

### 3. VAJA IZ TRDNOSTI (jedro lika, princip o virtualnem delu)

**NALOGA 1.** Za konveksni enostavno povezani lik  $\mathcal{D}$  z glatkim robom

$$\partial\mathcal{D} = \{(y(t), z(t)) \in \mathbb{R}^2 \mid y, z \in C^\infty, t \in \mathbb{R}\}$$

izpelji enačbo roba jedra  $\mathcal{J}$  danega lika. Rešitev poploši za lik z odsekoma glatkim robom  $\partial\mathcal{D}$ , za večkrat povezan lik  $\mathcal{D}$  in za nekonveksen lik  $\mathcal{D}$ .

**Podatki:**  $\mathcal{D}$

**REŠITEV.** V prvem primeru je

$$\partial\mathcal{J} = \left\{ (\eta(t), \zeta(t)) \in \mathbb{R}^2 \mid \eta = -i_z^2 \frac{\dot{z}}{y\dot{z} - \dot{y}z}, \zeta = i_y^2 \frac{\dot{y}}{y\dot{z} - \dot{y}z}, t \in \mathbb{R} \right\}.$$

**NALOGA 2.** Izračunaj jedro  $\mathcal{J}$  pravokotnika  $b \times h$ .

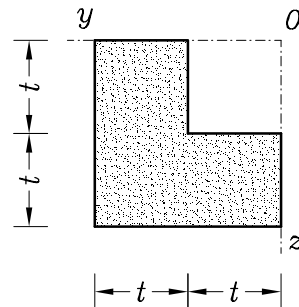
**Podatki:**  $b, h$

**REŠITEV.** Romb z diagonalama  $\frac{b}{3}, \frac{h}{3}$ .

**NALOGA 3.** Izračunaj koordinate oglišč jedra  $\mathcal{J}$  podanega lika.

**Podatki:**  $t$

**REŠITEV.** Oglišča jedra lika v koordinatnem sistemu  $(y, z)$  so:  $O_1(\frac{15}{14}t, \frac{10}{7}t)$ ,  $O_2(\frac{4}{5}t, \frac{13}{10}t)$ ,  $O_3(\frac{13}{10}t, \frac{4}{5}t)$ ,  $O_4(\frac{10}{7}t, \frac{15}{14}t)$ ,  $O_5(\frac{21}{16}t, \frac{21}{16}t)$ .



**NALOGA 4.** Izračunaj jedro  $\mathcal{J}$  ellipse  $\frac{y^2}{a^2} + \frac{z^2}{b^2} = 1$ .

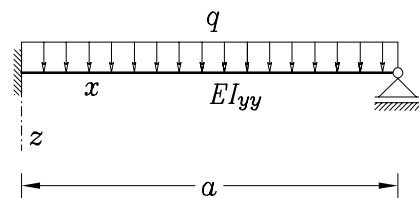
**Podatki:**  $a, b$

**REŠITEV.**  $\frac{\eta^2}{(\frac{a}{4})^2} + \frac{\zeta^2}{(\frac{b}{4})^2} \leq 1$

**NALOGA 5.** S principom o virtualnem delu,  $\delta W = \delta D$ , izpelji robni problem (ravnotežno enačbo s pripadajočimi robnimi pogoji) za prikazani nosilec in ga tudi reši.

**Podatki:**  $q, a, EI_{yy}$

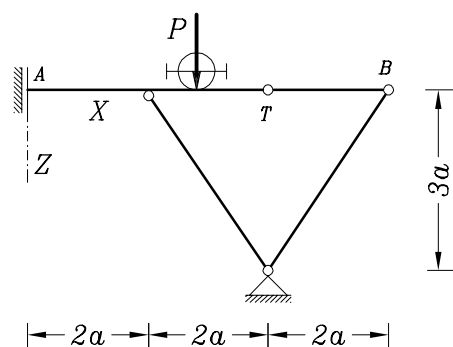
**REŠITEV.**  $w(\xi) = \frac{qa^4}{48EI_{yy}} \xi^2(2\xi-3)(\xi-1), \quad 0 \leq \xi \leq 1$



**NALOGA 6.** Izračunaj vplivnico  $\eta$  za vpetostni moment v točki A,  $M_Y(A) = P\eta$ , če pomična obtežba P učinkuje vzdolž  $\overline{AB}$ . Iz vplivnice izračunaj tudi vrednost vpetostnega momenta  $M_Y(A)$ , pri velikosti sile  $P = 24 \text{ kN}$  v točki T.

**Podatki:**  $a = 1 \text{ m}$

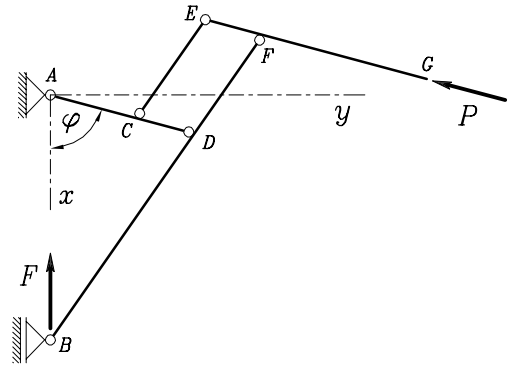
**REŠITEV.**  $\eta(x) = \begin{cases} 2a - x, & x \in \overline{AT} \\ x - 6a, & x \in \overline{TB} \end{cases}$



**NALOGA 7.** S principom o virtualnem delu izpelji ravnotežno enačbo prikazanega sistema togih teles  $AD$ ,  $BF$ ,  $CE$ , in  $EG$ . Sila  $P$  učinkuje v smeri palice  $EG$  (slediščna, nekonservativna sila).

**Podatki:**  $F$ ,  $P$ ,  $a = \overline{BD} > \overline{AD}$ ,  $b = \overline{BF}$ ,  $\overline{DF} = \overline{CE}$

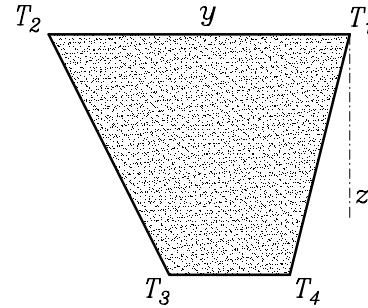
**REŠITEV.**  $aF - (b - a)P \cos \varphi = 0$



**NALOGA 8.** Izračunaj koordinate oglišč jedra trapeza z oglišči  $T_1(0, 0)$ ,  $T_2(5t, 0)$ ,  $T_3(3t, 4t)$  in  $T_4(t, 4t)$ .

**Podatki:**  $t$

**REŠITEV.** Oglišča jedra trapeza v koordinatnem sistemu  $(y, z)$  so:  $O_1(\frac{79}{36}t, \frac{22}{9}t)$ ,  $O_2(\frac{5}{3}t, \frac{19}{13}t)$ ,  $O_3(\frac{113}{48}t, \frac{7}{6}t)$ ,  $O_4(\frac{463}{156}t, \frac{19}{13}t)$ .



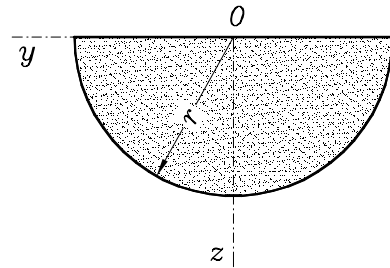
**NALOGA 9.** Izračunaj jedro polkroga z radijem  $r$ .

**Podatki:**  $r$

**REŠITEV.** Del jedra je elipsa

$$\left(\frac{\eta}{a} + \frac{4}{3\pi}\right)^2 + \left(\frac{\zeta}{b}\right)^2 \leq 1,$$

kjer sta  $a = \frac{r}{4} \frac{9\pi^2 - 64}{9\pi^2 - 16}$ ,  $b = \frac{r}{4} \frac{3\pi}{\sqrt{9\pi^2 - 16}}$ .

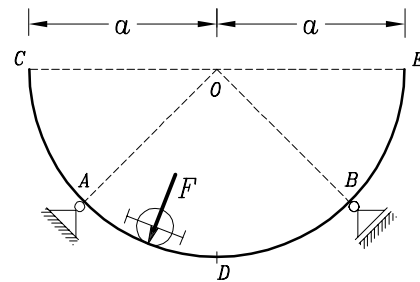


**NALOGA 10.** Izračunaj vplivnice za reakcijo v točki  $B$ ,  $B = F\eta_B$ , ter notranje sile  $N_t$ ,  $N_n$  in  $M_b$  v temenu  $D$  za prikazani polkrožni nosilec polmera  $a$ , če pomična obtežba učinkuje na notranji strani nosilca. Iz vplivnice izračunaj vrednost reakcije v točki  $B$  pri velikosti sile  $F = 30\sqrt{2}$  kN v točki  $C$ .

**Podatki:**  $a$ ,  $F$ ,  $\angle COA = \angle EOB = 45^\circ$

**REŠITEV.**  $\eta_B(\varphi) = \frac{\sqrt{2}}{2}(\sin \varphi - \cos \varphi)$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi$ ;  
 $B = -30$  kN;

$$\eta_D(\varphi) = \begin{cases} \frac{a}{2}(\sin \varphi - \cos \varphi), & \varphi \in [0, \frac{\pi}{2}] \\ \frac{a}{2}(\sin \varphi + \cos \varphi), & \varphi \in (\frac{\pi}{2}, \pi] \end{cases}$$



**NALOGA 11.** Naprava za raziskovanje lunine površine na vesoljskem vozilu je sestavljena iz vzmetne risarske priprave in detektorske glave. S principom o virtualnem delu izpelji ravnotežno enačbo in izračunaj togost vzmeti  $k_x$ , da bo pri  $\varphi_1$  kontaktna sila enaka  $P$ . Težo togih ročic in glave zanemari. Vzmet je nedeformirana pri kotu  $\varphi_0$ .

**Podatki:**  $P = 20$  N,  $\varphi_0 = 30^\circ$ ,  $\varphi_1 = 120^\circ$ ,  $a = 12$  cm

**REŠITEV.**  $7P \sin \frac{\varphi}{2} - 4ak_x(\sin \frac{\varphi}{2} - \sin \frac{\varphi_0}{2}) \cos \frac{\varphi}{2} = 0$ ,  
 $k_x = 8.32$  N/cm

