \frac{\text{kN}}{\text{m}}$.



Slika 2.48: Računski model konstrukcije in obtežbe.

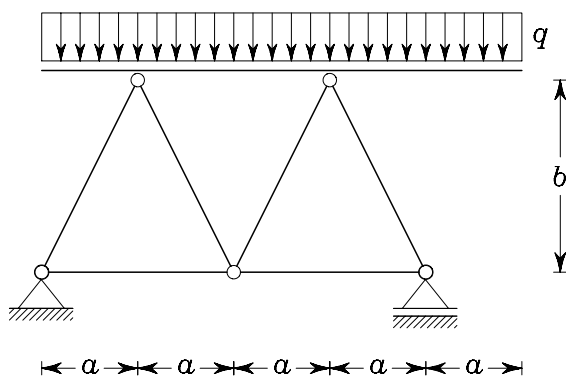
rešitev

2.2.26 PI 06.06.00/3

Ravninski okvir na sliki je obremenjen z enakomerno zvezno obtežbo q , kot prikazuje slika.

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 1\text{ m}$, $b = 2\text{ m}$, $q = 1\frac{\text{kN}}{\text{m}}$.



Slika 2.49: Računski model konstrukcije in obtežbe.

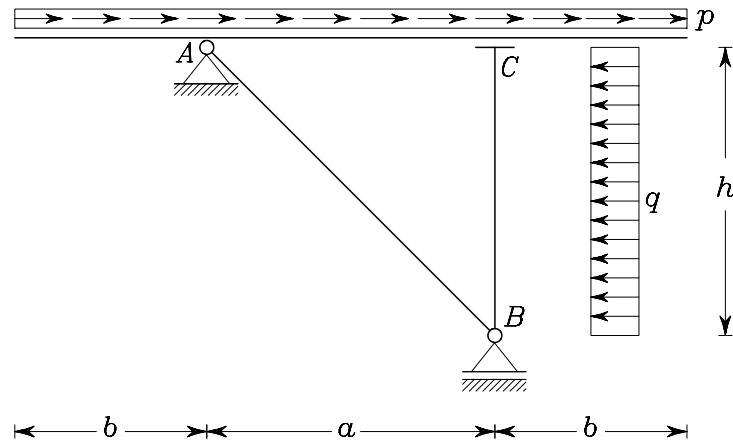
rešitev

2.2.27 PI 30.06.00/3

Ravninski okvir na sliki je obremenjen z enakomernima zveznima obtežbama p in q v horizontalni smeri kot prikazuje slika. (V vezi C je dovoljen medsebojni pomik v horizontalni smeri, preprečena pa sta medsebojni pomik v vertikalni smeri in medsebojni zasuk.)

- Izračunaj računsko število prostostnih stopenj \tilde{n}_{ps} za okvir.
- Izračunaj reakcije.
- Izračunaj notranje sile in nariši diagrame notranjih sil.

Podatki: $a = 3\text{ m}$, $b = 2\text{ m}$, $h = 3\text{ m}$, $p = q = 1\frac{\text{kN}}{\text{m}}$.



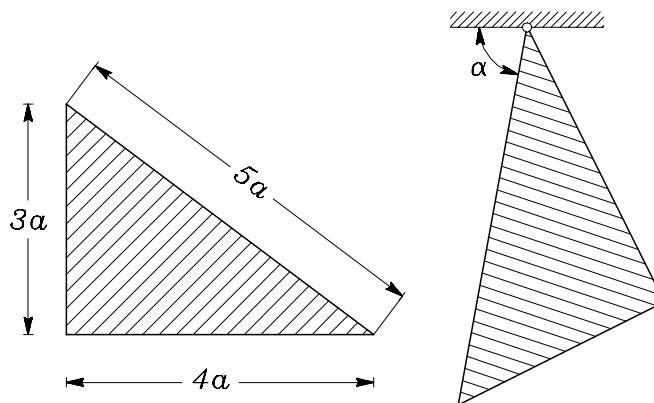
Slika 2.50: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

2.3 Težišče – uporabne naloge

2.3.1 PI 15.12.98/4

Pravokotno, homogeno, trikotno ploščo, konstantne debeline (glej sliko) obesimo na strop, kot prikazuje slika. Plošča se zaradi lastne teže nagne tako, da oklepa s stropno konstrukcijo kot α (glej sliko). Izračunaj kot α , pri katerem je plošča v ravnotežju.



Slika 2.51: Računski model konstrukcije in obtežbe.

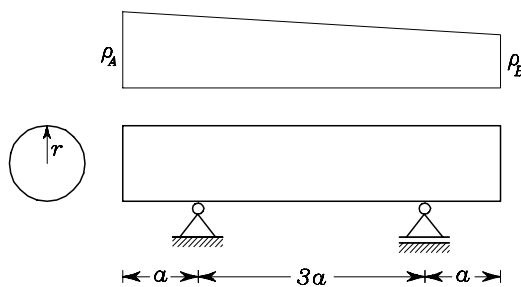
rešitev

2.3.2 PI 23.09.99/4

Na sliki je prikazan hlod oblike valja, dolžine $5a$, polmera r , položen na dve podpori. Hlod je na levem delu moker, na desnem suh. Gostota hloda se spreminja linearno od ρ_A (gostote na levem robu) do ρ_B (gostote na desnem robu). Izračunaj:

- Reakciji v podporah za podani razpored podpor na sliki.
- Odmik leve podpore od levega roba, da bo sila v obeh podporah enaka.

Podatki: $a = 1 \text{ m}$, $r = 20 \text{ cm}$, $\rho_A = \frac{1 \text{ kg}}{\text{dm}^3}$, $\rho_B = \frac{0.8 \text{ kg}}{\text{dm}^3}$.



Slika 2.52: Računski model konstrukcije in obtežbe.

rešitev

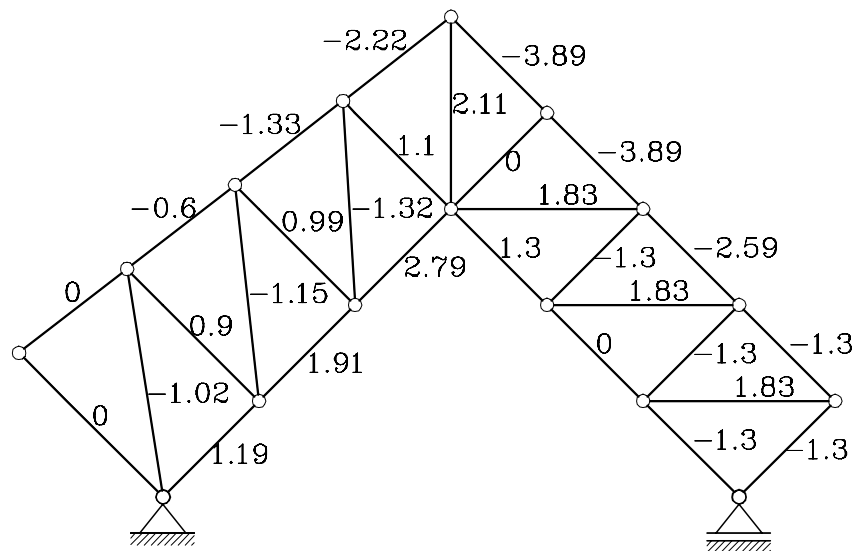
Poglavje 3

Rešitve nalog

3.1 Paličja

3.1.1 PI 18.06.96/1

Reakcije: $A_x = -1 \text{ kN}$, $A_z = -0.167 \text{ kN}$, $B_z = -1.833 \text{ kN}$,
 $N_7 = -1.1525 \text{ kN}$, $N_{11} = -1.3245 \text{ kN}$, $N_{19} = 1.8333 \text{ kN}$.

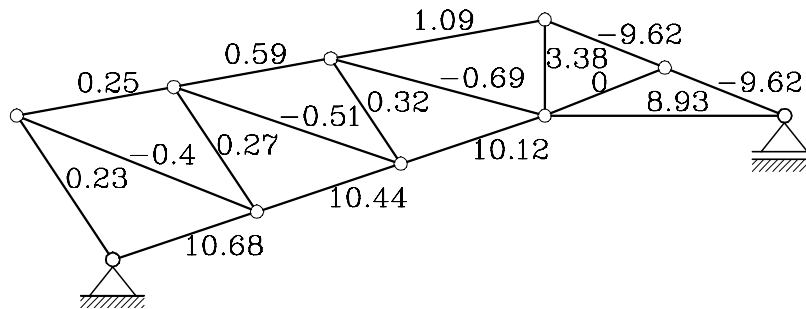


Slika 3.1: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.2 PI 28.06.96/1

Reakcije: $A_x = -10$ kN, $A_z = 3.571$ kN, $B_z = -3.571$ kN,
 $N_6 = -0.5135$ kN, $N_{10} = -0.6907$ kN, $N_{13} = 3.3766$ kN.

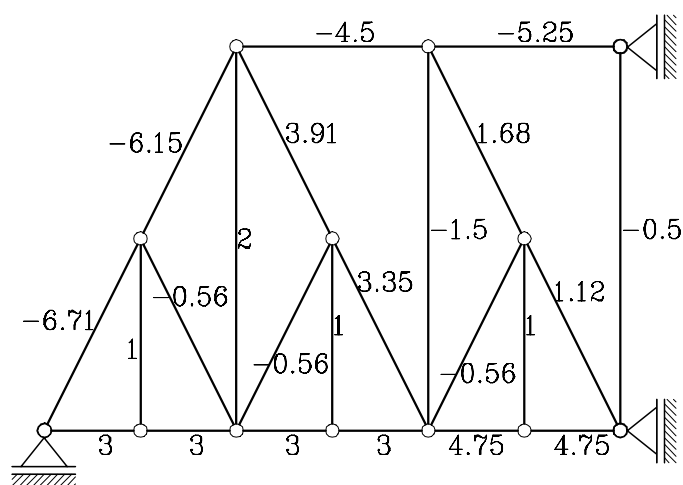


Slika 3.2: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.3 PI 05.09.96/1

Reakcije: $A_x = -6 \text{ kN}$, $B_x = 5.25 \text{ kN}$, $C_x = -5.25 \text{ kN}$.

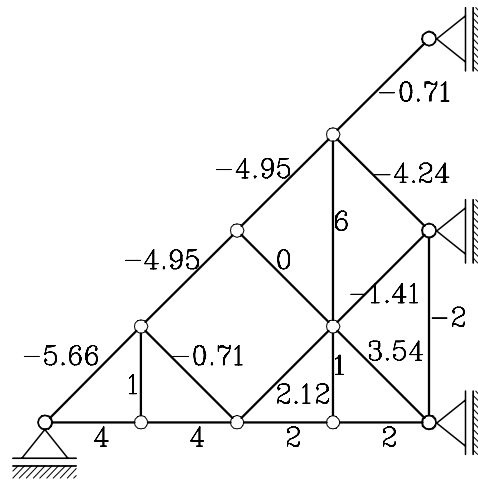


Slika 3.3: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.4 PI 27.03.97/1

Reakcije: $A_z = -4 \text{ kN}$, $B_x = 4.5 \text{ kN}$, $C_x = -4 \text{ kN}$, $D_x = -0.5 \text{ kN}$.



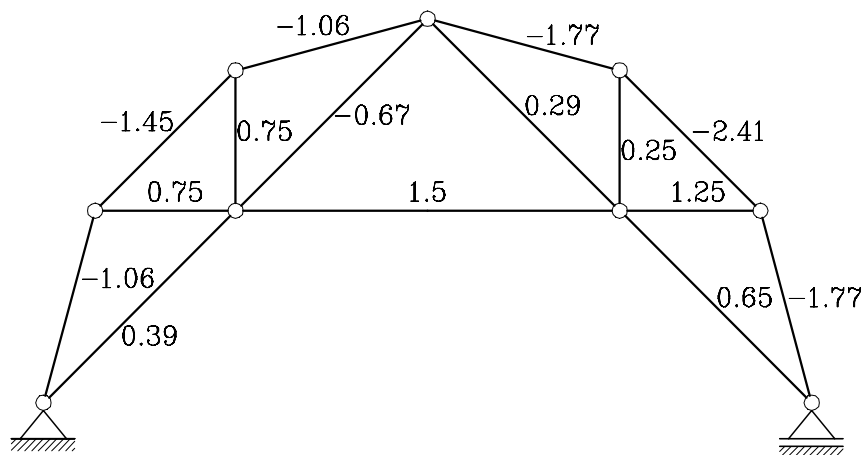
Slika 3.4: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.5 PI 19.11.98/2

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -0.7500 \text{ kN}$, $B_z = -1.2500 \text{ kN}$

$N_1 = 0.7500 \text{ kN}$, $N_2 = -1.7678 \text{ kN}$.

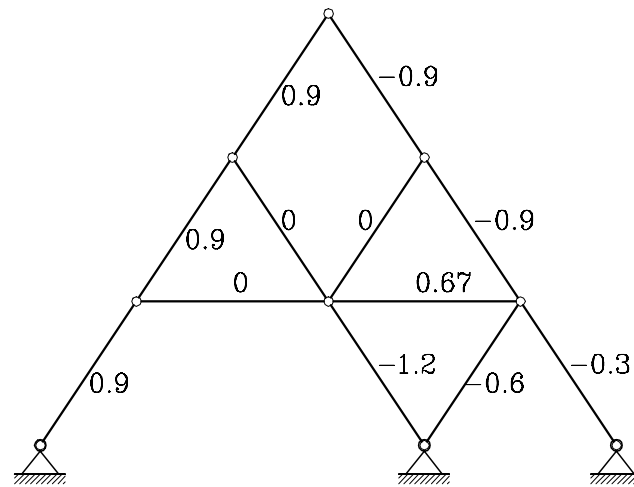


Slika 3.5: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.6 PI 15.12.98/2

Reakcije: $A_x = -0.5 \text{ kN}$, $A_z = 0.7500 \text{ kN}$, $B_x = -0.3333 \text{ kN}$, $B_z = -1.5000 \text{ kN}$
 $C_x = -0.1667 \text{ kN}$, $C_z = -0.2500 \text{ kN}$, $N = 0.6667 \text{ kN}$.

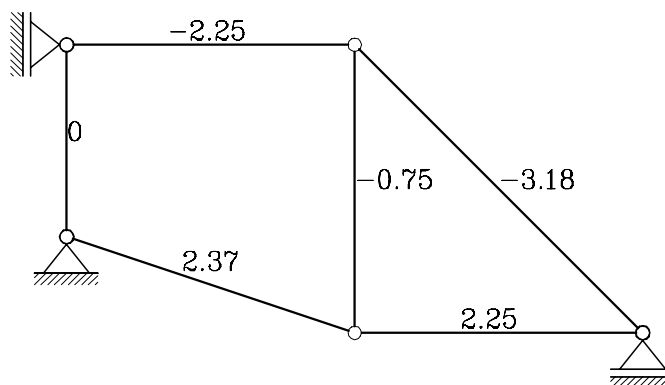


Slika 3.6: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.7 PI 26.03.99/2

Reakcije: $A_x = 2.25$ kN, $B_x = -2.25$ kN, $B_z = -0.75$ kN, $C_z = -2.25$ kN, $N_{DE} = -0.75$ kN.

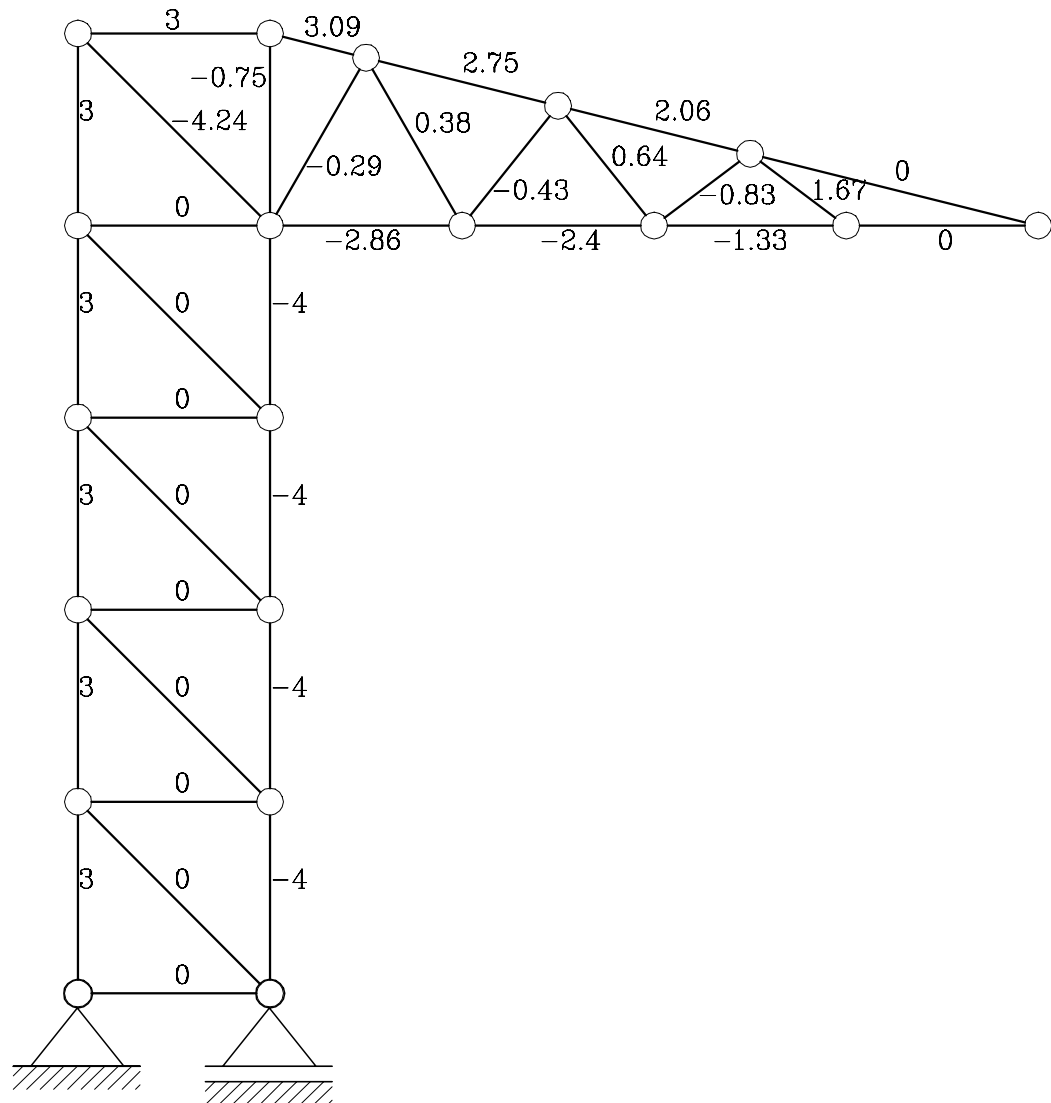


Slika 3.7: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.8 KOL 24.05.99/1

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = 3 \text{ kN}$, $B_z = -4 \text{ kN}$, $M = -0.7500 \text{ kN}$, $N = -2.8571 \text{ kN}$.

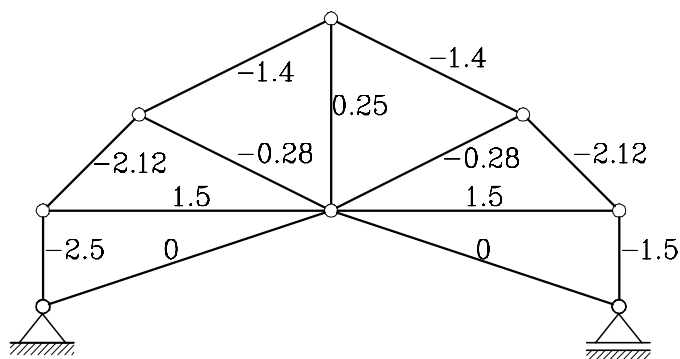


Slika 3.8: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.9 PI 08.06.99/2

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -2.5 \text{ kN}$, $B_z = -1.5 \text{ kN}$,
 $M = 0.250 \text{ kN}$, $N = -0.280 \text{ kN}$.

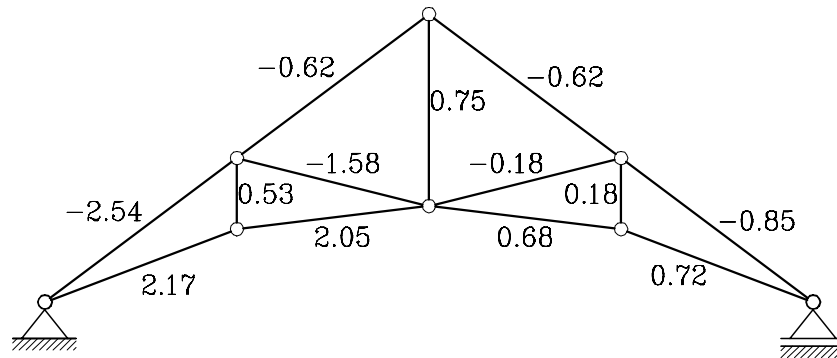


Slika 3.9: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.10 PI 09.09.99/2

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -0.750 \text{ kN}$, $B_z = -0.250 \text{ kN}$,
 $M = 0.750 \text{ kN}$, $N = 0.682 \text{ kN}$.



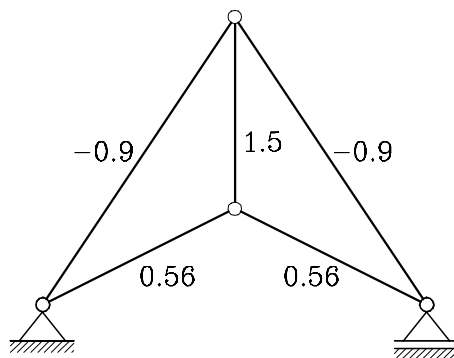
Slika 3.10: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.11 PI 23.09.99/1

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -0.5 \text{ kN}$, $B_z = -0.5 \text{ kN}$

Točnejše vrednosti sil v palicah (glej sliko): 0.5590, -0.9014 , 1.5.

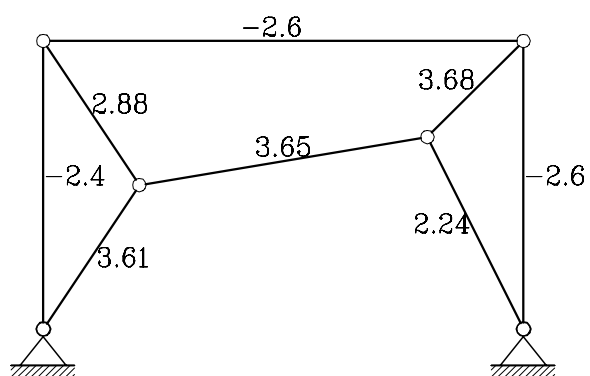


Slika 3.11: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.13 DN 99/3/1a

Reakcije: $A_x = -2 \text{ kN}$, $A_z = 0.6 \text{ kN}$, $B_x = 1 \text{ kN}$, $B_z = -0.6 \text{ kN}$.



Slika 3.13: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.14 DN 99/3/3

Vsi rezultati so podani v kN.

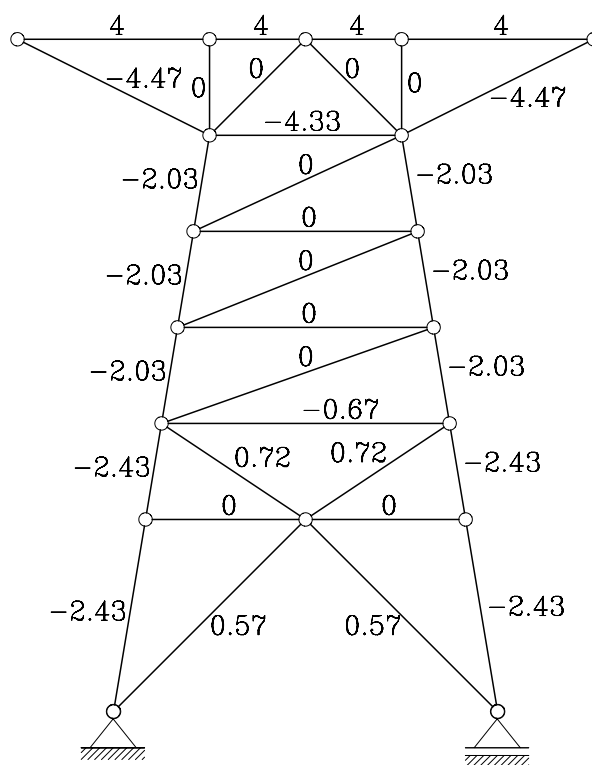
$$N = \begin{Bmatrix} -2.1344 \\ 0.0000 \\ 2.1344 \\ 0 \\ -0.0000 \\ -0.0000 \\ 2.1344 \\ -0.0000 \\ -2.1344 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \\ 0.0000 \end{Bmatrix}, \quad R_A = \begin{Bmatrix} -0.6667 \\ -0.3333 \\ -2.0000 \end{Bmatrix}, \quad R_B = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}, \quad R_C = \begin{Bmatrix} -0.3333 \\ -0.6667 \\ 2.0000 \end{Bmatrix}$$

naloga

3.1.15 KOL 22.05.00/1

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -2 \text{ kN}$, $B_z = -2 \text{ kN}$.

Osní sili: $M = 0.721 \text{ kN}$, $N = 0 \text{ kN}$.



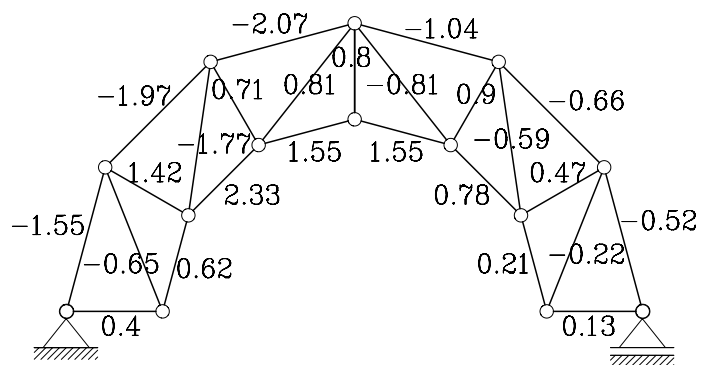
Slika 3.14: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

3.1.16 PI 06.06.00/2

Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -1.5 \text{ kN}$, $B_z = -0.5 \text{ kN}$.

Osnji sili: $M = -1.969 \text{ kN}$, $N = -1.773 \text{ kN}$.



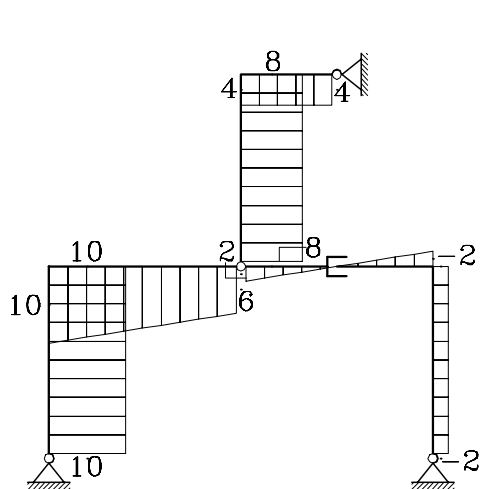
Slika 3.15: Vrednosti osnih sil v palicah v [kN].

naloga

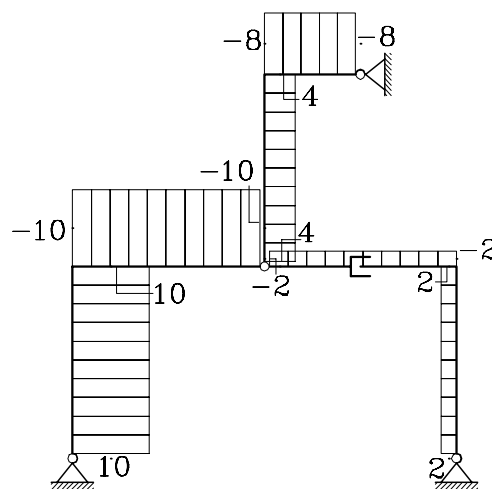
3.2 Ravninski okvirji – diagrami notranjih sil

3.2.1 PI 27.03.97/3

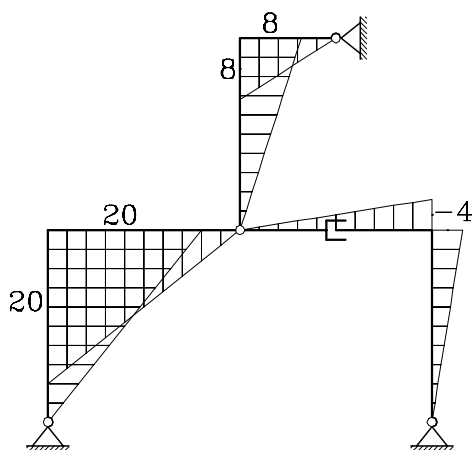
Reakcije: $A_x = -10 \text{ kN}$, $A_z = 10 \text{ kN}$, $B_x = -2 \text{ kN}$, $B_z = -2 \text{ kN}$, $C_x = 4 \text{ kN}$, $C_z = -8 \text{ kN}$.



Slika 3.17: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.18: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

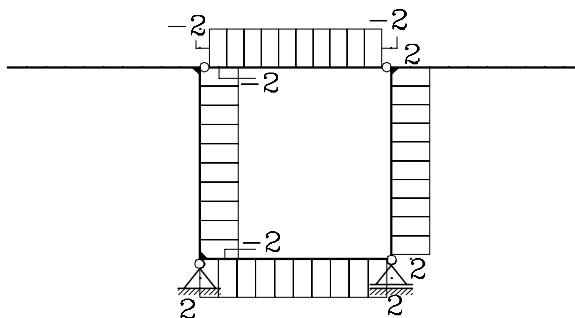


Slika 3.19: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

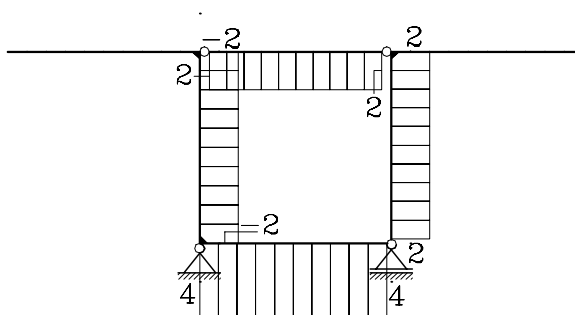
naloga

3.2.2 PI 15.05.97/2

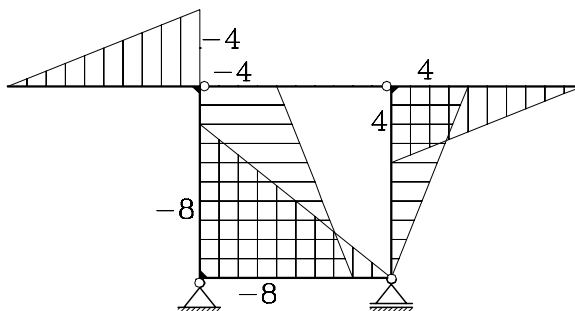
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -6 \text{ kN}$, $B_z = 6 \text{ kN}$.



Slika 3.20: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.21: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

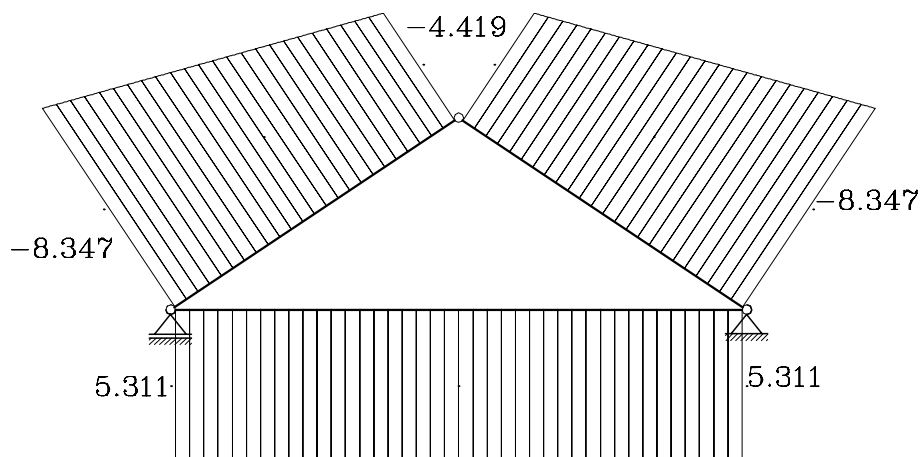


Slika 3.22: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

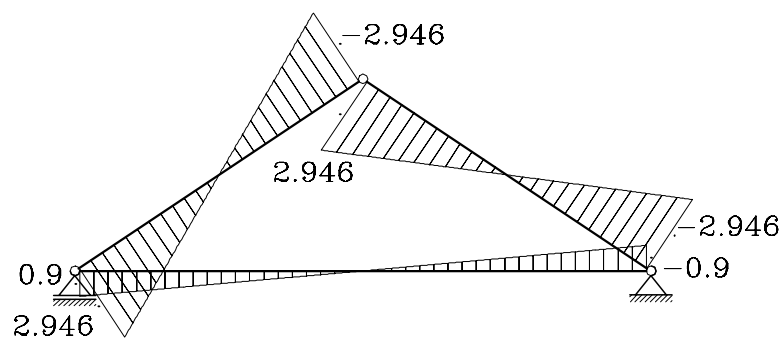
naloga

3.2.3 PI 16.06.97/2

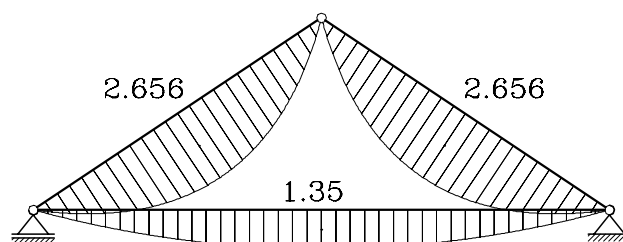
Reakcije: $A_z = -7.9817 \text{ kN}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = -7.9817 \text{ kN}$,



Slika 3.23: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.24: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

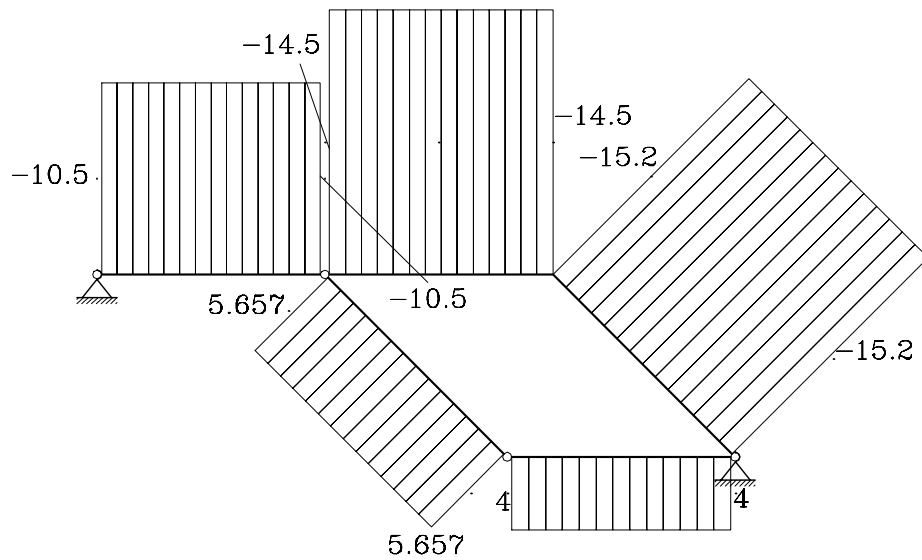


Slika 3.25: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

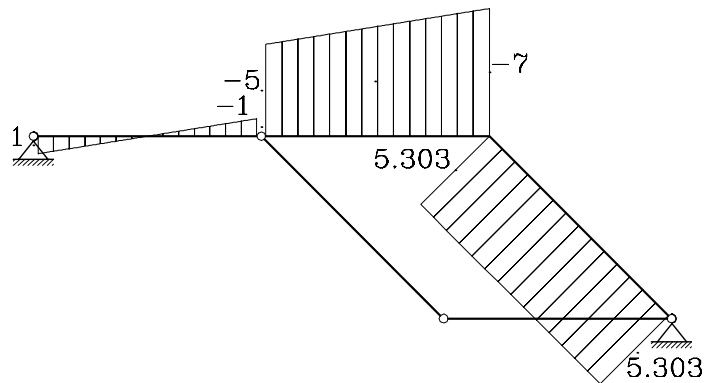
naloga

3.2.4 PI 30.06.97/2

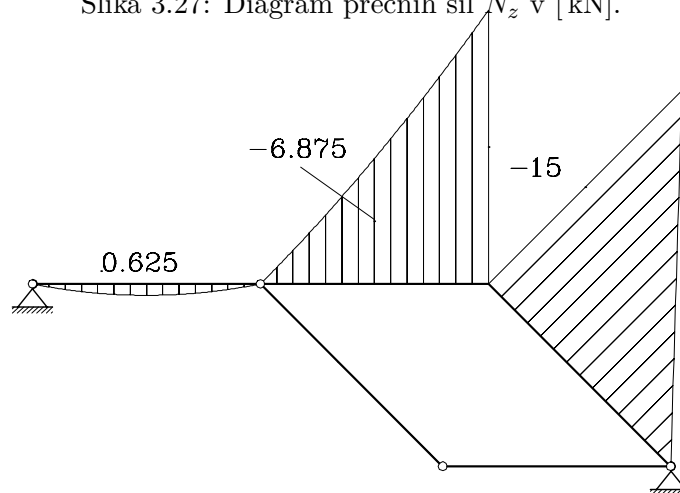
Reakcije: $A_x = 10.5 \text{ kN}$, $A_z = -1 \text{ kN}$, $B_x = -10.5 \text{ kN}$, $B_z = -7 \text{ kN}$.



Slika 3.26: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.27: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

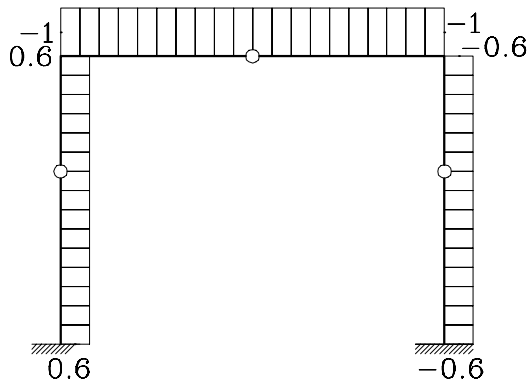
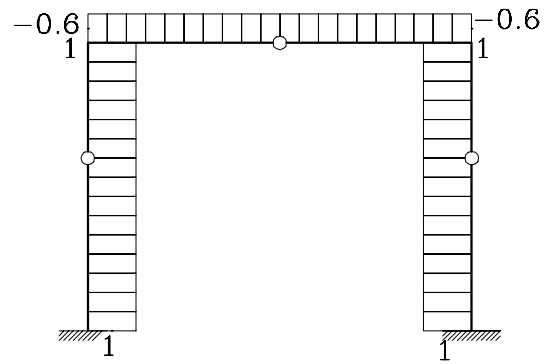
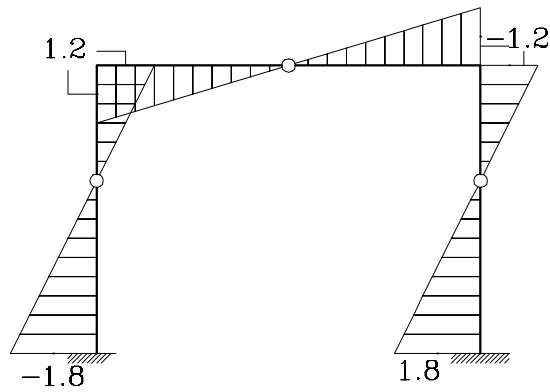


Slika 3.28: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.2.5 PI 15.12.97/2

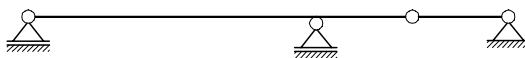
Reakcije: $A_x = -1 \text{ kN}$, $A_z = 0.6 \text{ kN}$, $M^A = 1.8 \text{ kNm}$, $B_x = -1 \text{ kN}$, $B_z = -0.6 \text{ kN}$, $M^B = 1.8 \text{ kNm}$.

Slika 3.29: Diagram osnih sil N_x v [kN].Slika 3.30: Diagram prečnih sil N_z v [kN].Slika 3.31: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

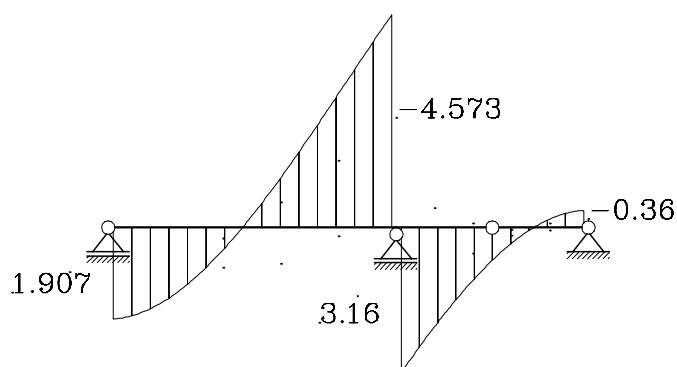
naloga

3.2.6 PI 15.12.97/3

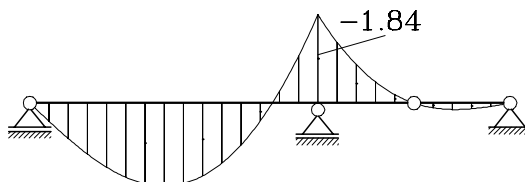
Reakcije: $C_x = 0$ kN, $A_z = -1.9067$ kN, $B_z = -7.7333$ kN, $C_z = -0.36$ kN.



Slika 3.32: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.33: Diagram prečnih sil N_z v [kN].



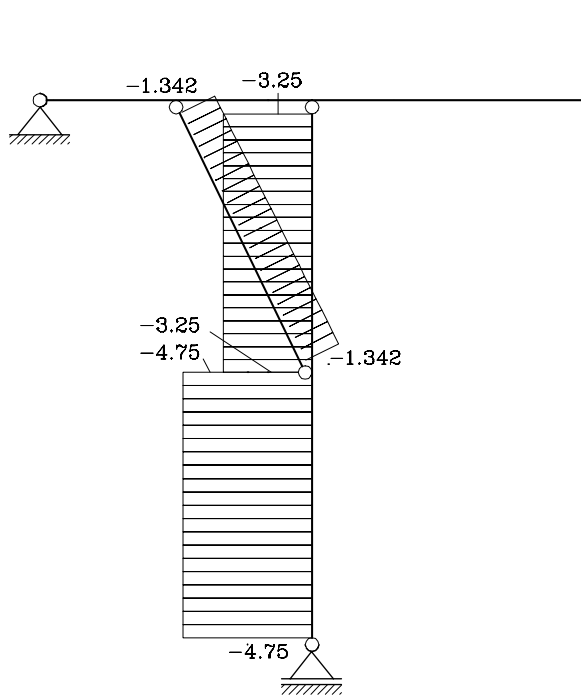
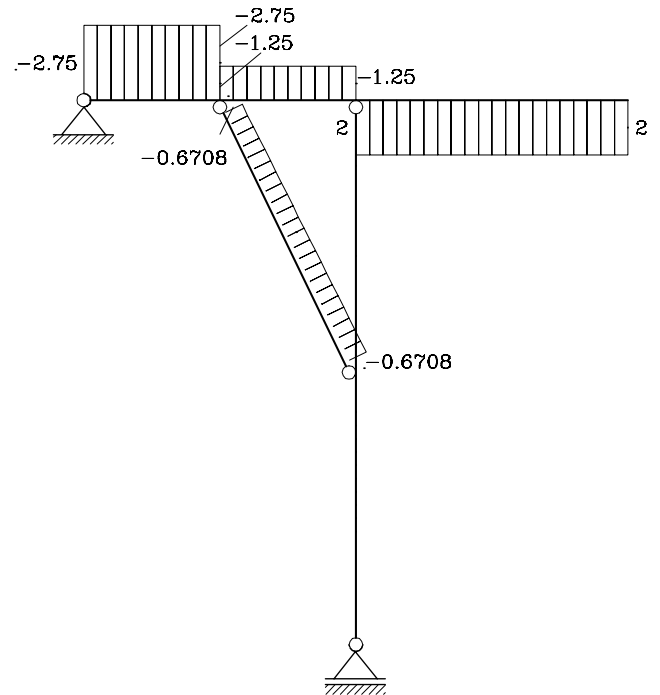
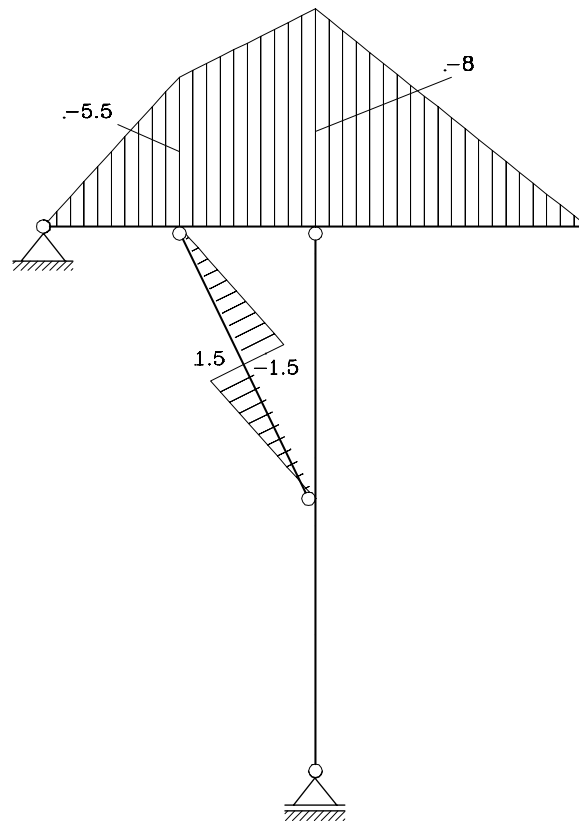
Slika 3.34: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.2.7 PI 16.06.98/2

Reakcije:

$$A_x = 0 \text{ kN}, A_z = 2.75 \text{ kN}, B_z = -4.75 \text{ kN}.$$

Slika 3.35: Diagram osnih sil N_x v [kN].Slika 3.36: Diagram prečnih sil N_z v [kN].Slika 3.37: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

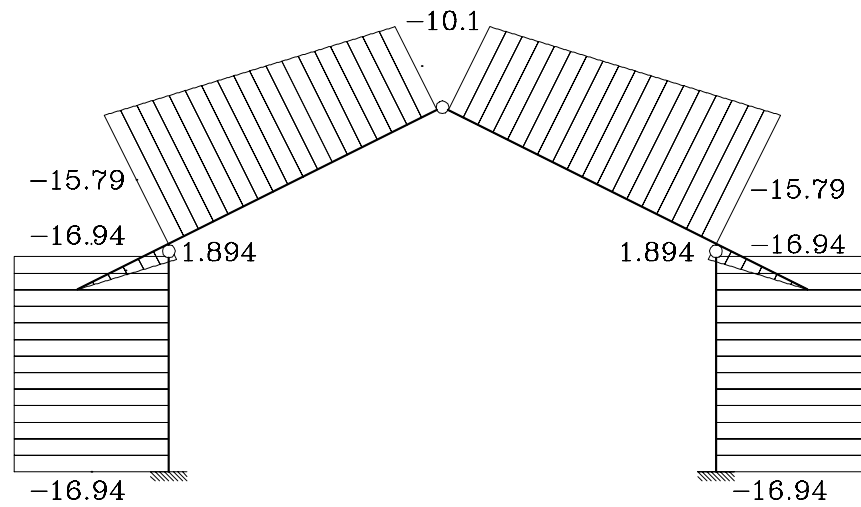
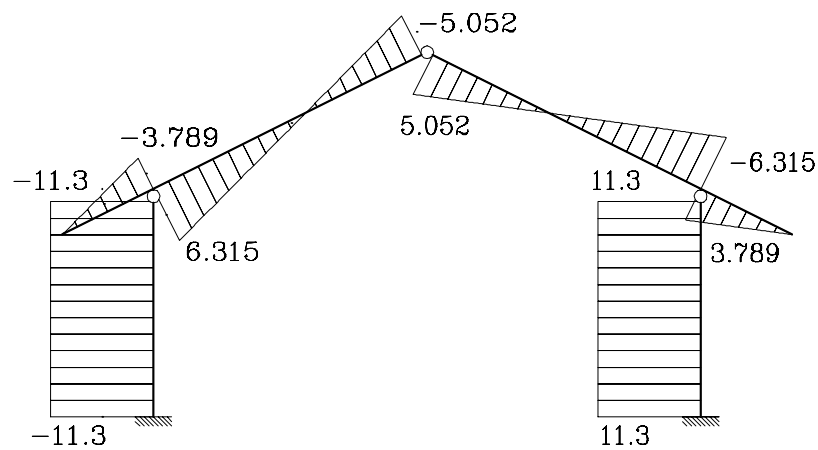
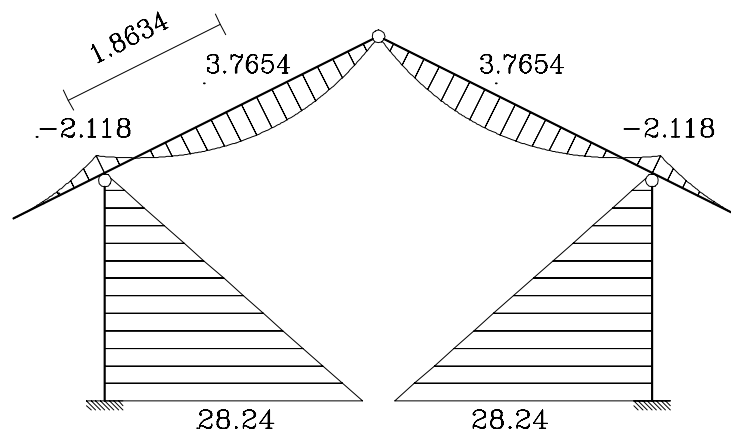
naloga

3.2.8 PI 30.06.98/2

Reakcije:

$$A_x = 11.2962 \text{ kN}, A_z = -16.9443 \text{ kN}, M^A = -28.2405 \text{ kNm},$$

$$B_x = -11.2962 \text{ kN}, B_z = -16.9443 \text{ kN}, M^B = 28.2405 \text{ kNm}.$$

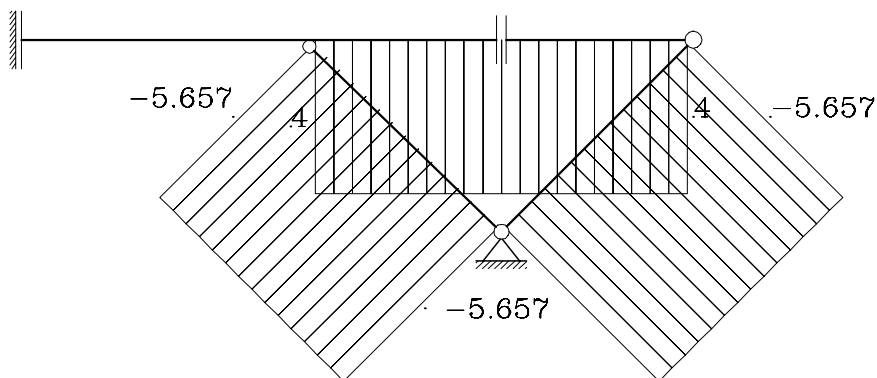
Slika 3.38: Diagram osnih sil N_x v [kN].Slika 3.39: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

naloga

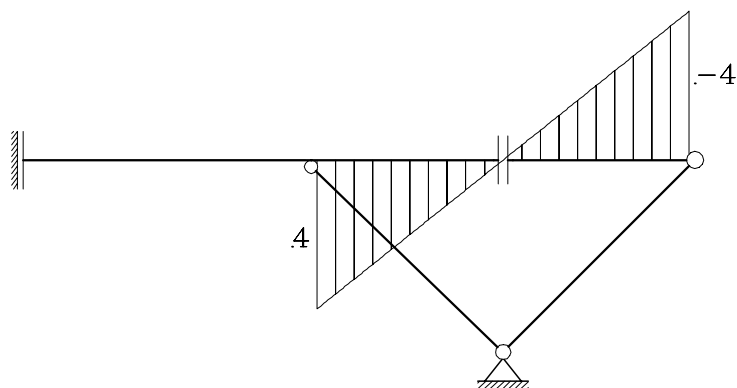
Slika 3.40: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.9 PI 04.09.98/2a

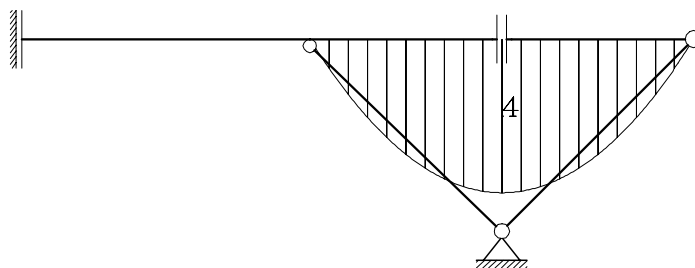
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $M^A = 0 \text{ kNm}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = -8 \text{ kN}$.



Slika 3.41: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.42: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

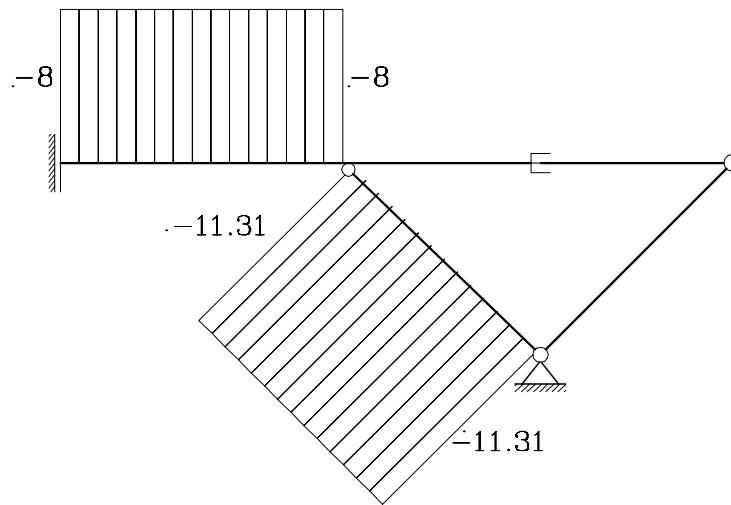


Slika 3.43: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

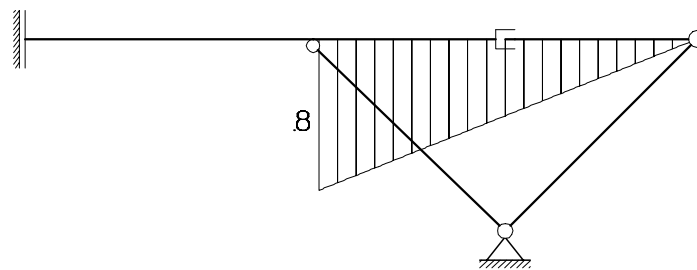
naloga

3.2.10 PI 04.09.98/2b

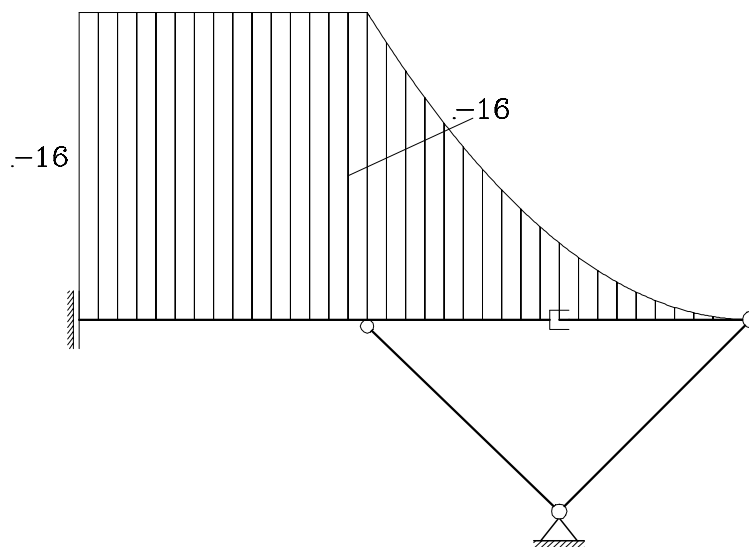
Reakcije: $A_x = 8 \text{ kN}$, $M^A = 16 \text{ kNm}$, $B_x = -8 \text{ kN}$, $B_z = -8 \text{ kN}$.



Slika 3.44: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.45: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

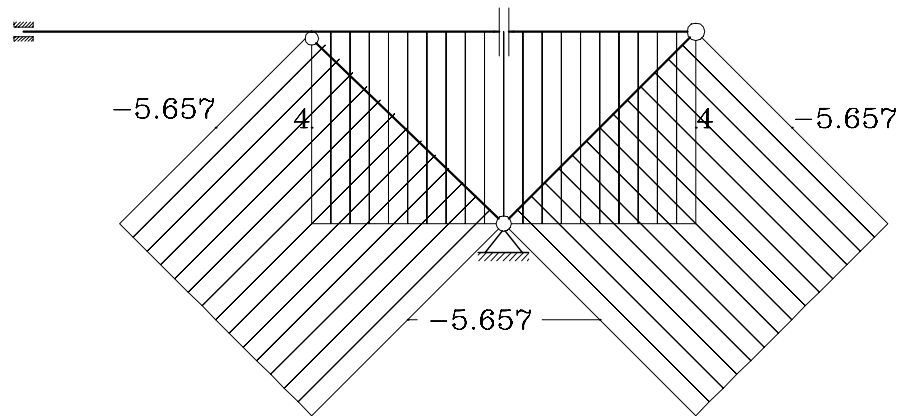


naloga

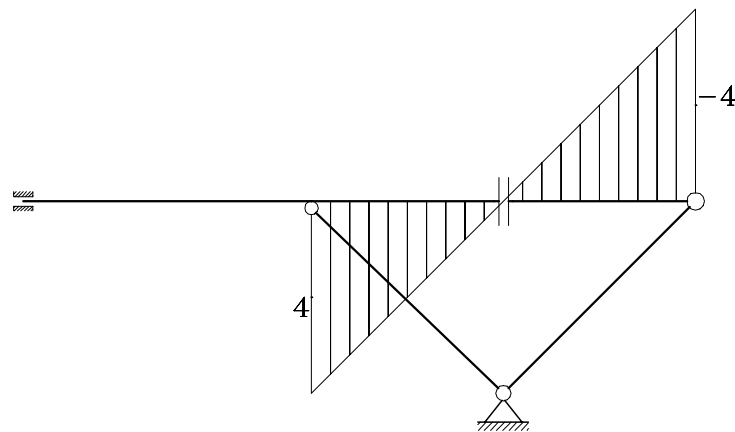
Slika 3.46: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.11 PI 04.09.98/2c

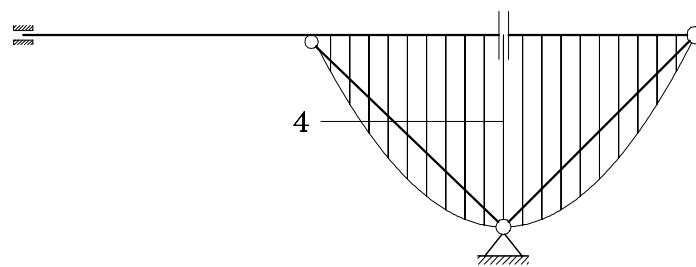
Reakcije: $A_z = 0 \text{ kN}$, $M_A = 0 \text{ kNm}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = -8 \text{ kN}$.



Slika 3.47: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.48: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

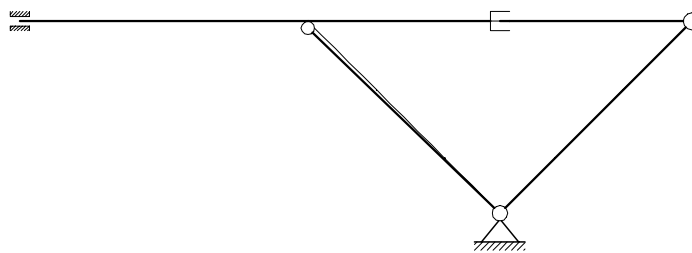


Slika 3.49: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

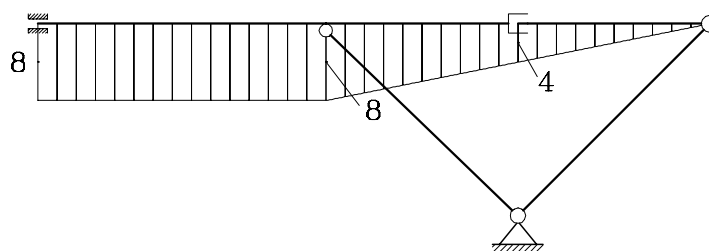
naloga

3.2.12 PI 04.09.98/2d

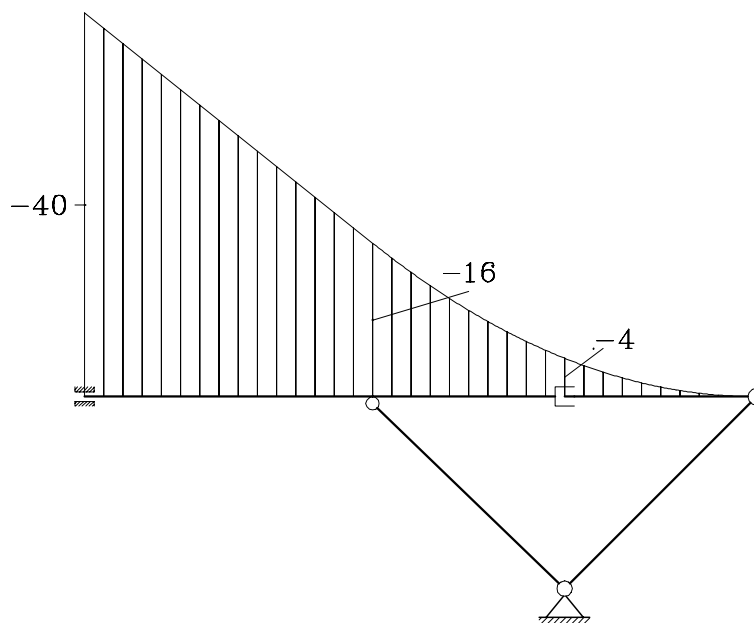
Reakcije: $A_z = -8 \text{ kN}$, $M^A = 40 \text{ kNm}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = 0 \text{ kN}$.



Slika 3.50: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.51: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

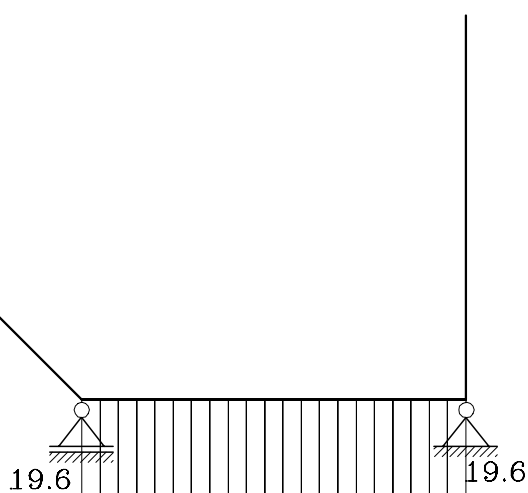


Slika 3.52: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

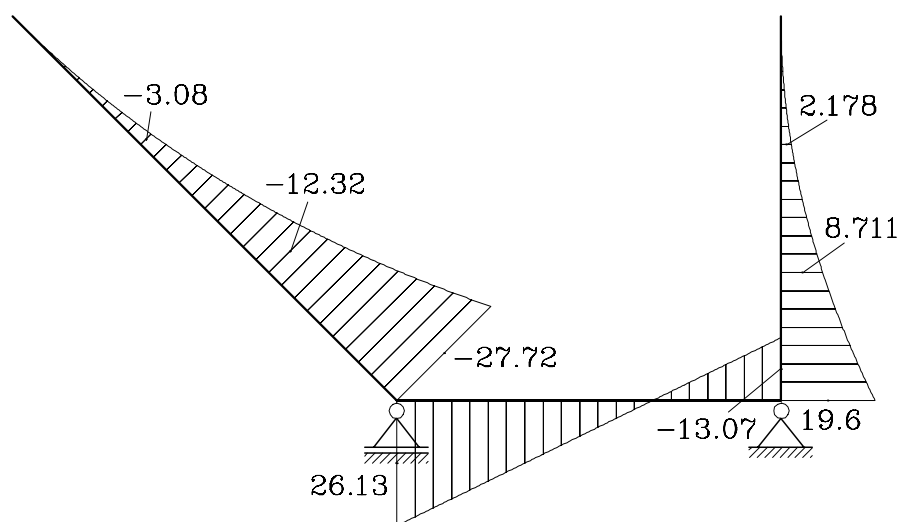
naloga

3.2.13 PI 04.09.98/3

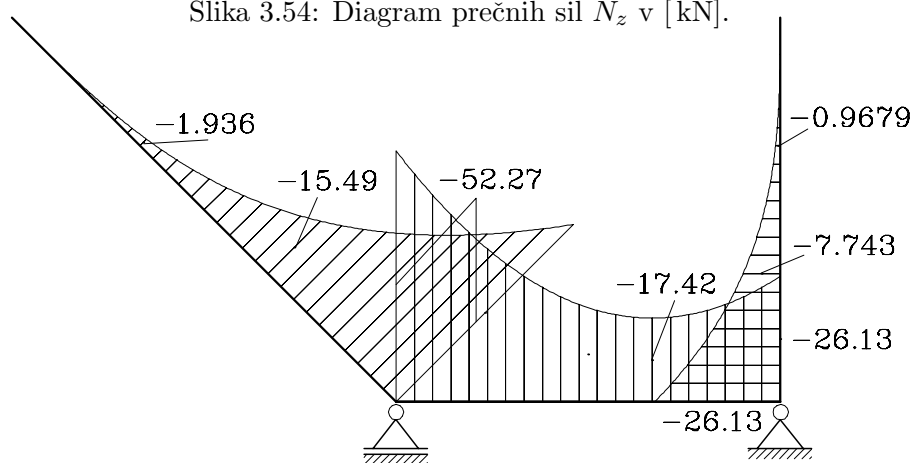
Reakcije: $A_z = -45.7333$ kN, $B_x = 0$ kN, $B_z = -13.0667$ kN.



Slika 3.53: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.54: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

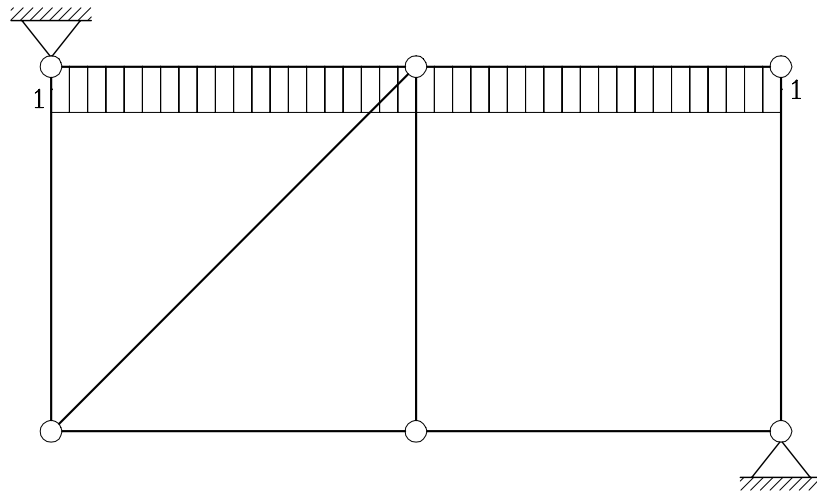


naloga

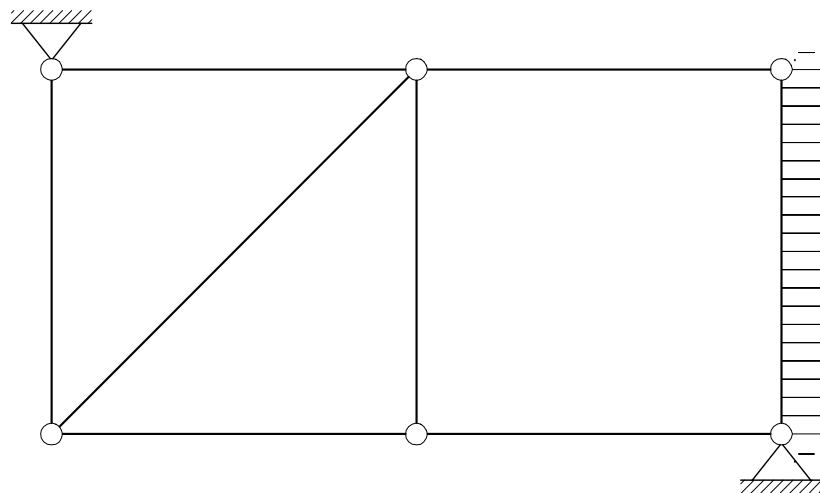
Slika 3.55: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.14 PI 17.09.98/2b

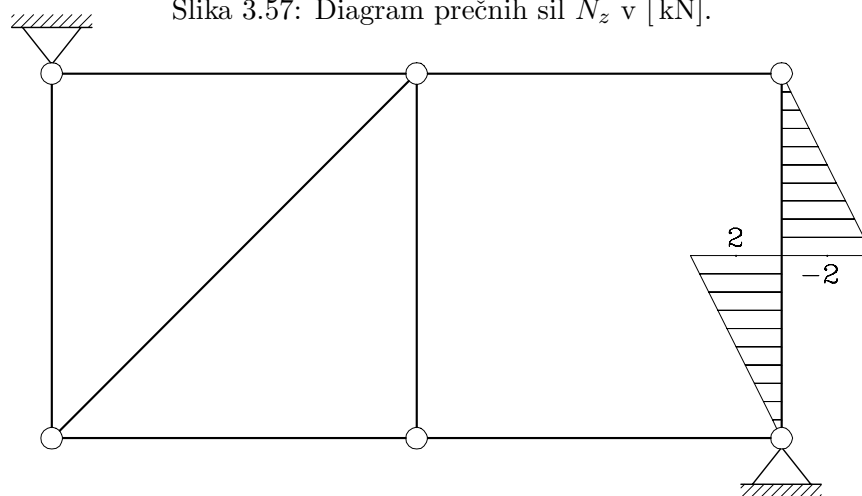
Reakcije: $A_x = -1 \text{ kN}$, $A_z = 0 \text{ kN}$, $B_x = 1 \text{ kN}$, $B_z = 0 \text{ kN}$.



Slika 3.56: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.57: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

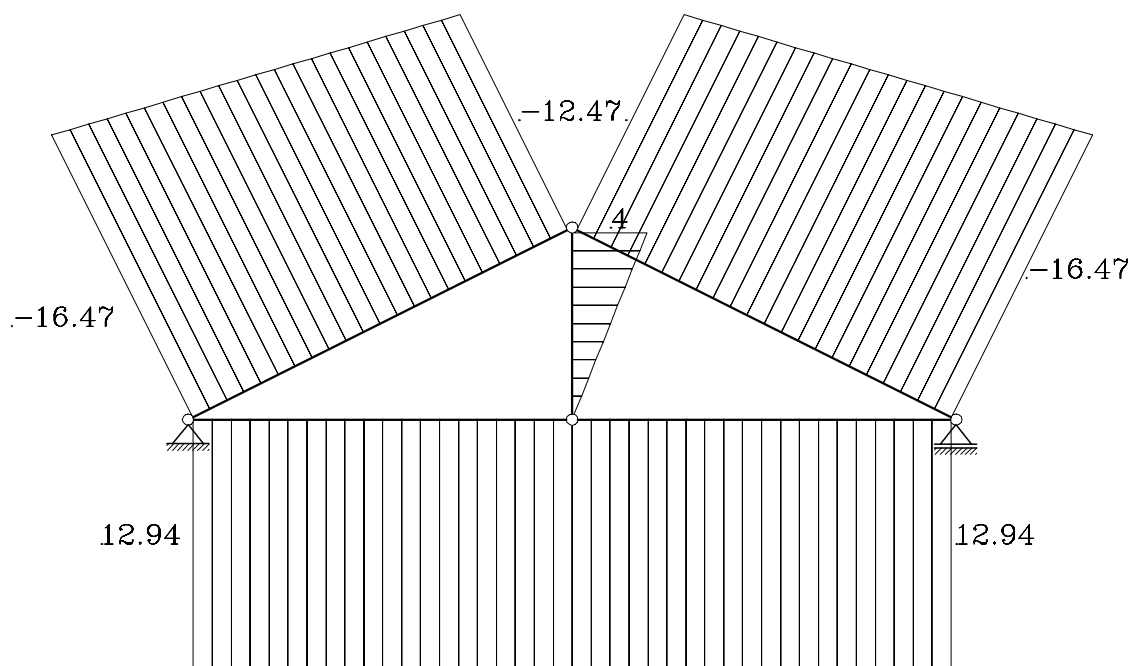


naloga

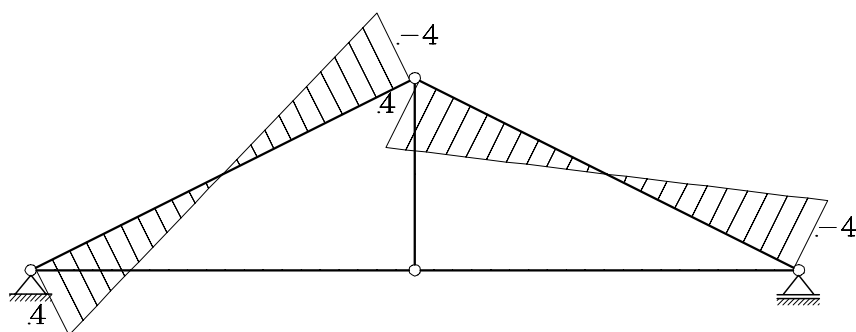
Slika 3.58: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.15 PI 17.09.98/3

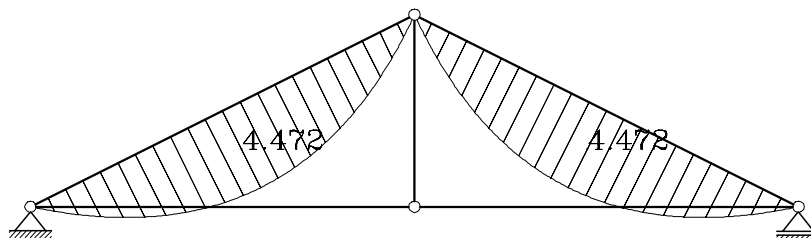
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -10.9443 \text{ kN}$, $B_z = -10.9443 \text{ kN}$.



Slika 3.59: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.60: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

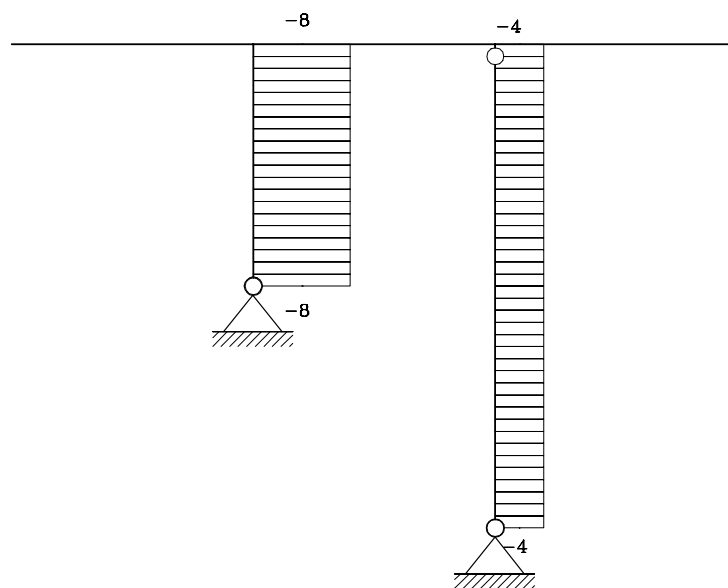


naloga

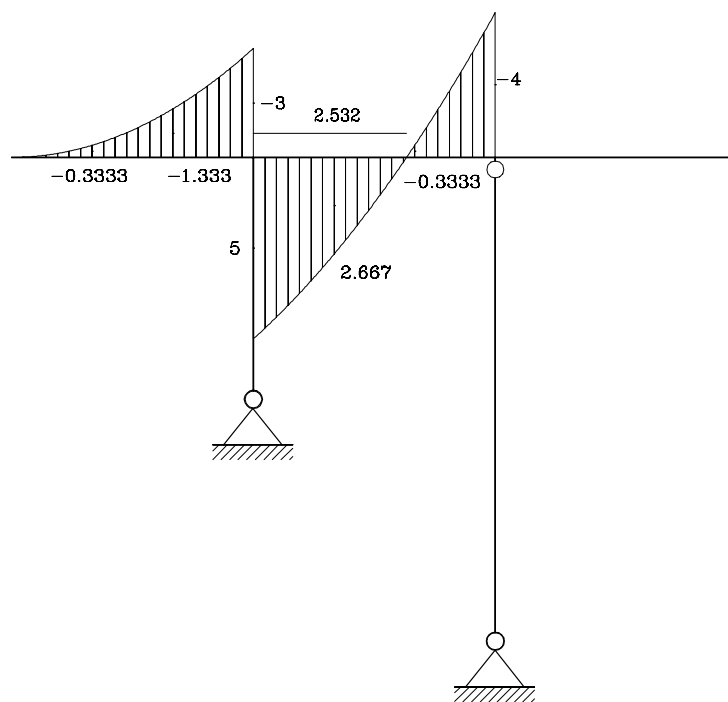
Slika 3.61: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.16 PI 19.11.98/3

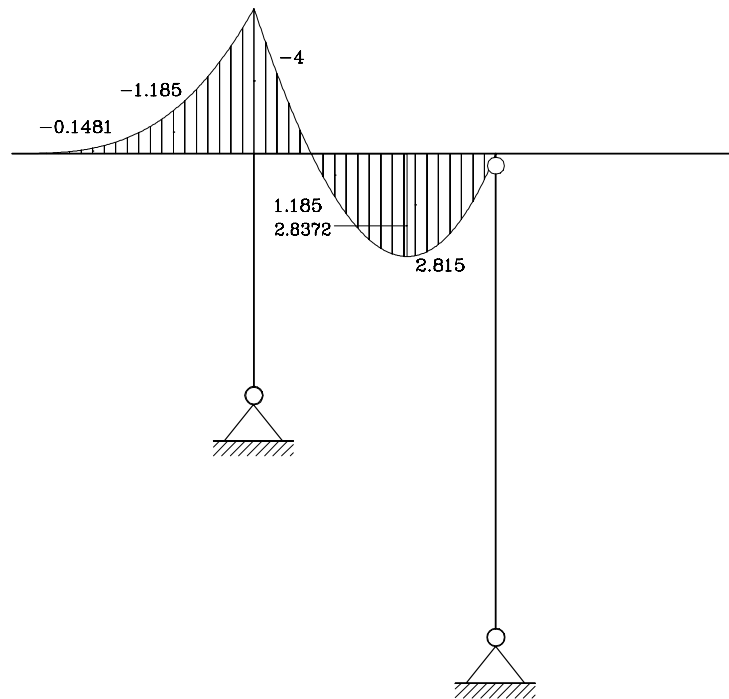
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -8.0000 \text{ kN}$, $B_x = -2.0000 \text{ kN}$, $B_z = -4.0000 \text{ kN}$.



Slika 3.62: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.63: Diagram prečnih sil N_z v [kN].



Slika 3.64: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.2.17 PI 19.11.98/4

Pravilen je lahko samo diagram v sliki 2.35. V nadaljevanju je podana ena napaka pri ostalih. Najdi sam še vse druge napake.

Slika 2.36 Skok momenta v točki F .

Slika 2.37 Skok momenta v točki F .

Slika 2.38 Nezveznost odvoda momenta v točki D .

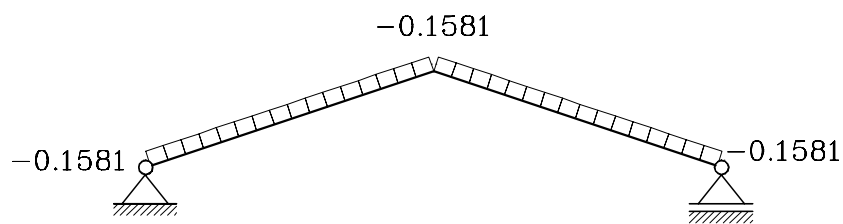
Slika 2.39 Moment na koncu elementa BE v vozlišču E je različen od nič.

Slika 2.40 Nezveznost odvoda momenta v točki D .

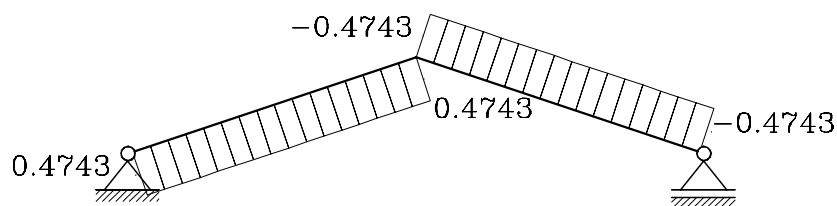
naloga

3.2.18 PI 15.12.98/1

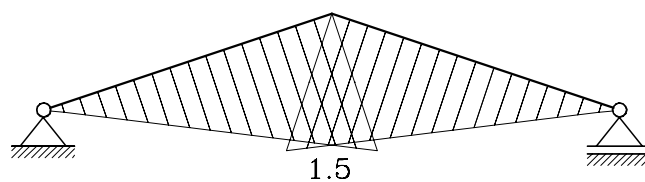
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -0.5 \text{ kN}$, $B_z = -0.5 \text{ kN}$.



Slika 3.65: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.66: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

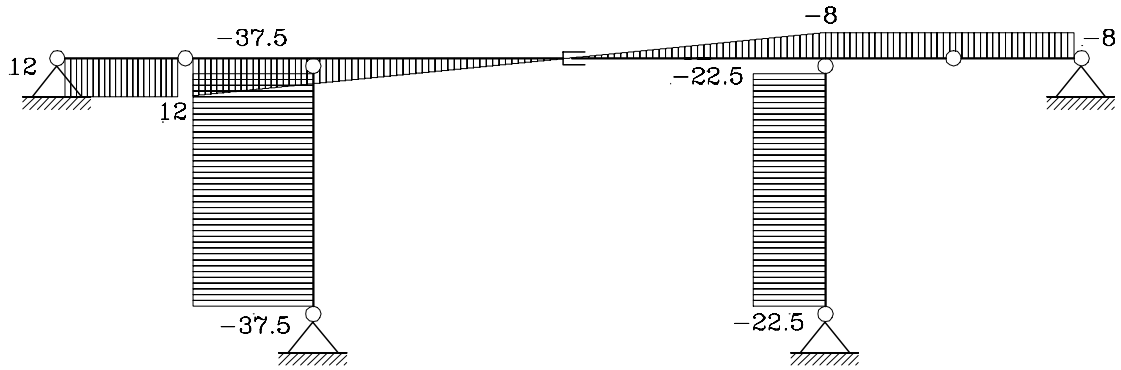
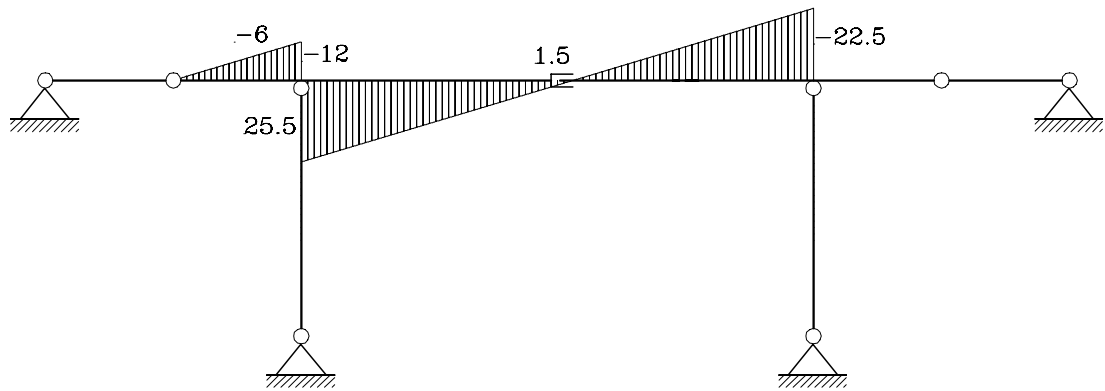
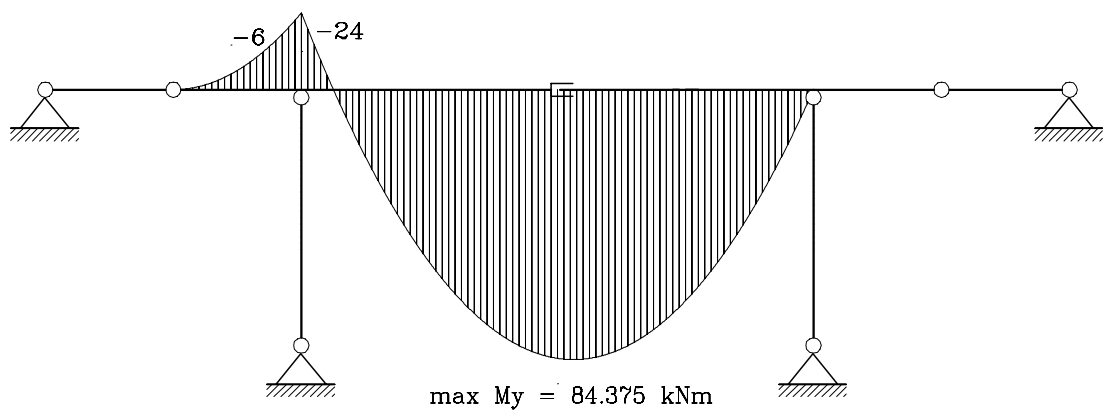


Slika 3.67: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.2.19 PI 15.12.98/3

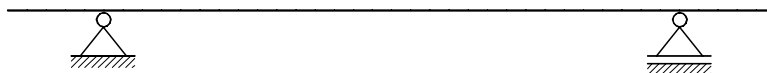
Reakcije: $A_x = -12 \text{ kN}$, $A_z = 0 \text{ kN}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = -37.5 \text{ kN}$,
 $C_x = 0 \text{ kN}$, $C_z = -22.5 \text{ kN}$, $D_x = -8 \text{ kN}$, $D_z = 0 \text{ kN}$.

Slika 3.68: Diagram osnih sil N_x v [kN].Slika 3.69: Diagram prečnih sil N_z v [kN].Slika 3.70: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

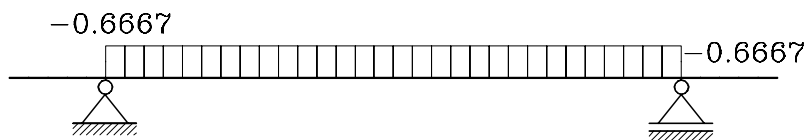
naloga

3.2.20 PI 26.03.99/1

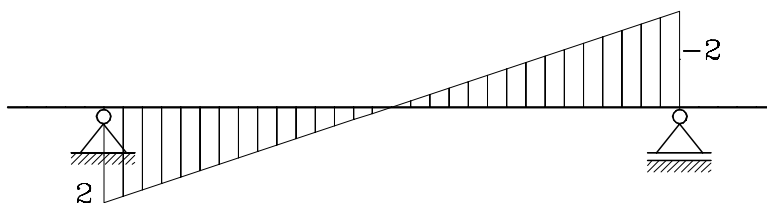
Reakcije: $A_x = 0$ kN, $A_z = 0.6667$ kN, $B_z = -0.6667$ kNm.



Slika 3.71: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.72: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

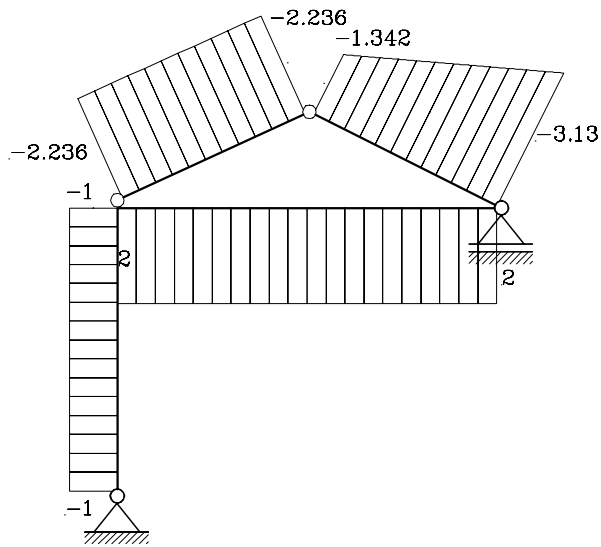


Slika 3.73: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

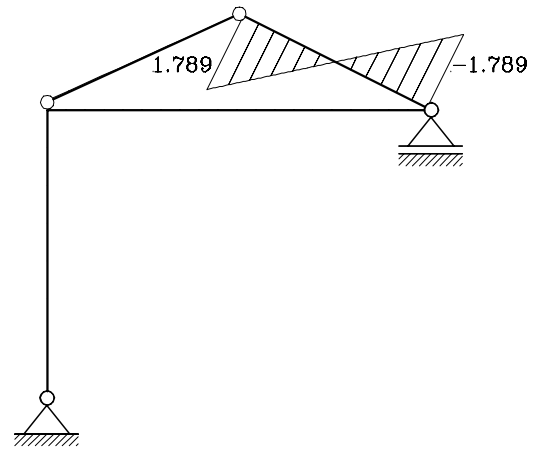
naloga

3.2.21 PI 26.03.99/3

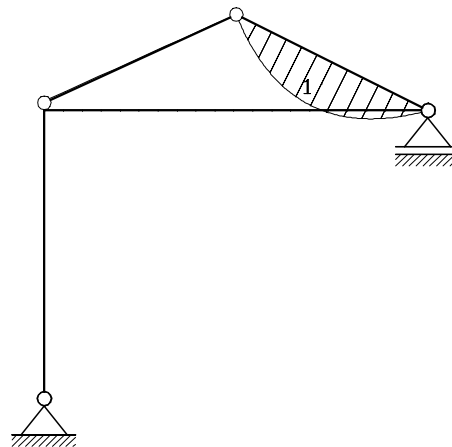
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -1 \text{ kN}$, $B_z = -3 \text{ kN}$.



Slika 3.74: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.75: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

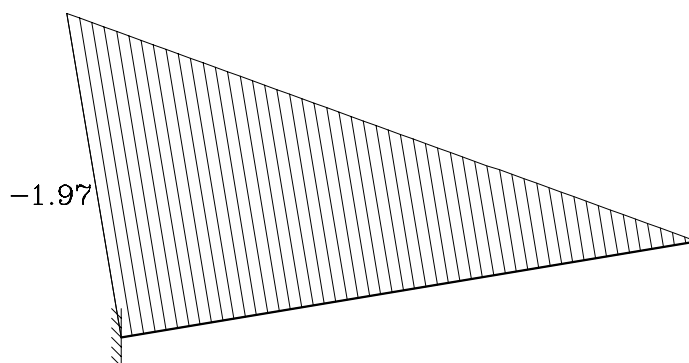


Slika 3.76: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

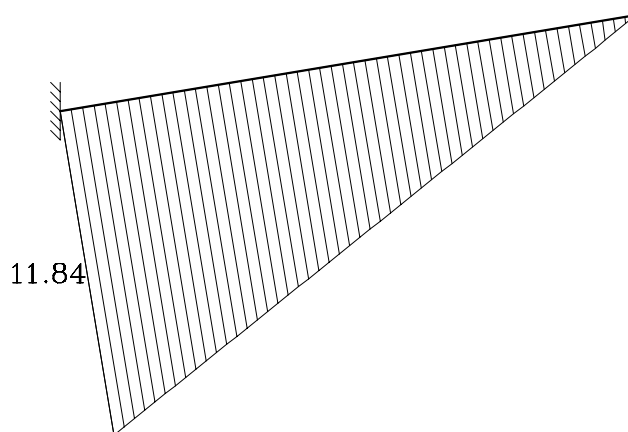
naloga

3.2.22 PI 09.09.99/1

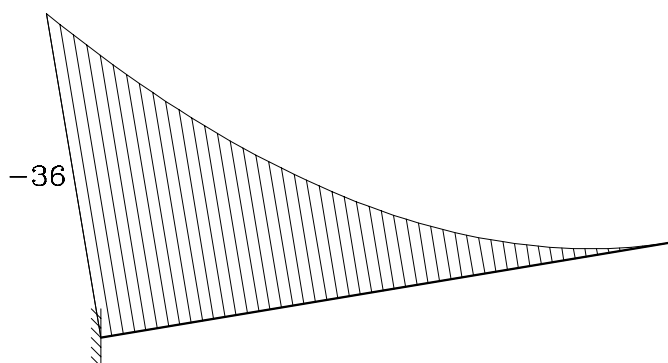
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -12 \text{ kN}$, $M_A = 36 \text{ kNm}$.



Slika 3.77: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.78: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

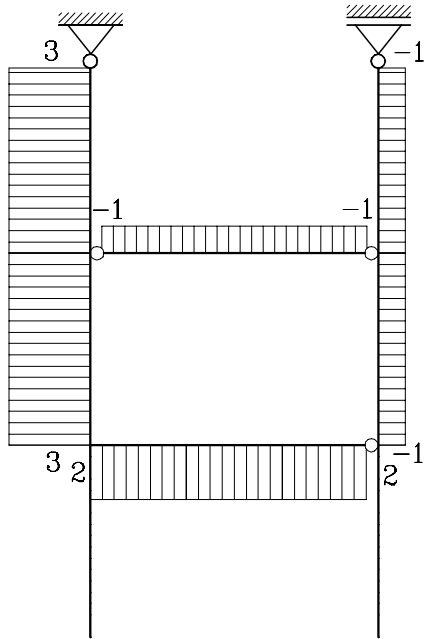


naloga

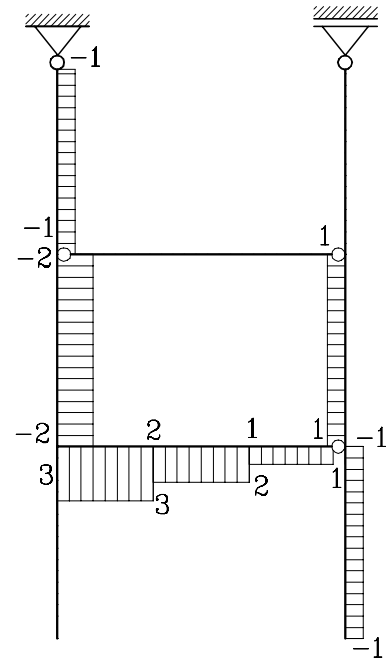
Slika 3.79: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

3.2.23 PI 09.09.99/3

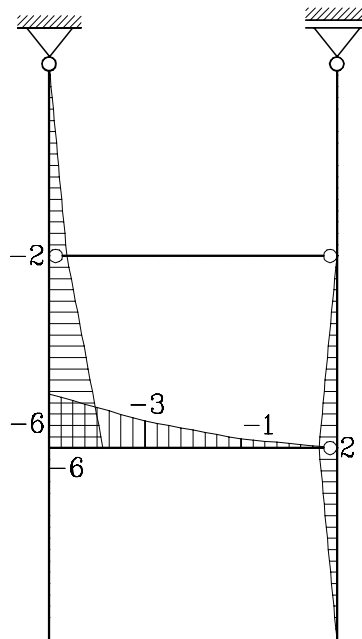
Reakcije: $A_x = -1 \text{ kN}$, $A_z = -3 \text{ kN}$, $B_z = 1 \text{ kN}$.



Slika 3.80: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.81: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

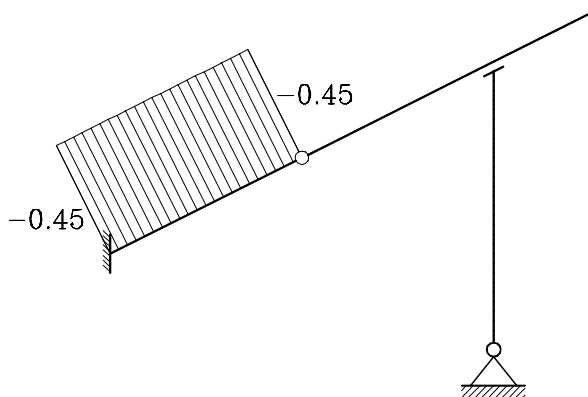


Slika 3.82: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

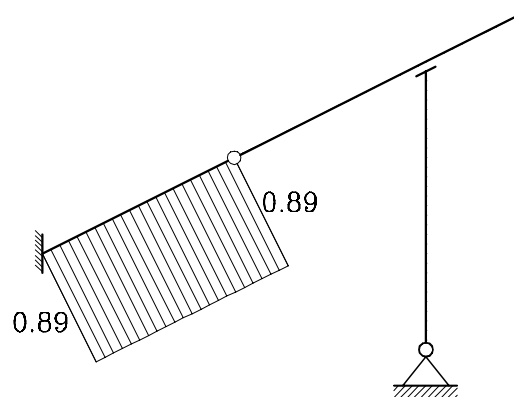
naloga

3.2.24 PI 23.09.99/3

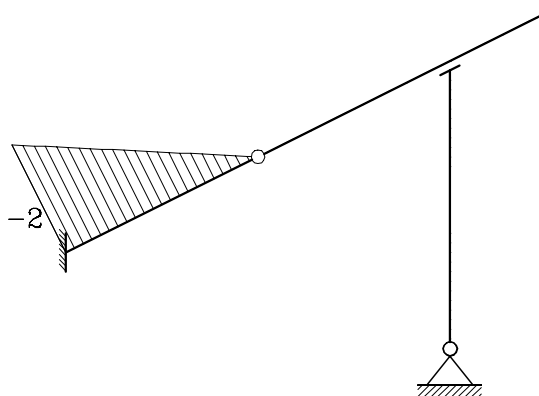
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -1 \text{ kN}$, $M_A = 2 \text{ kNm}$, $B_x = 0 \text{ kN}$, $B_z = 0 \text{ kN}$.



Slika 3.83: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.84: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

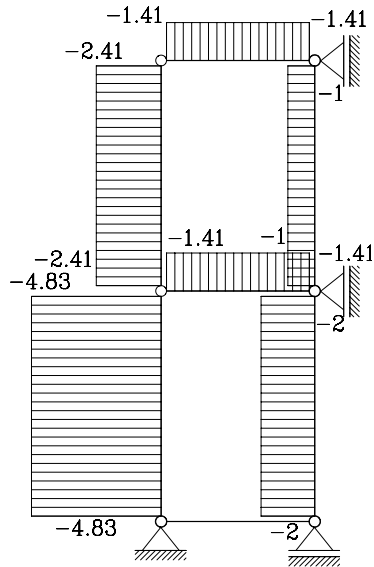
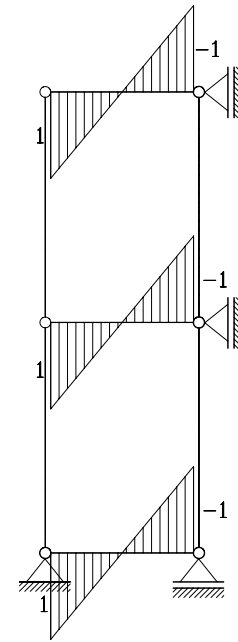
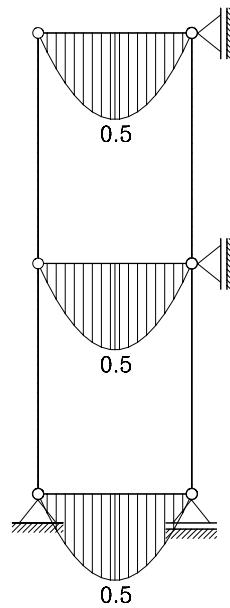


Slika 3.85: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.2.25 KOL 22.05.00/2

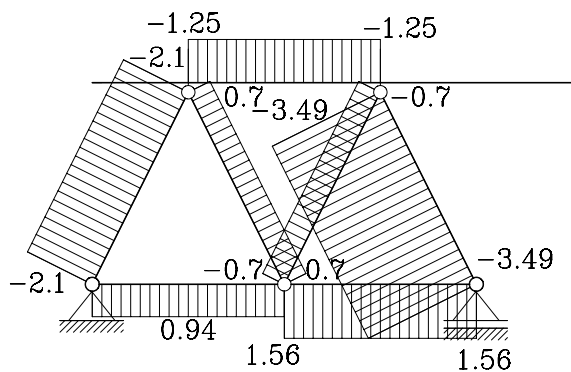
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -5.828 \text{ kN}$, $B_z = -3 \text{ kN}$, $C_x = -1.4142 \text{ kN}$, $D_x = -1.4142 \text{ kN}$.

Slika 3.86: Diagram osnih sil N_x v [kN].Slika 3.87: Diagram prečnih sil N_z v [kN].Slika 3.88: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

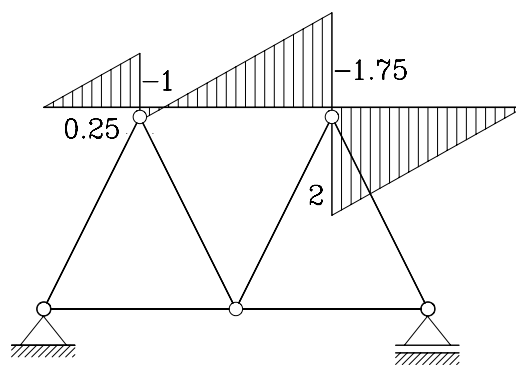
naloga

3.2.26 PI 06.06.00/3

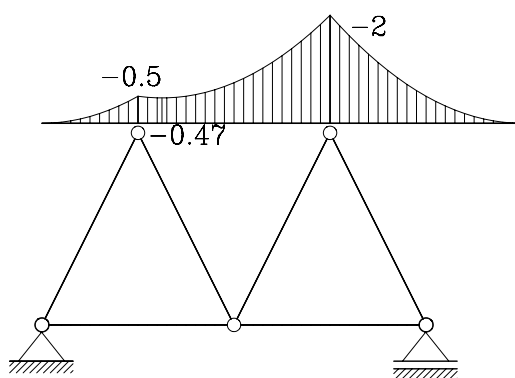
Reakcije: $A_x = 0 \text{ kN}$, $A_z = -1.875 \text{ kN}$, $B_z = -3.125 \text{ kN}$.



Slika 3.89: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.90: Diagram prečnih sil N_z v [kN].

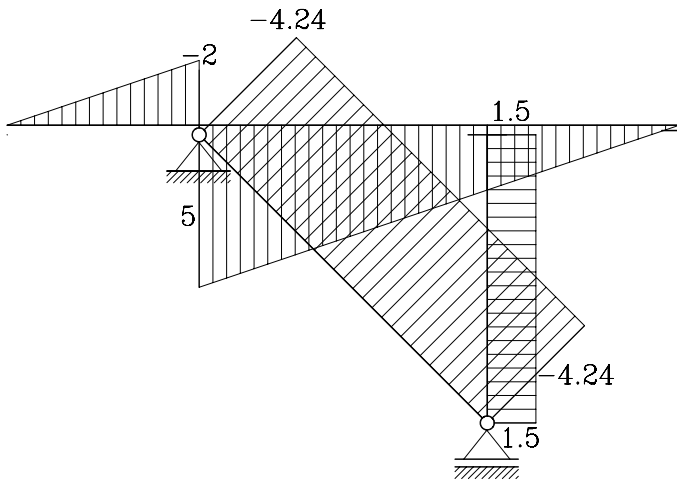


Slika 3.91: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

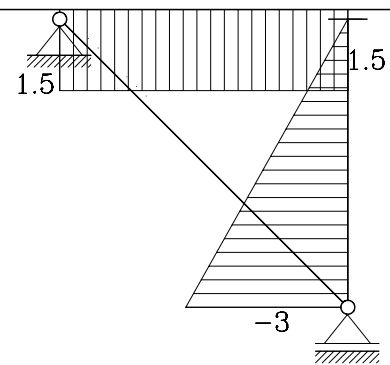
naloga

3.2.27 PI 30.06.00/3

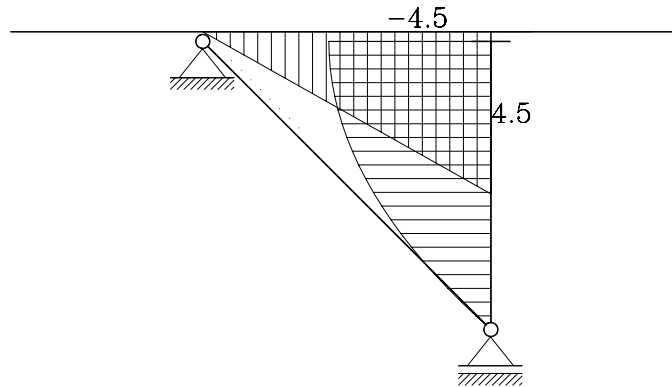
Reakcije: $A_x = -4 \text{ kN}$, $A_z = 1.5 \text{ kN}$, $B_z = -1.5 \text{ kN}$.



Slika 3.92: Diagram osnih sil N_x v [kN].



Slika 3.93: Diagram prečnih sil N_z v [kN].



Slika 3.94: Diagram upogibnih momentov M_y v [kNm].

naloga

3.3 Težišče – uporabne naloge

3.3.1 PI 15.12.98/4

Kot $\alpha = 73.6861^\circ$.

naloga

3.3.2 PI 23.09.99/4

Privzamemo pospešek prostega pada $g = 9.81 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

- Reakciji A_z in B_z za obtežni primer na sliki sta: $A_z = -2.9449 \text{ kN}$, $B_z = -2.6025 \text{ kN}$.
- Odmik leve podpore od levega roba znaša 0.9074 m .

naloga

Poglavje 4

Poteki reševanja

4.1 Ravninski okvirji – diagrami notranjih sil

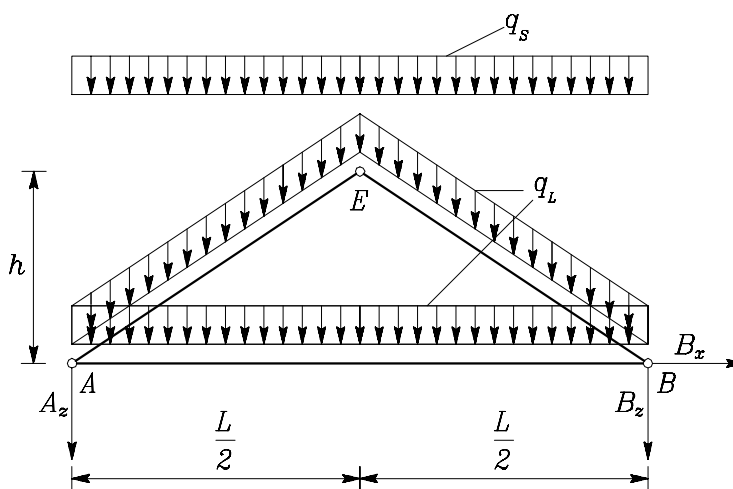
4.1.1 PI 16.06.97/2

Reakcije izračunamo iz treh ravnotežnih enačb, ki veljajo za konstrukcijo:

$$\sum X = B_x = 0 \text{ kN}, \quad (4.1)$$

$$\sum Z = A_z + B_z + q_S L + q_L (2l + L) = 0 \implies A_z = -7.9817 \text{ kN}, \quad (4.2)$$

$$\sum M_Y^A = B_z L + q_S \frac{L^2}{2} + q_L (2l + L) \frac{L}{2} = 0 \implies B_z = -7.9817 \text{ kN}. \quad (4.3)$$



Slika 4.1: Potek reševanja.

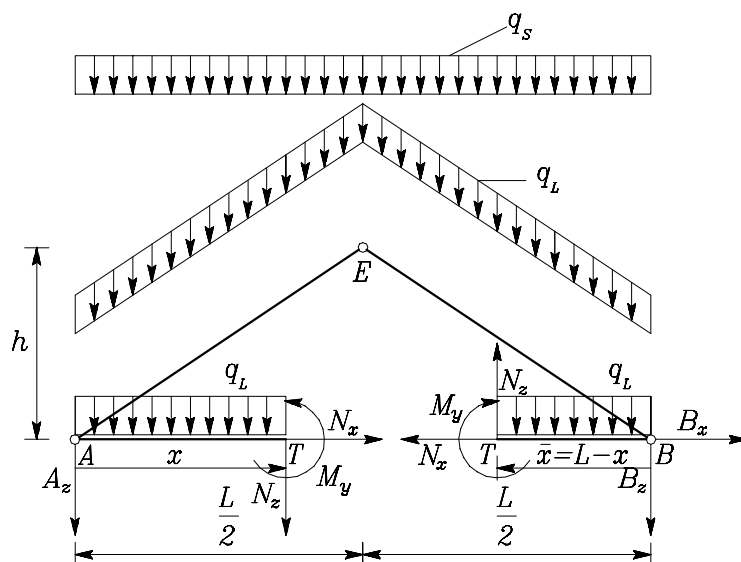
Poskusimo izračunati notranje sile brez predhodnega razreza konstrukcije. Konstrukcijo prerežimo na mestu, kjer iščemo notranje sile in vpliv odstranjenega dela nadomestimo z (notranjimi) silami, kot kaže slika. Pri tem seveda upoštevamo še zakon akcije in reakcije. Enačbe $\sum X = 0$, $\sum Z = 0$ in $\sum M_Y^T = 0$ preidejo v enačbe za izračun reakcij, katerim smo že zadostili. Notranje sile N_x , N_z in M_y v njih nastopajo v parih, se pokrajšajo (princip akcije in reakcije) in zato izpadejo iz enačb. Za izračun notranjih sil bo torej treba napisati druge enačbe, (neodvisne od gornjih treh). Prerezana konstrukcija sestavlja pet-členki lok (glej sliko) $TA-A-AE-E-EB-B-BT$ s členki T, A, E, B, T . Za tega lahko napišemo še tri neodvisne enačbe, iz katerih moremo izračunati $N_x(x)$, $N_z(x)$ in $M_y(x)$.

$$\sum_{TA} M_Y^A = q_L \frac{x^2}{2} - M_y(x) + N_z(x) x = 0, \quad (4.4)$$

$$\sum_{TAE} M_Y^E = q_S \frac{L^2}{8} + q_L l \frac{L}{4} + A_z \frac{L}{2} + N_z(x) \left(\frac{L}{2} - x \right) + M_y(x) + q_L x \left(\frac{L-x}{2} \right) + N_x(x) h = 0, \quad (4.5)$$

$$\sum_{TB} M_Y^B = q_L \frac{\bar{x}^2}{2} - M_y(\bar{x}) - N_z(\bar{x}) \bar{x} = 0. \quad (4.6)$$

Reakcije še vedno lahko izračunamo iz treh ravnotežnih enačb, ki veljajo za konstrukcijo $\sum X = 0$, $\sum Z = 0$ in $\sum M_Y^A = 0$ (brez predhodnega razreza konstrukcije). Vseeno pa bomo **zaradi kasnejšega izračuna notranjih sil** konstrukcijo predhodno razrezali na več podkonstrukcij (v našem primeru na tročlenki lok $AE-E-EB$ in nosilec AB). Reakcije C_x , C_z , D_x in D_z dobimo (z upoštevanjem reakcij A_z , B_x in B_z) iz preostalih linearno neodvisnih enačb:



Slika 4.2: Potek reševanja.

Nosilec AB :

$$\sum X = C_x + D_x = 0, \quad (4.7)$$

$$\sum M_Y^A = q_L \frac{L^2}{2} + D_z L = 0 \implies D_z = -0.9 \text{ kN}, \quad (4.8)$$

$$\sum Z = C_z + D_z + q_L L = 0 \implies C_z = -0.9 \text{ kN}. \quad (4.9)$$

Tročlenski lok $AE-E-EB$:

$$\sum_{AE} M_Y^E = (C_z - A_z) \frac{L}{2} + C_x h - q_L l \frac{L}{4} - q_s \frac{L^2}{8} = 0 \implies C_x = -5.3112 \text{ kN}. \quad (4.10)$$

Iz enačbe (4.7) dobimo še $D_x = 5.3112 \text{ kN}$.

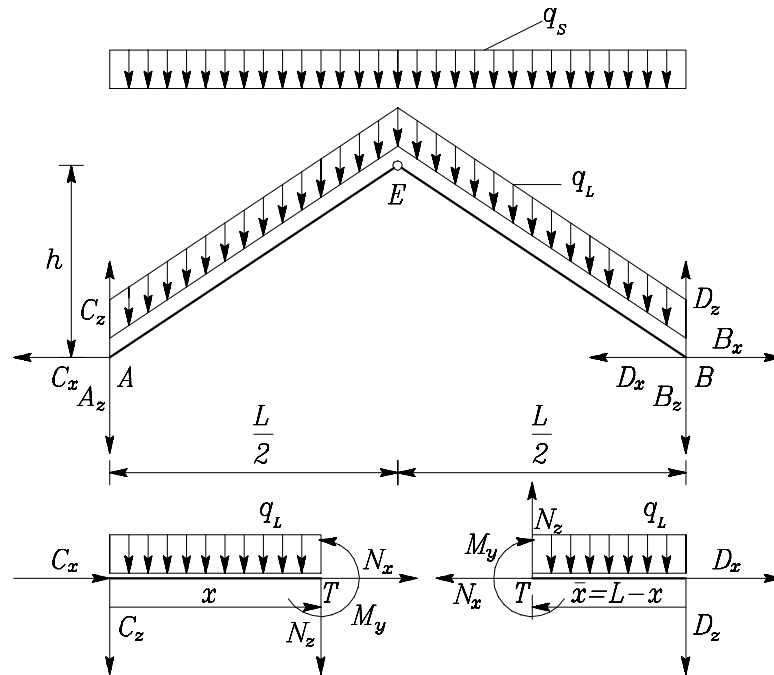
Notranje sile:

Notranje sile v polju AB (z leve strani):

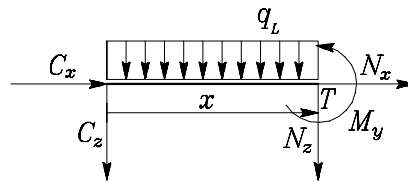
$$\begin{aligned} \sum X &= C_x + N_x(x) = 0 \\ \implies N_x(x) &= 5.3112, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum Z &= C_z + q_L x + N_z(x) = 0 \\ \implies N_z(x) &= -0.3000 x + 0.9000 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_Y^T &= C_z x + q_L \frac{x^2}{2} + N_z(x) x + M_y(x) = 0 \\ \implies M_y(x) &= -0.1500 x^2 + 0.9000 x. \end{aligned}$$



Slika 4.3: Potek reševanja.



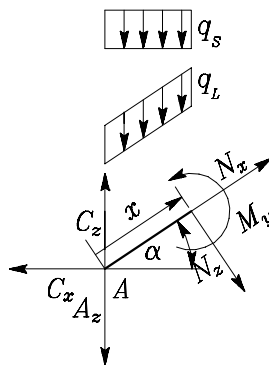
Slika 4.4: Potek reševanja.

Notranje sile v polju AE (z leve strani):

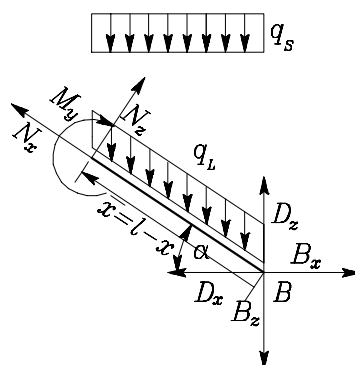
$$\begin{aligned} \sum X &= N_x(x) - C_x \cos(\alpha) - (A_z - C_z) \sin(\alpha) - q_S x \cos(\alpha) \sin(\alpha) - q_L x \sin(\alpha) = 0 \\ &\implies N_x(x) = 1.0895 x - 8.3474, \\ \sum Z &= N_z(x) - C_x \sin(\alpha) + (A_z - C_z) \cos(\alpha) + q_S x \cos^2(\alpha) + q_L x \cos(\alpha) = 0 \\ &\implies N_z(x) = -1.6342 x + 2.9462, \\ \sum M_Y^T &= M_y(x) - C_x x \sin(\alpha) + (A_z - C_z) x \cos(\alpha) + q_S \frac{x^2}{2} \cos^2(\alpha) + q_L \frac{x^2}{2} \cos(\alpha) = 0 \\ &\implies M_y(x) = -0.8171 x^2 + 2.9462 x. \end{aligned}$$

Vrednost upogibnega momenta $M_y(x)$ lahko določimo tudi z integracijo enačbe

$$\frac{dM_y(x)}{dx} = N_z(x) \implies M_y(x) = M_y(0) + \int_0^x N_z(u) du = 0 + \int_0^x N_z(u) du.$$



Slika 4.5: Potek reševanja.



Slika 4.6: Potek reševanja.

Notranje sile v polju EB (z desne strani):

$$\begin{aligned} \sum X &= N_x(\bar{x}) - (B_x - D_x) \cos(\alpha) - (B_z - D_z) \sin(\alpha) - q_S \bar{x} \cos(\alpha) \sin(\alpha) - q_L \bar{x} \sin(\alpha) = 0 \\ \implies N_x(\bar{x}) &= 1.0895 \bar{x} - 8.3474, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum Z &= N_z(\bar{x}) - (B_x - D_x) \sin(\alpha) + (B_z - D_z) \cos(\alpha) + q_S \bar{x} \cos^2(\alpha) + q_L \bar{x} \cos(\alpha) = 0 \\ \implies N_z(\bar{x}) &= 1.6342 \bar{x} - 2.9462, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_Y^T &= M_y(\bar{x}) - (B_x - D_x) \bar{x} \sin(\alpha) + (B_z - D_z) \bar{x} \cos(\alpha) - q_S \frac{\bar{x}^2}{2} \cos^2(\alpha) - q_L \frac{\bar{x}^2}{2} \cos(\alpha) = 0 \\ \implies M_y(\bar{x}) &= -0.8171 \bar{x}^2 + 2.9462 \bar{x}. \end{aligned}$$

Vrednost upogibnega momenta $M_y(\bar{x})$ lahko določimo tudi z integracijo enačbe

$$\frac{dM_y(\bar{x})}{d\bar{x}} = -N_z(\bar{x}) \implies M_y(\bar{x}) = M_y(0) - \int_0^{\bar{x}} N_z(u) du = 0 - \int_0^{\bar{x}} N_z(u) du.$$

Reševanje naloge z MATLAB-om (brez uporabe paketa za simbolično računanje):

Izračun nekaterih pomožnih količin in reakcij:

```
qs = 2; ql = 0.3; L = 6; h = 2; % testni podatki
alpha = atan(2*h/L); ca = cos(alpha); sa = sin(alpha);
l = sqrt((L/2)^2 + h^2);
Bx = 0;
Az = -ql * l - (ql+qs) * L/2;
Bz = Az;
Dz = -ql*L/2;
Cz = Dz;
```

$$D_x = 1/h*((D_z - B_z)*L/2 + B_x*h - q_s * (L/2)^2/2 - q_l * l * L/4);$$

$$C_x = - D_x;$$

Izračun notranjih sil:

Polinome opišemo z vektorjem koeficientov polinoma. Npr.

$$p = [a \ b \ c \ d \ e]; \quad p(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e.$$

$$\begin{aligned} N_{AB} &= [0 \ 0 \ -C_x], & N_x^{AB}(x) &= -C_x \\ Q_{AB} &= [0 \ -q_l \ -C_z], & N_z^{AB}(x) &= -q_L x - C_z \\ M_{AB} &= [-q_l/2 \ -C_z \ 0], & M_y^{AB}(x) &= -q_L \frac{x^2}{2} - C_z x \\ N_{AE} &= [0 \ q_s * ca * sa + q_l * sa \ C_x * ca + (A_z - C_z) * sa], \\ N_x^{AE}(x) &= (q_s \cos \alpha \sin \alpha + q_L \sin \alpha) x + C_x \cos \alpha + (A_z - C_z) \sin \alpha \\ Q_{AE} &= [0 \ -q_s * ca^2/2 - q_l * ca \ C_x * sa - (A_z - C_z) * ca], \\ M_{AE} &= [-q_s * ca^2/2 - q_l * ca/2 \ C_x * sa - (A_z - C_z) * ca \ 0], \\ N_{BE} &= [0 \ q_s * ca * sa + q_l * sa \ (B_x - D_x) * ca + (B_z - D_z) * sa], \\ Q_{BE} &= [0 \ q_s * ca^2 + q_l * ca \ -(B_x - D_x) * sa + (B_z - D_z) * ca], \\ M_{BE} &= [-q_s * ca^2/2 - q_l * ca/2 \ +(B_x - D_x) * sa - (B_z - D_z) * ca \ 0], \end{aligned}$$

Z uporabo funkcije polyint

```
function ip = polyint(p,a,b)
% CALL ip = polyint(p,a,b)
% POMEN Funkcija polyint izracuna nedoloceni integral polinoma p
% (aditivna konstanta = 0), ce a in b nista podana, sicer
% funkcija polyint izracuna doloceni integral polinoma p na intervalu [a b].
% Funkcija ne preveri, ce je prvi vhodni podatek res polinom.
n = length(p);
ip = [[1./[n:-1:1]].*p 0];
if nargin == 3
    ip = polyval(ip,b)-polyval(ip,a);
end
end
moremo upogibne momente dobiti preprosto z integracijo prečnih sil
MAB = polyint(QAB); MAE = polyint(QAE); MBE = -polyint(QBE);
```

Z ukazi

```
x = 0:0.01:L; mx = polyval(MAE,x); nz = polyval(QAE,x); my = polyval(MAE,x);
hold on;
plot([0 L],[0 0], 'b'); plot(x,nx, 'g'); plot(x,nz, 'y'); plot(x,my, 'r');
hold off;
na tekočo sliko narišemo diagrame notranjih sil na nosilcu AB.
naloga
```

4.1.2 PI 15.12.97/3

- Zapis obtežbe q s kvadratno parabolo koordinate x :

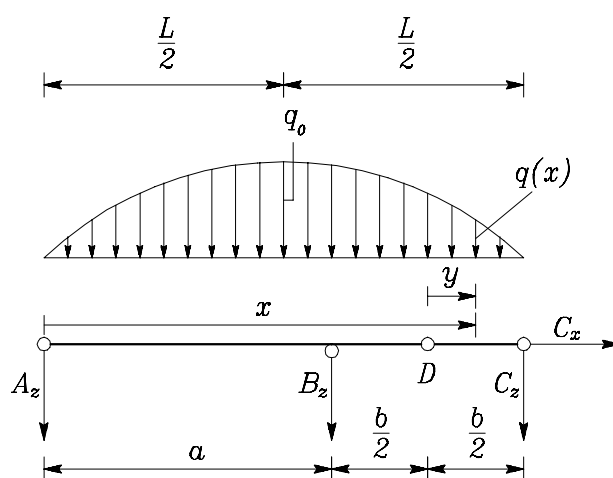
$$q(x) = ax^2 + bx + c. \quad (4.11)$$

V nastavku (4.11) upoštevamo podane vrednosti $q(0) = 0$, $q(L/2) = q_0$ in $q(L) = 0$ in iz sistema enačb

$$\begin{aligned} q(0) &= a \cdot 0^2 + b \cdot 0 + c = 0 \\ q(L/2) &= a (L/2)^2 + b L/2 + c = q_0 \\ q(L) &= a L^2 + b L + c = 0 \end{aligned}$$

izračunamo koeficiente a , b in c . Dobimo

$$q(x) = -0.48x^2 + 2.4x. \quad (4.12)$$



Slika 4.7: Potek reševanja

Reakcije C_x , C_z , B_z in A_z izračunamo iz ravnotežnih enačb za Gerberjev nosilec:

$$\sum X = C_x = 0 \text{ kN}, \quad (4.13)$$

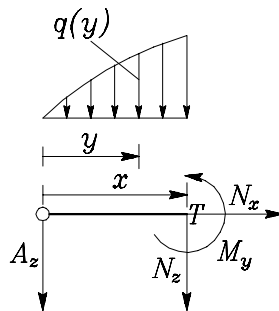
$$\begin{aligned} \sum_{DC} M_Y^D &= C_z \frac{b}{2} + \int_{a+\frac{b}{2}}^L q(x) y \, dx \\ &= C_z \frac{b}{2} + \int_{a+\frac{b}{2}}^L q(x) \left(x - a - \frac{b}{2} \right) dx \\ &= 0 \implies C_z = -0.36 \text{ kN}, \end{aligned} \quad (4.14)$$

$$\sum M_Y^A = B_z a + C_z L + \frac{L}{2} \int_0^L q(x) \, dx = 0 \implies B_z = -7.7333 \text{ kN}, \quad (4.15)$$

$$\sum Z = A_z + B_z + C_z + \int_0^L q(x) \, dx = 0 \implies A_z = -1.9067 \text{ kN}. \quad (4.16)$$

Notranje sile v polju AB dobimo neposredno iz ravnotežnih enačb za izrezani del. Druga možnost je uporaba diferencialnih enačb.

Rezultati veljajo za $x \in (0, a)$!



Slika 4.8: Potek reševanja

$$\sum X = N_x(x) = 0. \quad (4.17)$$

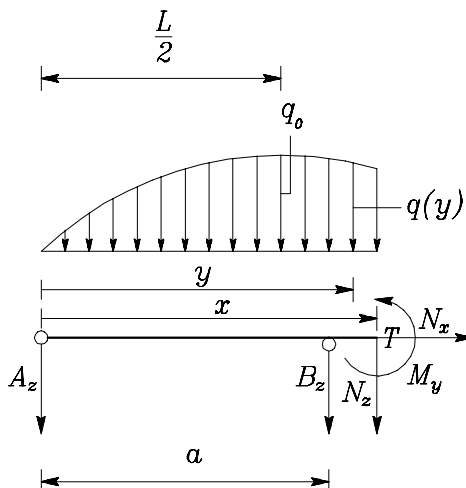
$$\sum Z = N_z(x) + A_z + \int_0^x q(y) dy = 0 \implies N_z(x) = 0.16x^3 - 1.2x^2 + 1.907. \quad (4.18)$$

$$\sum M_Y^T = A_z x + \int_0^x q(y)(x-y) dx = 0 \implies M_y(x) = 0.04x^4 - 0.4x^3 + 1.907x. \quad (4.19)$$

Drugi način z uporabo diferencialne enačbe:

$$\frac{dM_y(x)}{dx} = N_z(x) \implies M_y(x) = M_y(0) + \int_0^x N_z(y) dy \implies M_y(x) = 0.04x^4 - 0.4x^3 + 1.907x. \quad (4.20)$$

Notranje sile na polju BC dobimo podobno kot notranje sile v polju AB . Rezultati veljajo za $x \in (a, b)$!



Slika 4.9: Potek reševanja

$$\sum X = N_x(x) = 0. \quad (4.21)$$

$$\sum Z = N_z(x) + A_z + B_z + \int_0^x q(y) dy = 0 \implies N_z(x) = 0.16x^3 - 1.2x^2 + 9.64 \quad (4.22)$$

$$\sum M_Y^T = A_z x + B_z (x - a) + \int_0^x q(y) (x - y) dx = 0 \implies M_y(x) = 0.04 x^4 - 0.4 x^3 + 9.64 x - 23.2 \quad (4.23)$$

Reševanje naloge z MATLAB-om (brez uporabe paketa za simbolično računanje):

a = 3, b = 2, q0 = 3; % testni podatki

Izračun nekaterih pomožnih količin in reakcij:

```
L = a+b;
q = polyfit([0 1/2 1]*L, [0 q0 0], 2);
Določi interpolacijski polinom 2-stopnje q kateri zadošča enačbam q(0) = 0, q(L/2) = q0 in q(L) = 0.
q1 = conv(q, [1 (-a-b/2)]);
Cz = -2/b*(polyint(q1, a+b/2, L));
R = polyint(q, 0, L);
Bz = (-R*L/2 - Cz*L)/a;
Az = -R-Bz-Cz;
```

$$q_1(x) = q(x) \left(x - a - \frac{b}{2}\right).$$

$$C_z = \frac{-2}{b} \int_{a+b/2}^L q_1(x) dx.$$

rezultanta zvezne obtežbe $R = \int_0^L q(x) dx$

Izračun notranjih sil:

```
NxAB = 0;
NxBC = 0;
NzAB = -[0 0 0 Az] - polyint(q);
NzBC = -[0 0 0 Az+Bz] - polyint(q);
MyAB = polyint(NzAB);
MyBC = polyint(NzBC);
MyBC = MyBC - [0 0 0 0 polyval(MyBC, L)];
```

$$N_z^{AB}(x) = -A_z - \int_0^x q(y) dy$$

$$N_z^{BC}(x) = -(A_z + B_z) - \int_0^x q(y) dy$$

$$M_y^{AB}(x) = \int_0^x N_z^{AB}(y) dy$$

$$M_y^{BC}(x) = \int_0^x N_z^{BC}(y) dy + C$$

$$M_y^{BC}(L) = 0 \implies C \implies M_y^{BC}(x)$$

Z ukazi

```
xAB = 0:0.01:a; xBC = a:0.01:L;
nxAB = polyval(NxAB, xAB); nzAB = polyval(NzAB, xAB); myAB = polyval(MyAB, xAB);
nxBC = polyval(NxBC, xBC); nzBC = polyval(NzBC, xBC); myBC = polyval(MyBC, xBC);
hold on;
plot([0 L], [0 0], 'b'); plot([xAB xBC], [nxAB nxBC], 'g');
plot([xAB xBC], [nzAB nzBC], 'y'); plot([xAB xBC], [myAB myBC], 'r');
hold off;
```

na tekočo sliko narišemo diagrame notranjih sil na konstrukciji.

naloga